KONULARINA GÖRE DÜZENLENMİŞ

SON 47 YILIN

(1966 – 2012 LYS – ÖSS – ÖYS - ÜSS)

LYS

Matematik

SORULARI VE AYRINTILI ÇÖZÜMLERİ

ÇÖZÜMLEYEN

Oğuz GÜMÜŞ

ÜNİVERSİTE GİRİŞ SINAVLARININ TARİHİ

Cumhuriyet döneminde, 1960'lı yıllara gelinceye kadar lise mezunları az olduğu için pek çok fakülte, kendisine başvuran bu mezunları sınavsız kabul etmiştir. Kontenjanlarını aşan bir taleple karşılaşan fakülteler seçme işini, genellikle şu yolların birini izleyerek yapmıştır:

- Başvuru sırasını dikkate alma ve ihtiyaç kadar adayı kabul ettikten sonra kayıtları durdurma,
- Fakültede verilen eğitimin niteliğini dikkate alarak liselerin fen ya da edebiyat kolu mezunlarını kabul etme,
- Başvuranları lise bitirme derecesine göre sıralayarak bu sıraya göre öğrenci alma.

Lise mezunlarının artması ve lise dengi okul mezunlarına da yükseköğretime başvurma hakkı verilmesiyle, yukarıda özetlenen öğrenci seçme yöntemleri ihtiyaca cevap veremez duruma gelmiş; fakülteler kendi amaçlarına uygun giriş sınavları düzenlemeye başlamıştır. Bu son durumda öğrenciler, sınavlara katılabilmek için ülke içerisinde şehirden şehire koşuşturmak zorunda kalmışlar; aynı gün ve saatlere rastlayabilen sınavlardan birine katılıp diğerine katılamama durumlarıyla karşı karşıya kalmışlardır. Bu durum, adaylar ve velileri arasında önemli yakınmalara yol açmıştır.

1960'lı yıllarda, önce bazı üniversiteler kendileri için giriş sınavları düzenlemeye başlamışlar; sonra bazı üniversiteler bu amaçla birlikte hareket etme yoluna gitmişlerdir. Aday sayılarındaki artış, sınavlarda çok sorulu ve objektif tip testlerin hazırlanmasını, başvurma, puanlama, seçme ve yerleştirme, sonuçları bildirme gibi işlemlerde bilgiişlem yöntem ve araçlarından yararlanılmasını gerektirmiştir.

1974 yılında, Üniversitelerarası Kurul, üniversiteye giriş sınavlarının tek merkezden yapılmasını uygun bulmuş ve 1974 tarihinde Üniversitelerarası Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezini (ÜSYM) kurmuştur. Üniversitelere öğrenci seçme ve yerleştirme işlemleri, 1981 yılına kadar bu merkez tarafından yürütülmüştür.

1981 yılında, Merkez, Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM) adı ile Yükseköğretim Kurulunun bir alt kuruluşu haline getirilmiştir.

Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavı, 1974 ve 1975 yıllarında aynı gün sabah ve öğleden sonra birer olmak üzere iki oturumda, 1976-1980 yıllarında aynı günde ve bir oturumda uygulanmış; 1981 yılından itibaren iki basamaklı bir sınav haline getirilmiştir. İki basamaklı sınav sisteminde ilk basamağı oluşturan Öğrenci Seçme Sınavı (ÖSS) nisan, ikinci basamağı oluşturan Öğrenci Yerleştirme Sınavı (ÖYS) ise haziran ayı içinde uygulanmıştır.

1987 yılından itibaren, yükseköğretim programları ile ilgili tercihlerini belli alanlarda toplayan adaylara, sınavda belli testleri cevaplama, diğerlerini cevaplamama olanağı tanınmıştır.

1999 yılından itibaren ÖYS kaldırılarak tekrar tek basamaklı sınav sistemine (ÖSS) dönülmüştür.

2010'da ise 1981-1998 yılları arasındaki ÖSS-ÖYS sistemine benzer ancak daha ve detaylı bir sistem olan YGS - LYS devreye sokulmuştur.

Kaynak: www.osym.gov.tr

Bu kitaptaki YGS, LYS, ÖSS, ÖYS ve ÜSS soruları asıllarına uygun olarak dizilmiş; soruların dil, anlatım, biçim özellikleri aynen korunmuştur.

Yıllara ve Konularına Göre LYS Soru Dağılımı Tablosu

KONULAR	YILLAR			
	2010	2011	2012	
Polinomlar	2	1	1	
II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar	4	3	2	
Trigonometri	5	4	4	
Karmaşık Sayılar	4	3	3	
Logaritma	4	2	2	
Toplam ve Çarpım Sembolleri	1	2	1	
Diziler	1	1	1	
Sonsuz Geometrik Diziler	1	1	1	
Özel Tanımlı Fonksiyonlar	2	1	2	
Limit ve Süreklilik	2	3	4	
Türev	7	4	5	
İntegral	6	5	4	
Matris-Determinant	3	2	3	
TOPLAM	**42**	**32**	**33**	

Yıllara ve Konularına Göre ÖSS Soru Dağılımı Tablosu

KONULAR	YILLAR																													
	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
Polinomlar															1	1	1		1	1	2	1	1	1	1					
II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar									1						1		1			2			2				2	2		1
Trigonometri								2																						
Karmaşık Sayılar																														
Logaritma							1		1																					
Toplam ve Çarpım Sembolleri																														
Diziler																														
Sonsuz Geometrik Diziler																														
Özel Tanımlı Fonksiyonlar								1																						
Limit ve Süreklilik																				1										
Türev															1				1	1										
İntegral																														
Matris-Determinant																														
TOPLAM	**–**	**–**	**–**	**–**	**–**	**–**	**1**	**3**	**2**	**–**	**–**	**–**	**–**	**–**	**3**	**1**	**2**	**–**	**2**	**5**	**2**	**1**	**3**	**1**	**1**	**–**	**2**	**2**	**–**	**1**

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

Yıllara ve Konularına Göre ÖYS Soru Dağılımı Tablosu

KONULAR	YILLAR																					
	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
Polinomlar	1	1	1	2	1		1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	2				1
II. Dereceden Denklemler, E itsizlikler, Fonksiyonlar	4	3	2	1	1		2	1	2	1	3	2	5		1	2	5	3	2	1	1	1
Trigonometri	3	2	3	2	3	4	3	5	3	1	2	1	3	1	3	2	3	2	2	3	2	2
Karmaşık Sayılar	1		1	1	1			1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	1
Logaritma	1	1	1	1	1	1	1	3	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
Toplam ve Çarpım Sembolleri	1	1	1			2			1	1				1		1				1	1	
Diziler	1	1		1		1	1	1	1	1	1	1	2	1		1		1				1
Sonsuz Geometrik Diziler							1	1			1				1		1		1			
Özel Tanımlı Fonksiyonlar		1	1			1	3	2		1	1	1			1		1			1		1
Limit ve Süreklilik	1	1		1	1		2	2	2	1	3	2	3	3	2	1	1	1	1	2	2	2
Türev	4	3	6	3	5	3	2	2	3	7	2	3	5	2	3	6	3	5	4	4	3	2
İntegral	1	3	2	2	2	2	3	2	5	1	3	3	4	2	4	3	3	2	2	2	2	2
Matris-Determinant	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	1	1		1
TOPLAM	**20**	**19**	**19**	**15**	**16**	**15**	**21**	**23**	**23**	**18**	**21**	**18**	**27**	**17**	**20**	**21**	**22**	**20**	**17**	**18**	**14**	**16**

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

Yıllara ve Konularına Göre ÜSS Soru Dağılımı Tablosu

KONULAR	YILLAR														
	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
Polinomlar				1				1	2			2	1	1	
II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar	4	4	3	2		6	3	2	7	5	4	2	2	2	4
Trigonometri	2	3	3		2	4	6	6	6	4	3	2	3	2	2
Karmaşık Sayılar					1	1	1	2	3	1	1	1	1	1	
Logaritma	1	1			1	2	2	4	2	1		1	1	2	2
Toplam ve Çarpım Sembolleri						1	1		1	1			1	3	
Diziler			1	1	1		1		2	1		3	1		
Sonsuz Geometrik Diziler						1	1	4		1					
Özel Tanımlı Fonksiyonlar						1		2	1	2	2	3	1	2	1
Limit ve Süreklilik	1	1	1	1	1	1	1	6	5	1	1	1			2
Türev	1	4	3	4	4	3	1	10	5	4	6	3	4	1	1
İntegral	3	1	1		1	1	2	4	6	2	2	2	2	2	3
Matris-Determinant					1	2	3	4		3	1	1	4	2	1
TOPLAM	**12**	**14**	**12**	**9**	**12**	**23**	**18**	**45**	**40**	**26**	**20**	**21**	**21**	**18**	**16**

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM: 1 Polinomlar Soruları 13
Polinomlar Sorularının Çözümleri 17

BÖLÜM: 2 II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar 26
A. II. Dereceden Denklemler Soruları 27
A. II. Dereceden Denklemler Sorularının Çözümleri 31
B. II. Dereceden Eşitsizlikler Soruları 39
B. II. Dereceden Eşitsizlikler Sorularının Çözümleri 43
C. II. Dereceden Fonksiyonlar Soruları 49
C. II. Dereceden Fonksiyonlar Sorularının Çözümleri 54

BÖLÜM: 3 Trigonometri 62
A. Temel Trigonometrik Kavramlar Soruları 63
A. Temel Trigonometrik Kavramlar Sorularının Çözümleri 65
B. Trigonometrik Özdeşlikler Soruları 68
B. Trigonometrik Özdeşlikler Sorularının Çözümleri 75
C. Toplam-Fark Formüllerinin Geometrik Uygulamaları Soruları 84
C. Toplam-Fark Formüllerinin Geometrik Uygulamaları Sorularının Çözümleri 88
D. Trigonometrik Denklemler, Fonksiyonlar ve Ters Trigonometrik Fonksiyonlar Soruları 92
D. Trigonometrik Denklemler, Fonksiyonlar ve Ters Trigonometrik Fonksiyonlar Sorularının Çözümleri 95

BÖLÜM: 4 Karmaşık Sayılar Soruları 101
Karmaşık Sayılar Sorularının Çözümleri 106

BÖLÜM: 5 Logaritma Soruları 115
Logaritma Sorularının Çözümleri 121

BÖLÜM: 6 Toplam ve Çarpım Sembolleri Soruları 129
Toplam ve Çarpım Sembolleri Sorularının Çözümleri 132

BÖLÜM: 7 Diziler Soruları 137
Diziler Sorularının Çözümleri 140

BÖLÜM: 8 Sonsuz Geometrik Diziler Soruları 145
Sonsuz Geometrik Diziler Sorularının Çözümleri 148

BÖLÜM: 9 Özel Tanımlı Fonksiyonlar Soruları 151
Özel Tanımlı Fonksiyonlar Sorularının Çözümleri 155

BÖLÜM: 10 Limit ve Süreklilik 160
A. Limit Soruları 161
A. Limit Sorularının Çözümleri 167
B. Süreklilik Soruları 177
B. Süreklilik Sorularının Çözümleri 178

BÖLÜM: 11 Türev 180
A. Türev Alma Kuralları Soruları 181
A. Türev Alma Kuralları Sorularının Çözümleri 185
B. Türev Yardımıyla Teğet-Normal Denklemlerini Bulma Soruları 190
B. Türev Yardımıyla Teğet-Normal Denklemlerini Bulma Sorularının Çözümleri 195
C. Türevin Polinomlara Uygulanması Soruları 202
C. Türevin Polinomlara Uygulanması Sorularının Çözümleri 202
D. Türevle Artan ve Azalan Fonksiyonları Bulma Soruları 203
D. Türevle Artan ve Azalan Fonksiyonları Bulma Sorularının Çözümleri 205
E. Maksimum-Minimum Problemleri Soruları 207
E. Maksimum-Minimum Problemleri Sorularının Çözümleri 213
F. Türevle Grafik Çizme ve Asimptot Bulma Soruları 222
F. Türevle Grafik Çizme ve Asimptot Bulma Sorularının Çözümleri 227

BÖLÜM: 12 İntegral 234
A. Belirsiz İntegral Soruları 235
A. Belirsiz İntegral Sorularının Çözümleri 237
B. Belirli İntegral Soruları 240
B. Belirli İntegral Sorularının Çözümleri 247
C. İntegralle Alan Bulma Soruları 257
C. İntegralle Alan Bulma Sorularının Çözümleri 262
D. İntegralle Hacim Bulma Soruları 270
D. İntegralle Hacim Bulma Sorularının Çözümleri 272

BÖLÜM: 13 Matris-Determinant 274
A. Matrisler Soruları 275
A. Matrisler Sorularının Çözümleri 280
B. Determinantlar Soruları 286
B. Determinantlar Sorularının Çözümleri 289

BÖLÜM 1

POLİNOMLAR

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Polinomlar	2	1	1			

		YILLAR																												
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Polinomlar															1	1	1		1	1	2	1	1	1	1					

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																				
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Polinomlar	1	1	1	2	1		1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	2				1

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Polinomlar				1				1	2			2	1	1	

LYS SORULARI

1. **a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,**

$P(x) = (x + a).(x + b)$

polinomunun katsayılarının toplamı 15 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

(2012 – LYS1)

2. Gerçel katsayılı P(x), Q(x) ve R(x) polinomları veriliyor. Sabit terimi sıfırdan farklı P(x) polinomu için

$P(x) = Q(x) . R(x + 1)$

eşitliği sağlanıyor.

P'nin sabit terimi Q'nun sabit teriminin iki katı olduğuna göre, R'nin katsayılarının toplamı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 2

(2011-LYS1)

3. $P(x) = 2x^3 - (m+1)x^2 - nx + 3m - 1$

polinomu $x^2 - x$ ile tam bölünebildiğine göre, m – n kaçtır?

A) $\frac{-1}{3}$ B) $\frac{-1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

(2010-LYS1)

4. **P(x) üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere,**

$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$

$P(0) = 2$

olduğuna göre, P(1) kaçtır?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{8}{5}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $(1 - x + x^2)^{10} = a_a + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{20}x^{20}$

olduğuna göre, çift indisli kat sayıların toplamı olan $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + . . . + a_{20}$ kaçtır?

A) $2^{10} + 1$ B) $3^{10} - 1$ C) $4^{10} - 1$ D) $\frac{3^{10}+1}{2}$ E) $\frac{4^{10}+1}{2}$

(2009-ÖSS Mat 2)

2. Her x gerçel sayısı için

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=(x^2-1)(px^2+qx+r)+2x-1$

olduğuna göre, **a + c + e toplamı kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(2004-ÖSS)

3. Her x gerçel sayısı için,

$2x - 4 = ax(x - 1) + bx(x + 1) + c(x^2 - 1)$

olduğuna göre, **a.b.c çarpımı kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

(2003-ÖSS)

4. $\frac{10x-5}{x^2-4x-5} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+1}$

A – B farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2001-ÖSS)

5. P(x) bir polinom ve

$x^3 + ax - 8 = (x - 2).P(x)$

olduğuna göre, **P(2) nin değeri kaçtır?**

A) 36 B) 32 C) 24 D) 12 E) 0

(2000-ÖSS)

6. P(x) bir polinom ve

$P(x-1)+x^2 P(x+1)=x^3+3x^2+x+1$, P(2) = 4

olduğuna göre, **P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

(2000-ÖSS)

7. P(x) ve Q(x) polinomları için

$P(x+2) = (x^3-2x-3).Q(x) + x^2 + x + 1$

bağıntısı sağlanmaktadır. Q(x) in sabit terimi 5 olduğuna göre, **P(x) polinomu (x - 2) ile bölündüğünde kalan kaçtır?**

A) –16 B) –15 C) –14 D) 0 E) 1

(1999-ÖSS)

8. Katsayılarının toplamı –2 olan bir P(x) polinomunun (x+3) ile bölümünden kalan –10 dur. Buna göre, **P(x) polinomunun $x^2 + 2x - 3$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2x – 4 B) 2x – 1 C) 3x + 1 D) 20 E) –12

(1999-ÖSS İPTAL)

9. $Q(x)=x^3+5x^2+px-8$ polinomunun çarpanlarından biri (x–2) olduğuna göre, **p nin değeri kaçtır?**

A) –15 B) –10 C) 5 D) 13 E) 16

(1997-ÖSS)

10. Q(3x)=18x+6 olduğuna göre, **Q(x) polinomunun x–5 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 32 B) 36 C) 54 D) 86 E) 96

(1996-ÖSS)

11. $Q(x-2)=x^3-5x+a$ çok terimlisi veriliyor.

Q(x) çok terimlisinin sabit terimi 7 olduğuna göre, **Q(x) çok terimlisinin kat sayıları toplamı kaçtır?**

A) 11 B) 18 C) 21 D) 39 E) 47

(1995-ÖSS)

ÖYS SORULARI

1. Bir P(x) polinomunun x(x + 3) ile bölümünden kalan 9 – 9x olduğuna göre, **x + 3 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

(1998-ÖYS)

2. $P(x-2)=x^2-x-3$ olduğuna göre, **P(2x – 1) aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2x^2-x-3$ B) $2x^2-x+3$ C) $4x^2+2x-3$ D) $4x^2+4x-3$ E) $4x^2+4x-2$

(1997-ÖYS)

3. $P(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 + x^2 + ax$ polinomunun x^2+1 ile kalansız bölünebilmesi için, **a kaç olmalıdır?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) –1

(1996-ÖYS)

4. $P(x-2)=(x^2+1)Q(x-1)-x-1$ eşitliği verilmiştir. P(x) polinomunun (x–3) ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre, **Q(x) polinomunun (x–4) ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1994-ÖYS)

5. $P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 27$ polinomu, Q(x) polinomu ile bölündüğünde, bölüm x + 5 olduğuna göre, **kalan kaçtır ?**

A) –2 B) –1 C) 2 D) 3 E) 4

(1993-ÖYS)

6. $\dfrac{a^8+4a^2-8}{a^2+2}$ **işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $a^6-a^5+a^4-4$ B) $a^6-a^5-4a^4-4$ C) $a^6-2a^4+4a^2-4$ D) a^6-a^5-4 E) a^6+4a^2-4

(1992-ÖYS)

7. $P(x-1) + P(x+1) = 4x^2 - 2x + 10$ olduğuna göre, **P(x) polinomu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x^2-x-3$ B) $2x^2+x-3$ C) $2x^2-x+3$ D) $4x^2+x-1$ E) $4x^2-x+1$

(1991-ÖYS)

8. P(x) ve Q(x) polinomlarının x – 1 ile bölümünden kalanlar sırası ile –4 ve 6 olduğuna göre, **t nin hangi değeri için 3P(x)+tQ(x) polinomu x – 1 ile tam olarak bölünür?**

A) –3 B) –2 C) 1 D) 2 E) 3

(1990-ÖYS)

9. $P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$ nin iki katlı bir kökü x = 2 olduğuna göre, **a ile b arasındaki bağıntı nedir?**

A) 32a + b + 10 = 0 B) 32a + b + 36 = 0 C) 16a + b – 24 = 0 D) 16a + b – 32 = 0 E) 16a + 2b + 24 = 0

(1989-ÖYS)

10. P(x), Q(x) gibi iki polinomun x – 5 ile bölümünden kalan sırasıyla 2 ve 3 ise, **P(x)Q(x) çarpımının x–5 ile bölümünden kalan ne olur?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(1988-ÖYS)

11. Bir polinomun $(x-2)^2$ ile bölümünden kalan 3x+8 olduğuna göre, **bu polinomun x–2 ile bölümünden kalan nedir?**

A) 15 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

(1987-ÖYS)

12. $Q(x)=x^3+3x^2-2x-3$ çokterimlisi P(x) gibi bir çok terimli ile bölünüyor. **Bölüm x olduğuna göre, kalan ne olur?**

A) 3 B) 1 C) –3 D) –2 E) –1

(1985-ÖYS)

13. $P(x)=(x^3+2x^2-3x+1)Q(x)+x+1$ bağıntısında Q(x) bir polinomdur. P(x) in x–1 ile bölümündeki kalan 5 olduğuna göre, **Q(x) in x–1 ile bölümündeki kalan nedir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(1984-ÖYS)

14. $P(x)=2x^{17}+ax^{11}-4$ olduğuna göre, **a nın hangi değeri için P(x) in çarpanlarından biri (x–1) dir?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) –1 E) –2

(1984-ÖYS)

15. $\frac{P(x-2)}{Q(x)} = x^2 - x - 2$ bağıntısı veriliyor.
Q(x) polinomunun (x–3) ile bölümündeki kalan 3 olduğuna göre P(1) in değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

(1983-ÖYS)

16. $P(x) = 3x^{36} - 5x^{18} - 4$ **polinomunun** $(x^9 + \sqrt{3})$ **e bölümündeki kalan nedir?**

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

(1982-ÖYS)

17. P(x) polinomunda $P(x+2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15$ olduğuna göre, **P(x) polinomunun (x–2) ile bölümündeki kalan nedir?**

A) 0 B) 2 C) 10 D) 15 E) –3

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $P(x) = (x-7)^{2m+1} + (x-1)^m + 4^{n-1}$ (m ve n pozitif tamsayılardır) **polinomunun (x–5) ile kalansız bölünebilmesi için m, n arasında aşağıdaki bağıntıdan hangisi bulunmalıdır?**

A) m = n B) m + 1 = n C) m – 2 = n D) 3m = 2n E) 2m + 1 = n

(1979-ÜSS)

2. $(x+y)^{-m} - x^{1-m} - y^{1-m}$ **polinomunun x+y ile bölünebilmesi için m nasıl bir sayı olmalıdır?**

A) Pozitif tek sayı
B) Negatif tek sayı
C) Pozitif herhangi bir tamsayı
D) Negatif herhangi bir tamsayı
E) Negatif çift sayı

(1978-ÜSS)

3. $P(x) = ax^3 + bx^2 + 4x - 1$ polinomu (x–1) ve (x+1) ile kalansız olarak bölünüyor.
Buna göre b nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(1977-ÜSS)

4. $(x-5)^n + (x-4)^n - 1$ **polinomunun (x–5)(x – 4) ile tam bölünebilmesi için n nasıl bir sayı olmalıdır?**

A) Pozitif çift
B) Negatif çift
C) Pozitif tek
D) Negatif tek
E) Her hangi bir pozitif sayı

(1977-ÜSS)

5. $p(x) = 3x^3 + 6x^2 - 2q + 1$ polinomu x = –1 için sıfıra eşit oluyor.
Buna göre q nun değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

(1974-ÜSS)

6. $x^3 + 2x^2 + px + q$ **ifadesinin** $x^2 + 3x + 2$ **ile bölünebilmesi için (p, q) değeri ne olmalıdır?**

A) (1, 0) B) (–1, –2) C) (0, –1) D) (0, 1) E) (0, 0)

(1974-ÜSS)

7. Bir f(x) polinomu $x^2 + x - 6$ ile bölündüğünde 5x+4 kalanını veriyor. **Bu polinom, x+3 ile bölündüğünde hangi kalanı verir?**

A) –11 B) –6 C) 0 D) 6 E) 14

(1973-ÜSS)

8. **p ve q aşağıdaki değer takımlarından hangisi olmalıdır ki** $x^4 + px^2 + q$ **polinomu** $x^2 + x + 1$ **ile bölünebilsin?**

A) p = –1; q = –2 B) p = 2; q = –1 C) p = –1; q = 2 D) p = 1; q = 1 E) p = 3; q = 1

(1969-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E	2.E	3.A	4.B

ÖSS

1.D	2.B	3.D	4.D	5.D	6.A
7.C	8.A	9.B	10.B	11.C	

ÖYS

1.C	2.C	3.B	4.B	5.C	6.C
7.C	8.D	9.B	10.A	11.B	12.C
13.B	14.C	15.D	16.A	17.D	

ÜSS

1.B	2.E	3.D	4.A	5.D	6.B
7.A	8.D				

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. P(x) = (x + a).(x + b) polinomunun katsayılarının toplamı
x = 1 için P(1) = (1 + a).(1 + b)
15 = (1 + a).(1 + b) olur.
a, b ∈ Z^+ olduğu için,
1 + a = 1 ve 1 + b = 5
~~a = 0~~ ve b = 14
ya da
1 + a = 3 ve 1 + b = 15
a = 2 ve b = 4 olur.
O hâlde, a + b = 2 + 4 = 6 bulunur.

Yanıt E

2. P(x) = Q(x) . R(x + 1)
P nin sabit terimi P(0),
Q nun sabit terimi Q(0),
R nin katsayılar toplamı da R(1) dir.
P(0) = 2.Q(0) olduğuna göre,
x = 0 için
P(0) = Q(0) . R(1)
2.Q(0) = Q(0) . R(1)
2 = R(1) bulunur.

Yanıt E

3. $P(x) = 2x^3 - (m+1)x^2 - nx + 3m - 1$ polinomu
$x^2 - x = x.(x-1)$ ile tam bölünebildiğine göre x ve x–1 ile de tam bölünür.
O hâlde, x = 0 için P(0) = 0 ve
x–1 = 0 ⇒ x=1 için P(1) = 0 olur.
$P(0) = 3m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$ ve
$P(1) = 2 - (m+1) - n + 3m - 1 = 0$
$\Rightarrow 2 - \left(\frac{1}{3} + 1\right) + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 = n$
$\Rightarrow \frac{2}{3} = n$ olur.
$m - n = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{-1}{3}$ bulunur.

Yanıt A

4. $P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$ ise P(x) polinomu

x+4, x+3 ve x–5 ile kalansız bölünür.

O hâlde, polinom

$P(x) = a.(x+4).(x+3).(x-5)$ biçimindedir.

$P(0) = 2$ ise a yı hesaplayabiliriz.

$P(0) = a.(4).(3).(-5)$

$2 = a.(-60)$

$a = \frac{-1}{30}$ olur.

$P(x) = \frac{-1}{30}.(x+4).(x+3).(x-5)$ ise

$P(1) = \frac{-1}{30}.5.4.(-4)$

$P(1) = \frac{8}{3}$ bulunur.

Yanıt B

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Çift dereceli terimlerin katsayıları toplamı,

x=1 için $(1-1+1)^{10} = a_0+a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{20}$

x=–1 için $+\ (1+1+1)^{10} = a_0-a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{20}$

$1+3^{10} = 2.a_0+2a_2+\ldots+2.a_{20}$

$1+3^{10} = 2.(a_0+a_2+\ldots+a_{20})$

$\frac{1+3^{10}}{2} = a_0+a_2+\ldots+a_{20}$ olur.

Yanıt D

2. $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=(x^2-1)(px^2+qx+r)+2x-1$

$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$ veya $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

x = 1 için

$a+b+c+d+e=(1-1).(p+q+r)+2.1-1$

$a+b+c+d+e=1$ .... ①

x = –1 için

$a-b+c-d+e=(1-1)(p+q+r)+2(-1)-1$

$a-b+c-d+e=-3$ bulunur. ....②

① ve ② eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa;

$a+b+c+d+e=1$

$+\ a-b+c-d+e=-3$

$2a+2c+2e=-2$

$a+c+e=-1$ olur.

Yanıt B

3. 1. yol

$2x-4 = ax(x-1)+bx(x+1)+c(x^2-1)$

$2x-4 = ax^2-ax+bx^2+bx+cx^2-c$

$2x-4 = (a+b+c)x^2+(-a+b)x-c$

$-c=-4 \Rightarrow c=4$

$a+b+c=0$

$+\ -a+b=2$

$2b+c=2$ $-a+b=2$

$2b+4=2$ $-a-1=2$

$b=1$ $a=-3$

$\Rightarrow a.b.c=-3.(-1).4=12$ bulunur.

2. yol

$2x-4 = ax(x-1)+bx(x+1)+c(x^2-1)$

$x=1 \Rightarrow -2=2b \Rightarrow b=-1$
$x=-1 \Rightarrow -6=2a \Rightarrow a=-3$
$x=0 \Rightarrow -4=-c \Rightarrow c=4$
$\Big\}\ a.b.c=(-1)(-3).4=12$ bulunur

Yanıt D

4. $\frac{10x-5}{(x-5)(x+1)} = \frac{A}{\underset{(x+1)}{x-5}} + \frac{B}{\underset{(x-5)}{x+1}}$

$\frac{10x-5}{(x-5)(x+1)} = \frac{A(x+1)+B(x-5)}{(x-5)(x+1)}$

$10x-5 = Ax+A+Bx-5B$

$10x-5 = (A+B)x+A-5B$

$^{5/}A+B=10$

$A-5B=-5$

$6a=45$

$A=15/2$

$A+B=10$

$15/3+B=10 \Rightarrow B=5/2$

$A-B = \frac{15}{2}-\frac{5}{2} = 5$ bulunur.

Yanıt D

5. $x^3+ax-8=(x-2).P(x)$ ise

$x=2$ için $2^3+a.2-8=(2-2).P(2)$

$8+2a-8=0$

$2a=0$

$a=0$ olur.

$x^3+0.x-8=(x-2).P(x)$

$x^3-8=(x-2).P(x)$

$(x-2)(x^2+2x+4)=(x-2).P(x)$

$\Rightarrow P(x)=x^2+2x+4$ tür.

$x=2$ için $P(2)=4+4+4=12$ bulunur.

Yanıt D

6. $P(x-1)+x^2.P(x+1)=x^3+3x^2+x+1$ ve

$P(2)=4$

P(x) in sabit terimini bulmak için P(0) hesaplanmalıdır.

x = 1 için

$P(1-1)+1^2.P(1+1)=1^3+3.1^2+1+1$

$\Rightarrow P(0)+P(2)=6$

$\Rightarrow P(0)+4=6$

$\Rightarrow P(0)=2$ bulunur.

Yanıt A

7. $P(x+2)=(x^3-2x-3).Q(x)+x^2+x+1$

Q(x) in sabit terimi 5 ise $Q(0)=5$ tir.

P(x) in (x – 2) ile bölümünden kalanı bulmak için

$x-2=0 \Rightarrow x=2$ ve P(2) bulunmalıdır.

x = 0 için

$P(0+2)=(0-0-3).Q(0)+0^2+0+1$

$P(2)=-3.5+1=-15+1=-14$ bulunur.

Yanıt C

8. P(x) in kat sayıları toplamı –2 ise $P(1)=-2$

P(x) in (x + 3) ile bölümünden kalan –10 ise

$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow P(-3)=-10$ dur.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x^2+2x-3 \\ \cline{2-2} & M(x) \\ \hline K(x) & \end{array}$$

ve $K(x)=ax+b$ dir.

$P(x) = (x^2+2x-3).M(x)+K(x)$

$= (x+3)(x-1).M(x)+ax+b$

$P(1) = (x+3).0.M(x)+a+b=-2$

$a+b=-2$

$P(-3)=0.(x-1).M(x)-3a+b=-10$

$-3a+b=-10$ dur.

$\left.\begin{array}{r} a+b=-2 \\ -3a+b=-10 \end{array}\right\}$ ortak çözüm yapılırsa,

$a+b=-2$

$+\ 3a-b=10$

$4a=8$

$a=2$ ve $a+b=-2$

$2+b=-2$

$b=-4$ olur.

$K(x)=ax+b=2x-4$ bulunur.

Yanıt A

9. $Q(x)=x^3+5x^2+px-8$ in çarpanlarından biri

(x – 2) ise, Q(x) in (x – 2) ye bölümünden kalan

0 dır. Yani,

$x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow Q(2)=0$ dır.

$Q(2)=2^3+5.2^2+p.2-8=0$

$2p=-20$

$p=-10$ dur.

Yanıt B

10. $Q(3x) = 18x + 6$ ise $Q(x)$ in $x - 5$ ile bölümünden kalanı bulmak için $Q(5)$ bulunmalıdır.

$3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$

$x = \frac{5}{3}$ için $Q(3.\frac{5}{3}) = 18.\frac{5}{3} + 6$

$Q(5) = 36$ bulunur.

Yanıt B

11 $Q(x - 2) = x^3 - 5x + a$

$Q(x)$ in sabit terimi 7 ise $Q(0) = 7$ dir.

$Q(x)$ in katsayıları toplamı $Q(1)$ dir.

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$Q(2 - 2) = 2^3 - 5 . 2 + a$

$Q(0) = 8 - 10 + a$

$\Rightarrow 7 = -2 + a \Rightarrow a = 9$

$x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$

$Q(3 - 2) = 3^3 - 5 . 3 + a$

$Q(1) = 27 - 15 + 9 = 21$ bulunur.

Yanıt C

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $P(x)$ | $x(x + 3)$

$Q(x) \Rightarrow P(x) = x(x+3) . Q(x) + 9 - 9x$

$9 - 9x$

$P(x)$ in $x + 3$ ile bölümünden kalanı bulmak için $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ yazılmalıdır.

$P(-3) = \underbrace{-3.(-3+3).Q(-3)}_{0} + 9 - 9.(-3)$

$= 9 + 27$

$= 36$ bulunur.

Yanıt C

2. $P(x - 2) = x^2 - x - 3$ ise

x yerine $2x + 1$ yazılarak,

$P(2x + 1 - 2) = (2x + 1)^2 - (2x + 1) - 3$

$P(2x - 1) = 4x^2 + 4x + 1 - 2x - 1 - 3$

$= 4x^2 + 2x - 3$ bulunur.

Yanıt C

3. $P(x)$ in $x^2 + 1$ ile kalansız bölünmesi için $(x^2 + 1)$ in katı olması gerekir.

$P(x) = (x^2 + 1) . Q(x)$ şeklindedir.

$P(x)$ polinomunda $x^2 = -1$ yazılırsa

$x^4 + \frac{1}{2} x^3 + x^2 + ax = (x^2 + 1) . Q(x)$

$(-1)^2 + \frac{1}{2} . (-1) . x - 1 + ax = (-1 + 1) . Q(x)$

$-\frac{x}{2} + ax = 0 \Rightarrow (-1/2 + a)x = 0$

$-\frac{1}{2} + a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ olmalıdır.

Yanıt B

4. $P(x)$ in $(x - 3)$ ile bölümünden kalan 20 ise

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ ve $P(3) = 20$ dir.

$Q(x)$ in $(x - 4)$ ile bölümünden kalan;

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow Q(4)$ istenmektedir.

$P(x - 2) = (x^2 + 1) . Q(x - 1) - x - 1$ ifadesinde $x = 5$ yazılırsa

$P(3) = (5^2 + 1) . Q(4) - 5 - 1$

$\Rightarrow 20 = 26 . Q(4) - 6$

$\Rightarrow Q(4) = 1$ bulunur.

Yanıt B

5. $P(x)$ | $Q(x)$

$x + 5 \Rightarrow P(x) = (x + 5) . Q(x) + k$

$k = ?$ $\quad x = -5$ yazılırsa

$P(-5) = (-5 + 5) . Q(-5) + k$

$(-5)^3 + 5.(-5)^2 + 5.(-5) + 27 = 0 + k$

$k = 2$ bulunur.

Yanıt C

6.

$$\begin{array}{r|l} a^8 + 4a^2 - 8 & a^2 + 2 \\ \hline -\;a^8 + 2a^6 & a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4 \\ -2a^6 + 4a^2 - 8 & \\ -\;-2a^6 - 4a^4 & \\ 4a^4 + 4a^2 - 8 & \\ -\;4a^4 + 8a^2 & \\ -4a^2 - 8 & \\ -\;-4a^2 - 8 & \\ 0 & \end{array}$$

Bölme işleminin sonucu $a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4$ olur.

Yanıt C

7. <u>1. yol</u>

$P(x - 1) + P(x + 1) = 4x^2 - 2x + 10$ ise

$P(x) = ax^2 + bx + c$ şeklinde olmalıdır.

$P(x - 1) = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$

$= ax^2 - 2ax + a + bx - b + c$

$= ax^2 + (-2a + b)x + a - b + c$

$P(x + 1) = a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$

$= ax^2 + 2ax + a + bx + b + c$

$= ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$

$ax^2+(-2a+b)x+a-b+c+ax^2+(2a+b)x+a+b+c=4x^2-2x+10$

$2ax^2+(-2a + b + 2a + b)x+2a + 2c=4x^2 - 2x + 10$

$2ax^2 + 2bx + 2a + 2c = 4x^2 - 2x + 10$

$2a = 4 \Rightarrow a = 2$

$2b = -2 \Rightarrow b = -1$

$2a + 2c = 10 \Rightarrow a + c = 5$

$2 + c = 5 \Rightarrow c = 3$

$P(x) = ax^2 + bx + c = 2x^2 - x + 3$ olur.

<u>2. yol</u>

x'e değer vererek seçenekler denenebilir.

$x = 0$ için $P(-1) + P(1) = 10$

$x = 1$ için $P(0) + P(2) = 12$

ifadeleri (C) seçeneğindeki $P(x) = 2x^2 - x + 3$ polinomunu sağlar.

Yanıt C

8. $P(x)$ in $(x - 1)$ ile bölümünden kalan -4 ise

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ ve $P(1) = -4$ tür.

$Q(x)$ in $(x - 1)$ ile bölümünden kalan 6 ise

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ ve $Q(1) = 6$ dır.

$3P(x) + t . Q(x)$ polinomu $x - 1$ ile tam bölünecekse $x = 1$ için

$3P(1) + t . Q(1) = 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow 3 . (-4) + t . (6) = 0$

$\Rightarrow 6t = 12 \Rightarrow t = 2$ bulunur.

Yanıt D

9. <u>1. yol</u>

$P(x)$ in iki katlı bir kökü $x = 2$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomu $(x - 2)^2$ ile tam bölünüyor demektir. Horner yöntemini kullanılarak çözüm yapılırsa; $P(x)$ polinomu $(x - 2)$ ile tam bölünmeli, sonra da $P(x)$ i $(x - 2)$ ile böldüğümüzde elde edilecek bölüm, $(x - 2)$ ile tam bölünmelidir.

	a	4	–3	b	c
2		2a	4a+8	8a+10	16a+2b+20
	a	2a+4	4a+5	8a+b+10	16a+2b+c+20=0
2		2a	8a+8	24a+26	
	a	4a+4	12a+13	32a+b+36=0	

$P(x)$ in $(x - 2)^2$ ile bölümünden kalan 0 olduğu için

$32a + b + 36 = 0$ bulunur.

<u>2. yol</u>

Bu problemi türev yardımıyla çözmek daha kolaydır.

$P(2) = 0$ ve $P'(2) = 0$ olmalıdır.

$P(2) = 16a + 32 - 12 + 2b + c = 0$

$16a + 2b + c + 20 = 0$

$P'(x) = 4ax^3 + 12x^2 - 6x + b$

$P'(2) = 4a(2)^3 + 12 . (2)^2 - 6 . 2 + b = 0$

$32a + b + 36 = 0$ bulunur.

Yanıt B

10. P(x) in $(x-5)$ ile bölümünden kalan 2 ise

$x-5=0 \Rightarrow x=5$ ve $P(5)=2$ dir.

Q(x) in $(x-5)$ ile bölümünden kalan 3 ise

$x-5=0 \Rightarrow x=5$ ve $Q(5)=3$ tür.

$P(x) \cdot Q(x)$ in $(x-5)$ ile bölümünden kalanı bulmak için

$x-5=0 \Rightarrow x=5$ yazılmalıdır.

$P(5) \cdot Q(5) = 2 \cdot 3 = 6$ bulunur.

Yanıt A

11. Polinom P(x) olsun

$$\begin{array}{r|l} P(x) & (x-2)^2 \\ \hline - & Q(x) \\ 3x+8 & \end{array} \Rightarrow P(x) = (x-2)^2 \cdot Q(x) + 3x + 8$$

P(x) in $(x-2)$ ile bölümünden kalanı bulmak için

$x-2=0 \Rightarrow x=2$ yazılmalıdır.

$P(2) = (2-2)^2 \cdot Q(2) + 3 \cdot 2 + 8$

$= 0 \cdot Q(2) + 14$

$= 14$ bulunur.

Yanıt B

12. $Q(x) = x \cdot P(x) + k$

$x^3 + 3x^2 + 2x - 3 = x \cdot P(x) + k$

$x = 0$ için

$0 + 0 - 0 - 3 = 0 \cdot P(x) + k$

$k = -3$ bulunur.

Yanıt C

13. P(x) in $(x-1)$ ile bölümünden kalan 5 ise

$x-1=0 \Rightarrow x=1$ ve $P(1)=5$ tir.

Q(x) in $(x-1)$ ile bölümünden kalanı bulmak için

$x-1=0 \Rightarrow x=1$, Q(1) bulunmalıdır.

$P(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) \cdot Q(x) + x + 1$

$x = 1$ için

$P(1) = (1 + 2 - 3 + 1) \cdot Q(1) + 1 + 1$

$\Rightarrow 5 = Q(1) + 2 \Rightarrow Q(1) = 3$ bulunur.

Yanıt B

14. $P(x) = 2x^{17} + ax^{11} - 4$ ün çarpanlarından birisi $(x-1)$ olacaksa

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ ve $P(1) = 0$ olmalıdır.

$P(1) = 2 \cdot 1^{17} + a \cdot 1^{11} - 4 = 0$

$2 + a - 4 = 0$

$a = 2$ bulunur.

Yanıt C

15. $\dfrac{P(x-2)}{Q(x)} = x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$

$\Rightarrow P(x-2) = (x-2) \cdot (x+1) \cdot Q(x)$ tir.

Q(x) in $(x-3)$ ile bölümünden kalan 3 ise

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$Q(3) = 3$ tür.

P(1) i bulmak için $x = 3$ yazılmalıdır.

$P(3-2) = (3-2) \cdot (3+1) \cdot Q(3)$

$P(1) = 1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$ bulunur.

Yanıt D

16. $P(x) = 3x^{36} - 5x^{18} - 4$ polinomunun $(x^9 + \sqrt{3})$ ile bölümünden kalanı bulmak için

$x^9 + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x^9 = -\sqrt{3}$ yazılmalıdır.

$P(x) = 3 \cdot (x^9)^4 - 5 \cdot (x^9)^2 - 4$

$= 3 \cdot (-\sqrt{3})^4 - 5 \cdot (-\sqrt{3})^2 - 4$

$= 3 \cdot 9 - 5 \cdot 3 - 4$

$= 8$ bulunur.

Yanıt A

17. $P(x+2) = 2x^3 + 10x^2 - 3x + 15$

P(x) in $x-2$ ile bölümünden kalanı bulmak için

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$, P(2) bulunmalıdır.

$x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$ yazalım;

$P(0+2) = 2 \cdot 0^3 + 10 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 15$

$P(2) = 15$ bulunur.

Yanıt D

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. P(x) in $(x-5)$ ile kalansız bölünmesi için

$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$ için $P(5) = 0$ olmalıdır.

$P(x) = (x-7)^{2m+1} + (x-1)^m + 4^{n-1}$

$P(5) = (-2)^{2m+1} + (4)^m + 4^{n-1} = 0$

$(-2)^{2m} \cdot (-2) + 4^m + 4^{n-1} = 0$

$[(-2)^2]^m \cdot (-2) + 4^m + 4^{n-1} = 0$

$-2 \cdot 4^m + 4^m + 4^{n-1} = 0 \Rightarrow 4^m = 4^{n-1} \Rightarrow m = n-1$ olmalıdır.

Yanıt B

2. $(x+y)^{-m} - x^{1-m} - y^{1-m}$ ifadesinde x yerine $-y$ yazıldığında sıfır olmalıdır.

$(-y+y)^{-m} - (-y)^{1-m} - y^{1-m} = 0$

$0 - (-y)^{1-m} - y^{1-m} = 0$

$-(-y)^{1-m} = y^{1-m}$ olması için $(1-m)$ nin tek sayı olması, yani m nin negatif çift sayı olması gerekir.

Yanıt E

3. P(x) polinomu, $(x-1)$ ve $(x+1)$ ile kalansız bölünüyorsa $P(1) = 0$ ve $P(-1) = 0$ olmalıdır.

$P(x) = ax^3 + bx^2 + 4x - 1$

$P(1) = a + b + 4 - 1 = 0 \Rightarrow a + b = -3$

$P(-1) = -a + b - 4 - 1 = 0 \Rightarrow \underline{+\; -a + b = 5}$

$2b = 2 \Rightarrow b = 1$ bulunur.

Yanıt D

4. $(x-5)^n + (x-4)^n - 1$ ifadesi $(x-5)(x-4)$ ile tam bölünüyorsa $x = 5$ ve $x = 4$ için sıfıra eşit olur.

$x = 4$ için $(4-5)^n + (4-4)^n - 1 = 0$

$(-1)^n + 0 - 1 = 0$

$(-1)^n = 1$ olması için

n sayısının çift olması gerekir ancak ifade bir polinom olduğuna göre, negatif bir çift sayı olamaz. n sayısı pozitif çift bir sayı olmalıdır.

Yanıt A

5. $P(x) = 3x^3 + 6x^2 - 2q + 1$

$x = -1$ için sıfır oluyorsa

$P(-1) = 3(-1)^3 + 6(-1)^2 - 2q + 1 = 0$

$-3 + 6 - 2q + 1 = 0$

$4 = 2q$ ve $q = 2$ bulunur.

Yanıt D

6. $(x^3 + 2x^2 + px + q)$ nun $(x^2 + 3x + 2)$ ile bölünebilmesi için kalan 0 olmalıdır.

1. yol

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 2x^2 - px + q & x^2 + 3x + 2 \\ \underline{-\; x^3 + 3x^2 + 2x} & x - 1 \\ \quad -x^2 + (p-2)x + q & \\ \quad \underline{-\; -x^2 - 3x - 2} & \\ \quad (p - 2 + 3)x + q + 2 = 0 & \end{array}$$

$(p+1)x + q + 2 = 0$

$p + 1 = 0 \Rightarrow p = -1$ ve

$q + 2 = 0 \Rightarrow q = -2$ olmalıdır.

2. yol

$(x^3 + 2x^2 + px + q) = (x^2 + 3x + 2)(ax + b) + 0$

$\Rightarrow (x^3 + 2x^2 + px + q) = (x+1)(x+2) \cdot (ax + b)$

$x = -1$ için $-1 + 2 - p + q = 0 \Rightarrow p - q = 1$

$x = -2$ için $-8 + 8 - 2p + q = 0 \Rightarrow \underline{+\; -2p + q = 0}$

$-p = 1$

$p = -1$ ve

$-1 - q = 1.$

$q = -2$ bulunur

Yanıt B

7.

$$\begin{array}{r|l} f(x) & x^2+x-6 \\ \cline{2-2} & Q(x) \\ - & \\ \hline 5x+4 & \end{array}$$

$\Rightarrow f(x) = (x^2 + x - 6) \,.\, Q(x) + 5x + 4$

f(x) in x + 3 ile bölümünden kalanı bulmak için

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ yazılmalıdır.

$f(-3) = ((-3)^2 - 3 - 6) \,.\, Q(-3) + 5(-3) + 4$

$= 0 - 15 + 4$

$= -11$ bulunur.

Yanıt A

8. $x^4 + px^2 + q$ ifadesi $x^2 + x + 1$ ifadesinin katı olmalıdır. Bir başka deyişle, $x^2 + x + 1$ ifadesine tam bölünmelidir.

O yüzden, $x^4 + px^2 + q$ ifadesinde x^2 yerine $-x - 1$ yazıldığında sonuç 0 olmalıdır.

$x^4 + px^2 + q = (x^2)^2 + px^2 + q$

$= (-x - 1)^2 + p(-x - 1) + q$

$= x^2 + 2x + 1 - px - p + q$

↓

tekrar $(-x - 1)$ yazılmalıdır.

$\Rightarrow -x - 1 + 2x + 1 - px - p + q = 0$

$(1 - p)x - p + q = 0$

$1 - p = 0 \Rightarrow p = 1$

$-p + q = 0 \Rightarrow -1 + q = 0 \Rightarrow q = 1$

Yanıt D

BÖLÜM 2

II. DERECEDEN DENKLEMLER, EŞİTSİZLİKLER, FONKSİYONLAR

A. II. Dereceden Denklemler

B. II. Dereceden Eşitsizlikler

C. II. Dereceden Fonksiyonlar

		YILLAR				
		2010	2011	2012		
LYS	II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar	4	3	2		

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar									1						1		1			2			2				2	2		1

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar	4	3	2	1	1		2	1	2	1	3	2	5		1	2	5	3	2	1	1	1

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	II. Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler, Fonksiyonlar	4	4	3	2		6	3	2	7	5	4	2	2	2	4

A. II. Dereceden Denklemler

LYS SORULARI

1. $P(x) = x^2 - 2x + m$

$Q(x) = x^2 + 3x + n$

polinomları veriliyor.

Bu iki polinom ortak bir köke sahip ve P(x) polinomunun kökleri eşit olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 2 D) 4 E) 5

(2012-LYS1)

2. $(3x - 1)(x + 1) + (3x - 1)(x - 2) = 0$

eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $x^2 - 2x - 4 = 0$

denkleminin kökleri m_1 ve m_2 dir.

Buna göre, aşağıdaki denklemlerden hangisinin kökleri $\frac{1}{m_1}$ ve $\frac{1}{m_2}$ dir?

A) $2x^2 - x + 4 = 0$ B) $2x^2 + x + 1 = 0$

C) $4x^2 + 2x - 1 = 0$ D) $4x^2 + 3x - 4 = 0$

E) $8x^2 - 3x + 4 = 0$

(2009-ÖSS Mat 2)

2. $1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = 0$

denklemini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(2009-ÖSS Mat 1)

3. $x^2 - ax + 16 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5$ **olduğuna göre, a kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 17

(2008-ÖSS Mat 2)

4. $(x - 2)(x + 2)(x + 5) = (x - 1)(x + 1)(x + 4)$

denklemiyle aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözüm kümesi aynıdır?

A) $x^3 + 5x^2 + 4x = 0$ B) $x^2 - 3x - 16 = 0$

C) $x^2 - 4x + 24 = 0$ D) $3x + 16 = 0$

E) $5x - 4 = 0$

(2007-ÖSS Mat 1)

5. $(x^2 - x - 2)(x + 5) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 1 C) –2 D) –4 E) –6

(2007-ÖSS Mat 1)

6. $(1 - m)x^2 + 4x + m^2 - 4 = 0$ **denkleminin biri pozitif, diğeri negatif iki gerçel kökü varsa m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(1, \infty)$ B) $(-2, 2)$

C) $(-1, 0) \cup (1, \infty)$ D) $(-2, 1) \cup (2, \infty)$

E) $(-2, 0) \cup (1, \infty)$

(2006-ÖSS Mat 2)

7. a pozitif bir gerçel sayı ve

$a^4 - 2a^2 = 8$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

(2006-ÖSS Mat 1)

8. $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{a} + 4 = 0$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) –2 D) –1 E) $\frac{-1}{2}$

(2006-ÖSS Mat 1)

9. $x > 0$ olmak üzere

$$(x^2 - \frac{4}{x^2})(\frac{x}{3x+2}) = \frac{x^2+2}{x}$$

olduğuna göre, **x kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

(2002-ÖSS)

10. Her x gerçel sayısı için,

$x^2 + ax - 5 = (x + 1)(bx + c)$

olduğuna göre, **a + b + c toplamı kaçtır?**

A) –9 B) –8 C) 0 D) 8 E) 9

(2002-ÖSS)

11. $(x + \frac{1}{x})^2 - 6(x + \frac{1}{x}) + 9 = 0$ denkleminin köklerinden biri x_1 dir.

Buna göre, $x_1^2 + \frac{1}{x_1^2}$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

(1999-ÖSS İPTAL)

ÖYS SORULARI

1. $a \neq -1$ olmak üzere

$(a + 1)x^2 - 2(a + 7)x + 27 = 0$ denkleminin kökleri eşit olduğuna göre, **a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) 15 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

(1998-ÖYS)

2. $4x^2 - 5x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{2 - x_1} + \frac{1}{2 - x_2}$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{13}{5}$

(1997-ÖYS)

3. $x^2 - 3mx + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4$ olduğuna göre, **m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-\infty, +\infty)$ B) $(-\infty, 12)$ C) $R - \{12\}$ D) $(3, 12)$ E) $(0, 12)$

(1996-ÖYS)

4. $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$ denkleminin kökleri, sıfırdan farklı olan x_1 ve x_2 sayılarıdır.

Buna göre, büyük kök kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

(1993-ÖYS)

5. $x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ise $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ **nin pozitif değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

(1992-ÖYS)

6. $(x + t)^2 + 2b(x + t) + c = 0$, $t \in R$ **denkleminde köklerin gerçel olmaması için b ile c arasındaki bağıntı ne olmalıdır?**

A) $b^2 + c > 1$ B) $b^2 + c < 1$ C) $b^2 > c$ D) $b^2 < c$ E) $b^2 = c$

(1991-ÖYS)

7. $2x^2 - 5x + p^2 + q^2 = 0$ denkleminin kökleri p ve q olduğuna göre, **diskriminantı kaçtır?**

A) 17 B) 9 C) 1 D) 0 E) –1

(1989-ÖYS)

8. $x^2 - 2x + a = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, **a nın hangi değeri için $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 5$ olur?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(1987-ÖYS)

9. $a + b \neq 0$, koşulu ile $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x}$ **denkleminin köklerinin çarpımı nedir?**

A) $-\frac{a}{b}$ B) $-\frac{1}{ab}$ C) $\frac{1}{ab}$ D) –ab E) ab

(1985-ÖYS)

10. $\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-1}{x-5} = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olduğuna göre, **$x_1 + x_2$ toplamı kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(1982-ÖYS)

11. $x^2 + ax + b = 0$ denkleminin bir kökü 3,

$x^2 + cx + d = 0$ denkleminin bir kökü –5 tir.

Bu iki denklemin diğer kökleri eşit olduğuna göre, **a – c nin değeri nedir?**

A) –8 B) –6 C) –3 D) –2 E) –1

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $ax^2 - 6x - 9 = 0$ denkleminin kökleri $x_1 = x_2$ ise, **a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) 2 C) –1 D) –2 E) –3

(1980-ÜSS)

2. Bir bilinmeyenli bir ikinci derece denkleminin birbirinden farklı ve birer reel sayı olan x_1, x_2 kökleri

$x_1(x_2 - 1) - x_2 = m + 2$

$x_2(2x_1 + 1) + x_1 = 1 - m$

bağıntılarını sağlamaktadır. **m değerlerinin oluşturduğu küme aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (–3, 2) B) $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ C) $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ D) [0, 2] E) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

(1980-ÜSS)

3. $x^2 + (m + n - 10)x + (2m - n + 5) = 0$ denkleminin köklerinin toplamı ile çarpımı olan sayılar kendi aralarında asal ve köklerin terslerinin toplamı $\frac{5}{6}$ olduğuna göre, **m nin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) –3 B) –2 C) 1 D) 2 E) 3

(1979-ÜSS)

4. m < 0 ise, $x^2 - (m - 1)x - \frac{m}{2} = 0$ **denkleminin kökleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) Gerçel kök yoktur.

B) İki katlı kök vardır.

C) Ters işaretli iki kökü vardır.

D) Sıfırdan küçük iki kök vardır.

E) Sıfırdan büyük iki kök vardır.

(1978-ÜSS)

5. $3x^2 - mx - 7m = 0$ denkleminin ters işaretli iki kökü vardır. **$|x_1| > |x_2|$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $m > 0$ ve $x_1 < x_2$ B) $m < 0$ ve $x_1 > 0$
C) $m > 0$ ve $x_2 > 0$ D) $m > 0$ ve $x_1 < 0$
E) $m > 0$ ve $x_1 > x_2$

(1977-ÜSS)

6. **Aşağıdakilerden hangisi $\frac{1}{8x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{6} = 0$ denkleminin büyük köküdür?**

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(1975-ÜSS)

7. $x^2 + px + q = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olsun. **Kökleri $x_1 + 1$, $x_2 + 1$ olan denklem aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + (p + 2)x + q - p = 0$
B) $x^2 + (p + 2)x + q - p + 1 = 0$
C) $x^2 + (p - 2)x + q - p + 1 = 0$
D) $x^2 - (p - 2)x - q + p - 1 = 0$
E) $x^2 - (p - 2)x - q + p = 0$

(1974-ÜSS)

8. $x^2 + kx + 6 = 0$ ve $x^2 - kx + 6 = 0$ denklemleri veriliyor.
İkinci denklemin köklerinin birinci denklemin köklerinden 5 er fazla olması için k nın değeri ne olmalıdır?

A) –1 B) 1 C) 3 D) 5 E) 7

(1974-ÜSS)

9. $m^2x^2 - (2m + 1)x + 1 = 0$ **denkleminde köklerin eşit olması halinde m, aşağıdaki hangi sayıya eşit olur?**

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) 0 E) $\frac{1}{8}$

(1974-ÜSS)

10. $x^2 - x + p = 0$ **denkleminde köklerin küpleri toplamının 37 olması için p nin değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

A) –6 B) –8 C) –10 D) –12 E) 6

(1973-ÜSS)

11. $x^2 - 2px + 3p + 4$ **ifadesinin tam kare olabilmesi için p aşağıdaki değerlerden hangisini almalıdır?**

A) $p > 1$ B) $1 < p < 15$
C) $-2 < p < 13$ D) $p = 3$ veya $p = 1$
E) $p = 4$ veya $p = -1$

(1973-ÜSS)

12. $x^2 + (2m - 1)x + m - 3 = 0$ **parametrik denkleminde m ne olmalıdır ki x_1 ve x_2 kökleri için $x_1^2 + x_2^2 = 7$ eşitliği olsun?**

A) $m_1 = 3$; $m_2 = 4$ B) $m_1 = -1$; $m_2 = 2$
C) $m_1 = 0$; $m_2 = 1,5$ D) $m_1 = 2,5$; $m_2 = 3$
E) $m_1 = 1$; $m_2 = -1$

(1972-ÜSS)

13. $x^2 - 2mx + m + 2$ **ifadesinin tam kare olabilmesi için m aşağıdaki değerlerden hangisini almalıdır?**

A) $-1 < m < 2$ B) $m = 0$
C) $m = -2$ D) $m = -1$ veya $m = 2$
E) $m = -2$ veya $m = 1$

(1971-ÜSS)

14. **Kökleri $x_1 = 3 - 2\sqrt{2}$ ve $x_2 = 3 + 2\sqrt{2}$ olan ikinci derece denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - (6 - 4\sqrt{2})x + 1 = 0$
B) $x^2 + 6x + 1 = 0$
C) $x^2 + (6 - 4\sqrt{2})x - 5 = 0$
D) $x^2 - 6x + 1 = 0$
E) $x^2 - 6x + (17 - 12\sqrt{2}) = 0$

(1968-ÜSS)

15. $ax^2 + bx + c$ üç terimlisinin, x ne olursa olsun, **negatif olması için aşağıdaki ifadelerden hangisi mevcut olmalıdır?**

A) $\Delta < 0, a > 0$ B) $\Delta > 0, a < 0$ C) $\Delta < 0, a > 0$
D) $\Delta < 0, a < 0$ E) $\Delta = 0, a < 0$

(1968-ÜSS)

16. $(m - 1)x^2 - mx + m + 1 = 0$ **denkleminde kökler çarpımının –2 olması için m aşağıdaki sayılardan hangisine eşit olmalıdır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 2

(1968-ÜSS)

17. $x^2 - 2x + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ **ifadesinin 2 ye eşit olması için m aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(1967-ÜSS)

18. $2x^2 - 4x + m - 3 = 0$ **denkleminde $x_1^2 + x_2^2 = 4$ olması için m aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1967-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.B	2. D				

ÖSS

1.C	2.A	3.E	4.B	5.D	6.D
7.E	8.E	9.D	10.B	11.C	

ÖYS

1.B	2.D	3.D	4.E	5.A	6.D
7.D	8.C	9.E	10.B	11.A	

ÜSS

1.C	2.E	3.D	4.D	5.E	6.B
7.C	8.D	9.C	10.D	11.E	12.C
13.D	14.D	15.D	16.D	17.D	18.D

A. II. Dereceden Denklemler

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $P(x) = x^2 - 2x + m$ polinomunun kökleri eşit olduğuna göre, bir tam karedir.
$P(x) = x^2 - 2x + m$
$P(x) = (x - 1)^2 \Rightarrow m = 1$ olur.
$(x - 1)^2 = 0$ için $x = 1$ bulunur.
P(x) ve Q(x) polinomlarının kökleri eşit olduğu için x = 1 değeri Q(x) polinomununda kökü olur.
$Q(1) = 0$
$1 + 3 + n = 0$
$n = -4$ tür.
$m + n = 1 - 4$
$= -3$ bulunur.

Yanıt B

2. $(3x-1) . (x+1) + (3x-1) . (x-2) = 0$
$\Rightarrow (3x-1)(x+1 + x-2) = 0$
$\Rightarrow (3x-1) . (2x-1) = 0$
$\Rightarrow 3x-1 = 0$ ve $2x - 1 = 0$
$3x = 1$ $2x = 1$
$x = \frac{1}{3}$ $x = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 + 3}{6} = \frac{5}{6}$ bulunur.
(2) (3)

Yanıt D

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri m_1 ve m_2 ise
$m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2$ ve
$m_1.m_2 = \frac{c}{a} = -\frac{4}{1} = -4$ tür.
İstenen denklemin kökler toplamı;
$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1.m_2} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$ ve
kökler çarpımı
$\frac{1}{m_1} . \frac{1}{m_2} = \frac{1}{m_1.m_2} = \frac{1}{-4} = \frac{-1}{4}$ tür. O hâlde,
$x^2 - (\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2})x + \frac{1}{m_1} . \frac{1}{m_2} = 0 \Rightarrow x^2 - (-\frac{1}{2})x - \frac{1}{4} = 0$
$\Rightarrow 4x^2 + 2x - 1 = 0$ denklemi bulunur.

Yanıt C

2. $\underset{(x^2)}{\frac{1}{1}} + \underset{(x)}{\frac{2}{x}} - \underset{(1)}{\frac{3}{x^2}} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x^2} = 0 \ldots (x \neq 0)$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

3 −1

$\Rightarrow (x+3).(x-1) = 0$

$\Rightarrow x = -3$ veya $x = 1$ olur.

$-3 + 1 = -2$ dir.

Yanıt A

3. $x^2 - ax + 16 = 0$ denkleminin kökler çarpımı

$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{16}{1} = 16$ dır.

$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5$

$\Rightarrow 1 + \sqrt{x_1}.\sqrt{x_2} = 5.\sqrt{x_1}$

$\Rightarrow 1 + \sqrt{x_1.x_2} = 5.\sqrt{x_1}$

$\Rightarrow 1 + \sqrt{16} = 5.\sqrt{x_1}$

$\Rightarrow 1 + 4 = 5.\sqrt{x_1}$

$\Rightarrow x_1 = 1$ bulunur.

$x_1 = 1$ denklemi sağlayacağı için

$1^2 - a.1 + 16 = 0$

$\Rightarrow 17 - a = 0$

$\Rightarrow \quad a = 17$ olur.

Yanıt E

4. Verilen denklem düzenlenirse,

$(x-2).(x+2).(x+5) = (x-1).(x+1).(x+4)$

$(x^2-4).(x+5) = (x^2-1).(x+4)$

$\cancel{x^3} + 5x^2 - 4x - 20 = \cancel{x^3} + 4x^2 - x - 4$

$x^2 - 3x - 16 = 0$ denklemi elde edilir.

Verilen denklem ile B seçeneğindeki denklem eşit olduğu için çözüm kümeleri aynıdır.

Yanıt B

5. $(x^2 - x - 2) . (x + 5) = 0$

$x^2 - x - 2 = 0$ veya $x + 5 = 0$

x −2 $\qquad$ $x = -5$

x 1

$(x-2) . (x+1) = 0 \Rightarrow x = 2$ veya $x = -1$

Denklemin kökleri −5, −1 ve 2 olduğu için köklerin toplamı,

$-5 - 1 + 2 = -4$ tür.

Yanıt D

6. $(1-m)x^2 + 4x + m^2 - 4 = 0$ denkleminin kökleri ters işaretli olduğu için kökler çarpımı negatif olur.

Delta (Δ) kesinlikle pozitif olacağından incelemeye gerek yoktur.

$x_1.x_2 = \frac{c}{a} < 0$

$\frac{m^2-4}{1-m} < 0$

$\frac{(m-2)(m+2)}{1-m} < 0$

$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

$m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$

$1 - m = 0 \Rightarrow m = 1$

m	−2		1		2	
c/a	+	0	−	+	0	−

Çözüm kümesi $(-2, 1) \cup (2, +\infty)$ olur.

Yanıt D

7. $a^4 - 2a^2 = 8$ denkleminde $a^2 = t$ dönüşümü yapılırsa

$(a^2)^2 - 2a^2 - 8 = 0$

$\Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0$

−4 2

$\Rightarrow (t-4) . (t+2) = 0$

$\Rightarrow t - 4 = 0$ ve $t + 2 = 0$

$t = 4 \qquad t = -2$

$a^2 = 4 \qquad a^2 = -2$ olamaz.

$a = \pm 2$

$a \in R^+$ olacağı için $a = +2$ dir.

Yanıt E

8. $\frac{1}{a^2} + \underset{(a)}{\frac{4}{a}} + \underset{(a^2)}{\frac{4}{1}} = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{4a}{a^2} + \frac{4a^2}{a^2} = 0$

$\Rightarrow 4a^2 + 4a + 1 = 0$

2a 1

2a 1

$\Rightarrow (2a+1)^2 = 0 \Rightarrow 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt E

9. $(x^2 - \frac{4}{x^2}).(\frac{x}{3x+2}) = \frac{x^2+2}{x}$

$\Rightarrow \frac{x^4-4}{x^2}.\frac{x}{3x+2} = \frac{x^2+2}{x}$

$\Rightarrow \frac{(x^2-2)(x^2+2)}{x.(3x+2)} = \frac{x^2+2}{x}$

$\Rightarrow \frac{x^2-2}{3x+2} = 1$

$\Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

−4 1

$(x-4)(x+1) = 0$

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$x > 0$ olacağı için $x = 4$ bulunur.

Yanıt D

10. $x^2 + ax - 5 = (x+1) . (bx + c)$ ise

$1 . x^2 + ax - 5 = bx^2 + (c + b)x + c$ eşitliğinde eşit dereceli terimlerin kat sayıları birbirine eşit olur.

Bu durumda,

$\boxed{b = 1}$, $c + b = a$, $\boxed{c = -5}$

$-5 + 1 = a$

$\boxed{a = -4}$

$a + b + c = -4 + 1 - 5 = -8$ bulunur.

Yanıt B

11. $(x + \frac{1}{x})^2 - 6(x + \frac{1}{x}) + 9 = 0$

$x + \frac{1}{x} = a$ olsun.

$\Rightarrow a^2 - 6a + 9 = 0$

−3 −3

$\Rightarrow (a-3)^2 = 0 \Rightarrow a = 3$ olur.

$x + \frac{1}{x} = 3$ (Her iki tarafın karesini alalım.)

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2.x.\frac{1}{x} = 9$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ bulunur.

Yanıt C

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $(a+1)x^2 - 2(a+7)x + 27 = 0$ denkleminin kökleri eşit olduğuna göre $\Delta = 0$ olmalıdır.

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow [-2(a+7)]^2 - 4 . (a+1) . 27 = 0$

$\Rightarrow 4(a^2 + 14a + 49) - 4(27a + 27) = 0$

$\Rightarrow a^2 + 14a + 49 - 27a - 27 = 0$

$\Rightarrow a^2 - 13a + 22 = 0$

−2 −11

$\Rightarrow (a-2)(a-11) = 0$

$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$

$a - 11 = 0 \Rightarrow a = 11$

$2 + 11 = 13$ bulunur.

Yanıt B

2. $4x^2 - 5x - 1 = 0$ denkleminin kat sayıları

$a = 4$, $b = -5$ ve $c = -1$ dir.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{4} = \frac{5}{4} \text{ ve}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4} \text{ bulunur.}$$

$$\underset{(2-x_2)}{\frac{1}{2-x_1}} + \underset{(2-x_1)}{\frac{1}{2-x_2}} = \frac{2-x_2+2-x_1}{(2-x_1).(2-x_2)}$$

$$= \frac{4-(x_1+x_2)}{4-2(x_1+x_2)+x_1.x_2} = \frac{4-\frac{5}{4}}{4-2.\frac{5}{4}-\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{11/4}{5/4} = \frac{11}{5} \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

3. $x^2 - 3mx + m - 3 = 0$ denkleminin kat sayıları;

$a = 1$, $b = -3m$ ve $c = m - 3$ tür.

$$\underset{(x_2)}{\frac{1}{x_1}} + \underset{(x_1)}{\frac{1}{x_2}} > 4 \Rightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1.x_2} > 4 \Rightarrow \frac{-b/a}{c/a} > 4$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{c} > 4 \Rightarrow \frac{-(-3m)}{m-3} - 4 > 0$$

$$\Rightarrow \frac{3m-4m+12}{m-3} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-m+12}{m-3} > 0$$

$-m + 12 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 12}$

$m - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 3}$

	3		12	
$-$		$+$		$-$

$m \in (3, 12)$ bulunur.

Yanıt D

4. $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$ denkleminin kat sayıları

$a = 1$, $b = x_1 + 4$ ve $c = -3x_2$ dir.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$

$x_1 + x_2 = \frac{-(x_1+4)}{1}$ $x_1.x_2 = \frac{-3x_2}{1}$

$x_1 + x_2 = -x_1 - 4$ $x_1 . x_2 = -3x_2$

$2x_1 + x_2 = -4$ $x_1 = -3$

$2(-3) + x_2 = -4$

$x_2 = 2$ denklemin büyük köküdür.

Yanıt E

5. $x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kat sayıları

$a = 1$, $b = -2$ ve $c = 4$ tür.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

$$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4 \text{ olur.}$$

$$(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + 2\sqrt{x_1.x_2} + x_2$$

$$= x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1.x_2}$$

$$= 2 + 2\sqrt{4}$$

$$= 2 + 4$$

$$= 6$$

$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \mp\sqrt{6}$ olacağı için pozitif değer $+\sqrt{6}$ dır.

Yanıt A

6. $(x + t)^2 + 2b(x + t) + c = 0$ denkleminin gerçel kökünün olmaması için

$\Delta < 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow b^2 - 4ac < 0$

$\Rightarrow (2b)^2 - 4 . 1 . c < 0$

$\Rightarrow 4b^2 - 4c < 0$

$\Rightarrow 4b^2 < 4c$

$\Rightarrow b^2 < c$ bulunur.

Yanıt D

7. $2x^2 - 5x + p^2 + q^2 = 0$ denkleminin kat sayıları

$a = 2$, $b = -5$ ve $c = p^2 + q^2$ dir.

$$p.q = \frac{c}{a} = \frac{p^2+q^2}{2} \text{ bulunur.}$$

$\Rightarrow 2pq = p^2 + q^2$

$\Rightarrow 0 = p^2 - 2pq + q^2$

$\Rightarrow 0 = (p - q)^2$

$\Rightarrow p - q = 0 \Rightarrow p = q$ olur.

Denklemin kökleri eşit olduğuna göre, $\Delta = 0$ olmalıdır.

Yanıt D

8. $x^2 - 2x + a = 0$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2 \text{ ve}$$

$$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{a}{1} = a \text{ olur.}$$

$$\underbrace{x_1 + x_2}_{2} + \underbrace{x_1.x_2}_{a} = 5 \text{ ise}$$

$2 + a = 5$

$a = 3$ bulunur.

Yanıt C

9. $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \underset{(x)}{\frac{1}{a+b+x}} - \underset{(a+b+x)}{\frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a.b} = \frac{x-a-b-x}{x(a+b+x)}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a.b} = \frac{-(a+b)}{x(a+b+x)}$$

$\Rightarrow x . (a + b + x) = -a b$

$\Rightarrow x^2 + (a + b)x + ab = 0$ denkleminin kökler çarpımı,

$$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{ab}{1} = ab \text{ olur.}$$

Yanıt E

10. $$\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-1}{x-5} = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(\underset{(x-5)}{\frac{1}{x-3}} + \underset{(x-3)}{\frac{1}{x-5}}) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(\frac{x-5+x-3}{(x-5).(x-3)}) = 0$$

$\Rightarrow (x - 1) . (2x - 8) = 0$

$\Rightarrow 2(x - 1) . (x - 4) = 0$

$\Rightarrow (x - 1) . (x - 4) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 + 4 = 5 \text{ olur.}$$

Yanıt B

11. $x^2 + ax + b = 0$

$x^2 + cx + d = 0$ denklemlerinin ortak kökü k olsun.

i) $x_1 = 3$, $x_2 = k$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow 3 + k = -a$ .... (*)

ii) $x_1 = -5$, $x_2 = k$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow -5 + k = -c$ bulunur. .... (**)

(*) ve (**) ifadeleri taraf tarafa çıkartılırsa

$3 + k = -a$

$-\ -5 + k = -c$

$3 + k - (-5 + k) = -a - (-c)$

$3 + k + 5 - k = -a + c$

$8 = -a + c$

$-8 = a - c$ bulunur.

Yanıt A

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $ax^2 - 6x - 9 = 0$ denkleminin kökleri eşit ise

$\Delta = 0$ olmalıdır.

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow (-6)^2 - 4 . a . (-9) = 0$

$\Rightarrow 36 + 36a = 0$

$\Rightarrow 36a = -36$

$\Rightarrow a = -1$ bulunur.

Yanıt C

2. $x_1.(x_2-1)-x_2=m+2 \Rightarrow x_1.x_2-(x_1+x_2)=m+2$ (I)

$x_2.(2x_1+1)+x_1=1-m \Rightarrow \underline{+\,2x_1.x_2+x_1+x_2=1-m}$ (II)

$3x_1 . x_2 = 3$

$x_1 . x_2 = 1$

(I) de $x_1 . x_2 = 1$ yazalım.

$1-(x_1+x_2)=m+2$

$\Rightarrow x_1+x_2=-m-1$ bulunur.

$x^2-(x_1+x_2)x+x_1 . x_2=0$

$\Rightarrow x^2-(-m-1)x+1=0$

$\Rightarrow x^2+(m+1)x+1=0$ denklemi elde edilir.

Birbirinden farklı reel iki kökü olduğu için $\Delta > 0$ olmalıdır.

$b^2-4ac>0$

$\Rightarrow (m+1)^2-4 . 1 . 1>0$

$\Rightarrow m^2+2m+1-4>0$

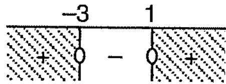
$\Rightarrow m^2+2m-3>0$

$3 \quad -1$

$\Rightarrow (m+3)(m-1)>0$

$m+3=0 \Rightarrow m=-3$

$m-1=0 \Rightarrow m=1$



$m \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ bulunur.

Yanıt E

3. $x^2+(m+n-10)x+(2m-n+5)=0$ denkleminin katsayıları; $a=1$, $b=m+n-10$, $c=2m-n+5$ tir.

Köklerin terslerinin toplamı

$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{5}{6}$
$(x_2) \quad (x_1)$

$\Rightarrow \dfrac{x_1+x_2}{x_1.x_2}=\dfrac{5}{6} \Rightarrow \dfrac{-b/a}{c/a}=5/6 \Rightarrow \dfrac{-b}{c}=\dfrac{5}{6}$

$\Rightarrow \dfrac{-m-n+10}{2m-n+5}=\dfrac{5}{6}$

Köklerinin toplamı ile çarpımı aralarında asal olduğu için

$-m-n+10=5 \Rightarrow -m-n=-5$

$2m-n+5=6 \Rightarrow 2m-n=1$

denklemlerini ortak çözersek,

$m+n=5$

$\underline{+\;2m-n=1}$

$3m=6 \Rightarrow m=2$ bulunur.

Yanıt D

4. $x^2-(m-1)x-\dfrac{m}{2}=0$ denkleminin kat sayıları, $a=1$, $b=-m+1$, $c=\dfrac{-m}{2}$ dir.

i) $x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-m/2}{1}=\dfrac{-m}{2}>0$ dır. ($m<0$ olduğu için)

ii) $\Delta=b^2-4ac=(-m+1)^2-4.1.(-\dfrac{m}{2})$

$=m^2-2m+1+2m$

$=m^2+1>0$ dır.

iii) $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{m-1}{1}=m-1<0$ dır.

($m<0$ olduğu için)

Sonuç olarak,

$\Delta>0$ olduğuna göre reel iki kök vardır.

$x_1 . x_2>0$ olduğuna göre kökler aynı işaretlidir.

$x_1+x_2<0$ olduğuna göre kökler negatiftir.

O hâlde, sıfırdan küçük iki kök vardır.

Yanıt D

5. $3x^2-mx-7m=0$ denkleminin kat sayıları $a=3$, $b=-m$ ve $c=-7m$ dir.

Kökler ters işaretli ise

$x_1.x_2=\dfrac{c}{a}<0$ olur.

$-\dfrac{7m}{3}<0$ ise $m>0$ dır.

$x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{-(-m)}{3}=\dfrac{m}{3}>0$ olacağı için $x_1>x_2$ olacaktır.

Yanıt E

6. $\dfrac{1}{8x^2}+\dfrac{1}{3x}+\dfrac{1}{6}=0$
$(3) \quad (8x) \quad (4x^2)$

$\Rightarrow \dfrac{3+8x+4x^2}{24x^2}=0$

$\Rightarrow 4x^2+8x+3=0$

$2x \quad 3$

$2x \quad 1$

$\Rightarrow (2x+3)(2x+1)=0$

$2x+3=0 \Rightarrow x=-3/2$ veya

$2x+1=0 \Rightarrow x=-1/2$ dir.

Büyük kök, $x=-1/2$ olur.

Yanıt B

7. $x^2+px+q=0$ denkleminin kat sayıları $a=1$, $b=p$ ve $c=q$ olsun.

$x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{-p}{1}=-p$

$x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{q}{1}=q$ bulunur.

İstenen denklemin kökleri x_1+1 ve x_2+1 olduğuna göre,

x^2-(Köklerin Toplamı)$.\,x+$(Köklerin Çarpımı)$=0$

$x^2-(x_1+1+x_2+1) . x+(x_1+1) . (x_2+1)=0$

$x^2-(x_1+x_2+2)x+x_1 . x_2+x_1+x_2+1=0$

$x^2-(-p+2)x+q-p+1=0$

$x^2+(p-2)x+q-p+1=0$ olur.

Yanıt C

8. $x^2+kx+6=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2;
$x^2-kx+6=0$ denkleminin kökleri y_1 ve y_2 olsun.

$y_1=x_1+5$

$\underline{+\;y_2=x_2+5}$ eşitliklerini taraf tarafa toplayalım.

$y_1+y_2=x_1+x_2+10$

$\Rightarrow \dfrac{-(-k)}{1}=\dfrac{-k}{1}+10$

$\Rightarrow k=-k+10$

$\Rightarrow 2k=10 \Rightarrow k=5$ bulunur.

Yanıt D

9. $m^2 . x^2-(2m+1)x+1=0$ denkleminin kat sayıları $a=m^2$, $b=-(2m+1)$ ve $c=1$ dir.

Denklemin köklerinin eşit olması için

$\Delta=0$ olmalıdır.

$\Rightarrow b^2-4ac=0$

$\Rightarrow [-(2m+1)]^2-4 . m^2 . 1=0$

$\Rightarrow 4m^2+4m+1-4m^2=0$

$\Rightarrow 4m=-1$

$\Rightarrow m=-\dfrac{1}{4}$ olur.

Yanıt C

10. $x^2-x+p=0$ denkleminin kat sayıları $a=1$, $b=-1$ ve $c=p$ dir.

$x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{-(-1)}{1}=1$

$x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{p}{1}=p$

$x_1^3+x_2^3=37$

$\Rightarrow \underbrace{(x_1+x_2)}_{1}(x_1^2-\underbrace{x_1x_2}_{p}+x_2^2)=37$

$\Rightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1 . x_2-p=37$

$\Rightarrow 1^2-2 . p-p=37$

$\Rightarrow -3p=36$

$\Rightarrow p=-12$ bulunur.

Yanıt D

11. $x^2-2px+3p+4$ ifadesinin kat sayıları $a=1$, $b=-2p$, $c=3p+4$ tür.

İfadenin tam kare olması için $\Delta=0$ olmalıdır.

$\Delta=b^2-4ac=0$

$\Rightarrow (-2p)^2-4 . 1 . (3p+4)=0$

$\Rightarrow 4p^2-12p-16=0$

$\Rightarrow p^2-3p-4=0$

$-4 \quad 1$

$\Rightarrow (p-4)(p+1)=0$

$p-4=0 \Rightarrow p=4$ veya

$p+1=0 \Rightarrow p=-1$ bulunur.

Yanıt E

12. $x^2 + (2m-1)x + m - 3 = 0$ denkleminin kat sayıları $a = 1$, $b = 2m - 1$, $c = m - 3$ tür.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-2m+1}{1} = -2m+1$

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m-3}{1} = m - 3$ ve

$x_1^2 + x_2^2 = 7 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = 7$

$\Rightarrow (-2m+1)^2 - 2 . (m-3) = 7$

$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 2m + 6 - 7 = 0$

$\Rightarrow 2m(2m-3) = 0$

$\Rightarrow 2m = 0 \Rightarrow m = 0$ veya

$2m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3/2 = 1{,}5$ bulunur.

Yanıt C

13. $x^2 - 2mx + m + 2$ ifadesinin tamkare olması için $\Delta = 0$ olmalıdır.

Denklemin katsayıları $a = 1$, $b = -2m$ ve $c = m + 2$ olduğuna göre,

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$(-2m)^2 - 4 . 1 . (m+2) = 0$

$\Rightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0$

$\Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$

/ \
−2 1

$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0$

$m = 2$ veya $m = -1$ olmalıdır.

Yanıt D

14. $x_1 = 3 - 2\sqrt{2}$ ve $x_2 = 3 + 2\sqrt{2}$ ise

$x_1 + x_2 = 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2} = 6$

$x_1.x_2 = (3 - 2\sqrt{2}).(3 + 2\sqrt{2}) = 9 - 8 = 1$ dir.

$x^2 - (x_1 + x_2) . x + x_1 . x_2 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 1 = 0$ bulunur.

Yanıt D

15. $ax^2 + bx + c < 0$ olması için

$a < 0$ ve $\Delta < 0$ olmalıdır.

Yanıt D

16. $(m-1)x^2 - mx + m + 1 = 0$ denkleminin kat sayıları; $a = m - 1$, $b = -m$ ve $c = m + 1$ dir.

$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m+1}{m-1} = -2$

$\Rightarrow m + 1 = -2m + 2 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt D

17. $x^2 - 2x + m = 0$ denkleminin kat sayıları;

$a = 1$, $b = -2$ ve $c = m$ dir.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$ ve

$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m}{1} = m$ olur.

$\frac{1}{\underset{(x_2)}{x_1}} + \frac{1}{\underset{(x_1)}{x_2}} = 2$

$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1.x_2} = 2 \Rightarrow \frac{2}{m} = 2 \Rightarrow m = 1$ bulunur.

Yanıt D

18. $2x^2 - 4x + m - 3 = 0$ denkleminin kat sayıları; $a = 2$, $b = -4$ ve $c = m - 3$ tür.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = 2$ ve

$x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m-3}{2}$ dir.

$x_1^2 + x_2^2 = 4$ ise

$\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2.x_1.x_2 = 4$

$\Rightarrow 2^2 - 2.\frac{m-3}{2} = 4$

$\Rightarrow 4 - m + 3 = 4$

$\Rightarrow m = 3$ bulunur.

Yanıt D

B. II. Dereceden Eşitsizlikler

LYS SORULARI

1. $x(3-x) > 0$
$(2x+1).(x-2) < 0$ }

Yukarıda verilen eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi (a,b) açık aralığı olduğuna göre, a − b farkı kaçtır?

A) −2 B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

(2011-LYS1)

2. $(2x-1)(4x^2-1) < 0$

eşitsizliğinin gerçel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdaki açık aralıkların hangisidir?

A) $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ B) $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$

C) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$

E) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

(2010-LYS1)

3. $f(x) = mx - 1 + \frac{1}{x}$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, her x > 0 için f(x) ≥ 0 özelliğini sağlayan en küçük m değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$

E) $\frac{1}{6}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$

ile verilen f fonksiyonunun gerçel sayılardaki en geniş tanım kümesi T ve görüntü kümesi G = {f(x)|x ∈ T} olduğuna göre, T ∩ G kesişim kümesi aşağıdaki aralıklardan hangisine eşittir?

A) [0, 1] B) [1, 2] C) [2, 3]

D) $[0, \sqrt{2}]$ E) $[1, \sqrt{2}]$

(2007–ÖSS Mat 2)

2. $\frac{x}{2} - \frac{3}{x} > 0$ olduğuna göre, **x in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?**

A) 4 B) 2 C) −1 D) −2 E) −4

(1997-ÖSS)

3. $(x-4)^2(x+5)(6-x) > 0$ **eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 0 C) −1 D) −2 E) −3

(1995-ÖSS)

ÖYS SORULARI

1. $x^2 + 2x + a$ üç terimlisi x in bütün değerleri için 5 ten büyük olduğuna göre, **a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $-\infty < a < -2$ B) $-2 < a < 1$ C) $1 < a < 3$

D) $3 < a < 5$ E) $6 < a < \infty$

(1998-ÖYS)

2. $\frac{(x^2-2)(x^2+4)}{x^2-4} < 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-2,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},2)$

B) $(-2,0) \cup (\sqrt{2},2)$

C) $(-\infty,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},+\infty)$

D) $(-\sqrt{2},\ 2)$

E) $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

(1997-ÖYS)

3. **4 katının 5 fazlası, kendisinin karesinden büyük olan en büyük tamsayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(1997-ÖYS)

4. $(p+6)x^2+17(p+1)x+5(p-2)=0$ denkleminin gerçel kökleri x_1, x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$

$|x_1| > x_2$

olması için p nin alabileceği değerler hangi aralıktadır?

A) $(-6,-1)$ B) $(-1,3)$ C) $(0,3)$

D) $(-1,2)$ E) $(-\infty,-6)$

(1995-ÖYS)

5. $\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0$ **eşitsizliğini sağlayan negatif tamsayılardan en küçüğü kaçtır?**

A) −6 B) −5 C) −3 D) −2 E) −1

(1993-ÖYS)

6. $f(x)=\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}$ **fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $R-[-1,0]$ B) R C) $(-1,\infty)$

D) $(0,1)$ E) $(0,\infty)$

(1991-ÖYS)

7. $(5-x)(3x-1) > 0$ **eşitsizliğini sağlayan x değerleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-5 < x < -3$ B) $-3 < x < -\frac{1}{5}$

C) $\frac{1}{5} < x < \frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3} < x < 5$

E) $5 < x < \frac{17}{3}$

(1984-ÖYS)

8. $\frac{x^2-8x+7}{(x+2)^2} < 0$ **eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?**

A) 32 B) 28 C) 24 D) 20 E) 16

(1983-ÖYS)

9. $\frac{(2-x)(x+3)}{x} > 0$ **eşitsizliği aşağıdaki aralıkların hangisinde sağlanır?**

A) $-3 < x < -2$ B) $2 < x < 3$ C) $-3 < x < 0$

D) $-\infty < x < -3$ E) $3 < x < +\infty$

(1982-ÖYS)

10. $x^2 < 2x+3$ **eşitsizliğini gerçekleyen x değerleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3 < x < 4$ B) $-1 < x < 3$ C) $-3 < x < -2$

D) $-2 < x < -1$ E) $4 < x < 5$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $x^2-5x < -6$ **eşitsizliğini gerçekleyen x değerleri (aralıkları) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-1 < x < 0$ B) $2 < x < 3$ C) $x < -3,\ 4 < x$

D) $-3 < x < -1$ E) $0 < x < 2$

(1980-ÜSS)

2. $x+1 > x^3+1$ **eşitsizliği aşağıdaki aralıkların hangisinde sağlanır?**

A) $-\infty < x < 0$

B) $-\infty < x < -1$

C) $-1 < x < 1$

D) $-\infty < x < -1$ ve $-1 < x < 0$

E) $-\infty < x < -1$ ve $0 < x < 1$

(1979-ÜSS)

3. $x^2+x+m > x+1$ **eşitsizliğinin x ne olursa olsun sağlanması için m ne olmalıdır?**

A) $m < 0$ B) $m < 1$ C) $1 < m$

D) $0 < m < 1$ E) $0 < m$

(1978-ÜSS)

4. $x(x^2-4)(x^2+x+1) > 0$ **eşitsizliğini x in hangi değerleri sağlar?**

A) $-2 < x < 2,\ x < -3$ B) $-2 < x < 2$

C) $-2 < x < 0,\ x > 2$ D) $x < -2$

E) $x > 2$

(1977-ÜSS)

5.

x	−∞		−2		−1		2		+∞
		+		+	0	+		+	
		+	0	−		−	0	+	
					Çözüm				

Yukarıdaki tablo ile çözümü belirtilen eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2-2x+1 > 0,\ x^2-4 < 0$

B) $x^2+2x+1 > 0,\ x^2-4 < 0$

C) $x^2+2x+1 > 0,\ -x^2+4 > 0$

D) $x+1 > 0,\ -x^2+4 < 0$

E) $x+1 > 0,\ x^2+4 < 0$

(1976-ÜSS)

6. $\left.\begin{array}{l}\frac{x+1}{x-1} > 0 \\ \frac{1}{x-1} < 0\end{array}\right\}$ **eşitsizlik sisteminin çözümü nedir?**

A) $x \le -1$ B) $x < -1$ C) $-1 < x < 1$

D) $x < -1,\ 1 < x$ E) $x \ne 1$

(1976-ÜSS)

7. $a < b < 0 < c$ olduğuna göre, $ax(bx+c) < 0$ **eşitsizliği hangi x değerleri için sağlanır?**

A) $x < 0$ B) $-\frac{c}{b} < x < 0$ C) $0 < x < -\frac{c}{b}$

D) $x \le -\frac{c}{b}$ E) $-\frac{c}{b} < x$

(1976-ÜSS)

8. $\frac{(x^2+x+4)(x-1)}{x^2-4} < 0$ **eşitsizliğinin çözümü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x < -2,\ x > 2$ B) $x > 2$

C) $-2 < x < 2$ D) $x < -2,\ 1 < x < 2$

E) $x > 2,\ -2 < x < 1$

(1974-ÜSS)

9. $y = \sqrt{-x^2 - 8x - 15}$ **fonksiyonunun tarif aralığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-\infty, -3]$ B) $[5, +\infty]$ C) $[-3, 1)$

D) $[-5, -3]$ E) $(-\infty, +\infty)$

(1973-ÜSS)

10. $y = \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ **fonksiyonunun tanım cümlesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\{x: x \in R\}$ B) $\{x: -1 \le x < 1\}$

C) $\{x: -1 < x \le 1\}$ D) $\{x: x = 2n, n \in R\}$

E) $\{x: -1 < x\}$

(1972-ÜSS)

11. $x^2 - x + \frac{1}{4} < 0$ **eşitsizliği için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $x < \frac{1}{2}$

B) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

C) $x = \frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{2} < x$

E) Eşitsizliği sağlayan x değeri yoktur.

(1971-ÜSS)

12. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$ **fonksiyonunun tanım cümlesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(-\infty, 1]$ B) $[-2, -1]$ C) $[1, 2]$

D) $[2, \infty)$ E) $(-\infty, +\infty)$

(1971-ÜSS)

13. x in hangi aralıktaki değerleri $(x + 1)^2 < 4$ eşitsizliğini sağlar?

A) $-1 < x < 2$ B) $-\infty < x < -3$ C) $-3 < x < 1$

D) $1 < x < \infty$ E) $-1 < x < 3$

(1969-ÜSS)

14. $x^2 - 3x + 2 < 0$ **eşitsizliğine uyan x değerleri aşağıdaki aralıkların hangisinde bulunur?**

A) $-\infty < x < 1;\ 2 < x < \infty$

B) $2 \le x \le 3$

C) $1 < x < 2$

D) $-\infty < x \le 2;\ 3 < x < \infty$

E) $8 \le x < \infty$

(1967-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.A	2.A	3.C

ÖSS

1.A	2.D	3.A

ÖYS

1.E	2.A	3.B	4.D	5.C	6.A
7.D	8.D	9.D	10.B		

ÜSS

1.B	2.E	3.C	4.C	5.B	6.B
7.C	8.D	9.D	10.B	11.E	12.C
13.C	14.C				

B. II. Dereceden Eşitsizlikler

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $x.(3 - x) > 0$ (I)

$(2x + 1).(x - 2) < 0$ (II)

(I) eşitsizliğinin kökleri 0 ve 3,

(II) eşitsizliğinin kökleri $-\frac{1}{2}$ ve 2 dir.

Ortak tablo yapılırsa

x	$-\frac{1}{2}$	0	2	3	
I	−	0	+	0	−
II	+	0	−	0	+
Ç.K.		[0 ile 2 arası taralı]			

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi (0,2) aralığı olduğuna göre, a = 0 ve b = 2 dir.

$a - b = 0 - 2 = -2$ bulunur.

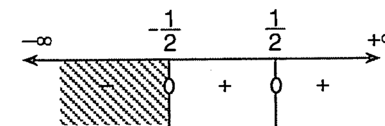
Yanıt A

2. $(2x-1) . (4x^2 -1) < 0$

$(2x-1) . (2x-1) . (2x+1) < 0$

$2x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (2 tane)

$2x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$



Çözüm kümesi $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ aralığıdır.

Yanıt A

3. $f(x) = mx-1 + \frac{1}{x} \ge 0$

$\Rightarrow \dfrac{mx^2 - x + 1}{x} \ge 0$

$\Rightarrow mx^2-x+1 \ge 0$ ise $m > 0$ ve $\Delta \le 0$ olmalıdır.

$\Delta = b^2 - 4ac \le 0$

$\Rightarrow (-1)^2 - 4.m.1 \le 0$

$\Rightarrow 1 - 4m \le 0$

$\Rightarrow 1 \le 4m$

$\Rightarrow \frac{1}{4} \le m$ ve $m > 0$ ise m değeri en küçük $\frac{1}{4}$ olur.

Yanıt C

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = 2\sqrt{1 - x^2}$ ise f fonksiyonunun gerçel sayılardaki en geniş tanım kümesi için $1 - x^2 \ge 0$ olmalıdır.

x	−∞		−1		1		+∞
$1 - x^2$		−	0	+	0	−	
				[taralı]			

Eşitsizlik tablosuna göre f fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $T = [-1, 1]$ dir.

f fonksiyonu çift dereceden köklü bir fonksiyon olduğu için görüntü kümesi $G = [0, \infty)$ olacağından,

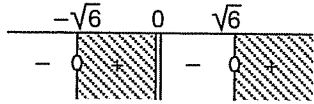
$T \cap G = [-1, 1] \cap [0, \infty) = [0, 1]$ olur.

Yanıt A

2. $\underset{(x)}{\frac{x}{2}}-\underset{(2)}{\frac{3}{x}}>0 \Rightarrow \frac{x^2-6}{2x}>0$

$x^2-6=0$ ise $\boxed{x=\mp\sqrt{6}}$

$2x=0$ ise $\boxed{x=0}$ olur.



Ç.K = $(-\sqrt{6},0)\cup(\sqrt{6},+\infty)$ olur.

En küçük tam sayı değeri −2 dir.

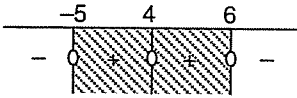
Yanıt D

3. $(x-4)^2.(x+5).(6-x)>0$

$x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$ (2 tane)

$x+5=0 \Rightarrow \boxed{x=-5}$

$6-x=0 \Rightarrow \boxed{x=6}$



Ç.K = (−5, 6) − {4} tür.
Tam sayılar ise −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 ve 5 tir.
Hepsinin toplamı
−4 − 3 − 2 − 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 = 1 olur.

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $x^2+2x+a>5$ olması için
$x^2+2x+a-5>0$ olmalıdır.
Yani, $\Delta<0$ olmalıdır.
Kat sayılar; a = 1, b = 2, c = a − 5 tir.
$b^2-4ac<0$
$\Rightarrow 2^2-4.1.(a-5)<0$
$\Rightarrow 4-4a+20<0$
$\Rightarrow 24<4a$
$\Rightarrow 6<a \Rightarrow 6<a<\infty$ olmalıdır.

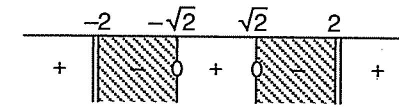
Yanıt E

2. $\frac{(x^2-2).(x^2+4)}{x^2-4}<0$

$x^2-2=0 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow \boxed{x=\mp\sqrt{2}}$

$x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow \boxed{x=\mp 2}$

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$ olamaz.



$-2<x<-\sqrt{2}$ veya $\sqrt{2}<x<2$ dir.

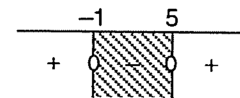
Yani, $x\in(-2,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},2)$ bulunur.

Yanıt A

3. Sayı x olsun.
4 katının 5 fazlası, 4x + 5 olur.
Kendisinin karesi, x^2 dir.
$4x+5>x^2$ olması isteniyor.
$\Rightarrow 0>x^2-4x-5$
/\
−5 1
$\Rightarrow (x-5)(x+1)<0$

$x-5=0 \Rightarrow \boxed{x=5}$

$x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$



x ∈ (−1, 5) aralığındaki en büyük tam sayı x = 4 tür.

Yanıt B

4. $x_1<0<x_2$ ise $x_1.x_2=\frac{c}{a}<0$ dır.

$|x_1|>x_2$ ise $x_1+x_2=\frac{-b}{a}<0$ olur.

Kökler çarpımı negatif olduğu için
$\Delta=b^2-4ac>0$ olacağından incelemeye gerek yoktur.
$(p+6)x^2+17(p+1)x+5(p-2)=0$ denkleminin kat sayıları
$a=p+6,\ b=17(p+1),\ c=5p-10$

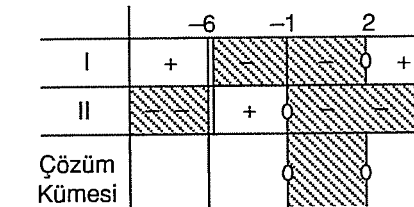
$\frac{c}{a}<0 \Rightarrow \frac{5p-10}{p+6}<0$ .... (I)

$\frac{-b}{a}<0 \Rightarrow \frac{-17(p+1)}{p+6}<0$ .... (II)

$5p-10=0 \Rightarrow \boxed{p=2}$

$p+6=0 \Rightarrow \boxed{p=-6}$

$-17(p+1)=0 \Rightarrow \boxed{p=-1}$



p ∈ (−1, 2) bulunur.

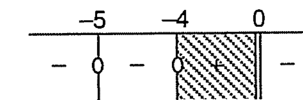
Yanıt D

5. $-\frac{(x+4)(x+5)^2}{x}>0$

$x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$

$x+5=0 \Rightarrow \boxed{x=-5}$ (2 tane)

$x=0$



−4 < x < 0 olmalıdır. Bu aralıktaki tam sayıların en küçüğü −3 tür.

Yanıt C

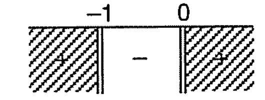
6. $f(x)=\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}$ ise

$\underset{(x+1)}{\frac{1}{x}}-\underset{(x)}{\frac{1}{x+1}}\geq 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow \frac{x+1-x}{x.(x+1)}\geq 0 \Rightarrow \frac{1}{x(x+1)}\geq 0$

$\boxed{x=0}$

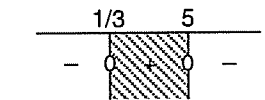
$x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$



(−∞, −1) ∪ (0, +∞) veya R − [−1, 0] olur.

Yanıt A

7. $(5-x).(3x-1)>0$
$5-x=0 \Rightarrow \boxed{x=5}$



$3x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}}$

$\frac{1}{3}<x<5$ olur.

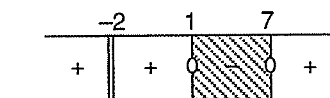
Yanıt D

8. $\frac{x^2-8x+7}{(x+2)^2}<0 \Rightarrow \frac{(x-1).(x-7)}{(x+2)^2}<0$

$x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$x-7=0 \Rightarrow \boxed{x=7}$

$x+2=0 \Rightarrow \boxed{x=-2}$ (2 tane)



Eşitsizliği sağlayan tam sayılar,
2, 3, 4, 5 ve 6 dır.
2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20 olur.

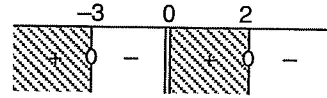
Yanıt D

9. $\frac{(2-x)(x+3)}{x} > 0$

$2 - x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -3}$

$\boxed{x = 0}$



$-\infty < x < -3$ veya $0 < x < 2$ olduğu için $(-\infty, -3)$ aralığında sağlanır.

Yanıt D

10. $x^2 < 2x + 3$

$x^2 - 2x - 3 < 0$

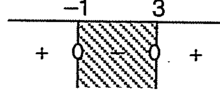
/\
$-3 \quad 1$

$(x - 3)(x + 1) < 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$-1 < x < 3$ bulunur.



Yanıt B

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $x^2 - 5x < -6$

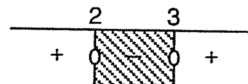
$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$

/\
$-3 \quad -2$

$\Rightarrow (x - 3)(x - 2) < 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$



$2 < x < 3$ olur.

Yanıt B

2. $x + 1 > x^3 + 1$

$\Rightarrow x > x^3$

$\Rightarrow 0 > x^3 - x$

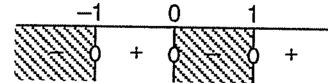
$\Rightarrow 0 > x(x^2 - 1)$

$\Rightarrow 0 > x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$

$x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$\boxed{x = 0}$



$-\infty < x < -1$ veya $0 < x < 1$ olur.

Yanıt E

3. $x^2 + x + m > x + 1$

$\Rightarrow x^2 + x + m - x - 1 > 0$

$\Rightarrow x^2 + m - 1 > 0$ olması için $\Delta < 0$ olmalıdır.

Kat sayılar; $a = 1$, $b = 0$, $c = m - 1$

$b^2 - 4ac < 0$

$\Rightarrow 0 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 1) < 0$

$\Rightarrow -4m + 4 < 0$

$\Rightarrow 4 < 4m$

$\Rightarrow 1 < m$ bulunur.

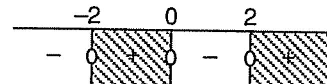
Yanıt C

4. $x \cdot (x^2 - 4) \cdot (x^2 + x + 1) > 0$

$\boxed{x = 0}$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \mp 2}$

$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ olduğu için kök yoktur.



$-2 < x < 0$ veya $x > 2$ olmalıdır.

Yanıt C

5.

		−2		−1		2	
I	+		+	0	+		+
II	+	0	−		−	0	+
Çözüm Kümesi							

I) Kökü -1 olduğu için $(x + 1)$ ifadesi olmalı, $x = -1$ de işaret değişmediği için çift katlı kök olmalı ve $x = -1$ dahil olmamalı,

Öyleyse, $(x + 1)^2 > 0$

$x^2 + 2x + 1 > 0$ olmalıdır.

II) Kökleri -2 ve $+2$ olacağı için ifade $x^2 - 4$ tür. $-2 < x < 2$ aralığı alındığına göre $x^2 - 4 < 0$ olacaktır.

Yanıt B

6. I) $\frac{x+1}{x-1} > 0$ ise $x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

II) $\frac{1}{x-1} < 0$ ise $x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

		−1		1	
I	+	0	−		+
II	−		−		+
Çözüm Kümesi					

$-\infty < x < -1$ ya da $x < -1$ bulunur.

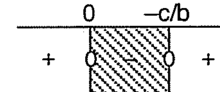
Yanıt B

7. $ax \cdot (bx + c) < 0$

$ax = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

$bx + c = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{c}{b}}$

$a < b < 0 < c$ ise $-\frac{c}{b} > 0$ dır.



$0 < x < -\frac{c}{b}$ dir.

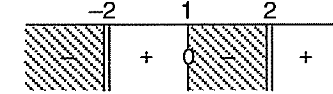
Yanıt C

8. $\frac{(x^2 + x + 4) \cdot (x - 1)}{x^2 - 4} < 0$

$x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \mp 2}$

$x^2 + x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -15 < 0$ olduğu için x değeri yoktur.



$-\infty < x < -2$ veya $1 < x < 2$ dir.

Yanıt D

9. $y = \sqrt{-x^2 - 8x - 15}$ fonksiyonunda

$-x^2 - 8x - 15 \geq 0$ olmalıdır.

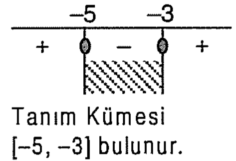
$\Rightarrow -(x^2 + 8x + 15) \geq 0$

$\Rightarrow x^2 + 8x + 15 \leq 0$

/\
$+5 \quad +3$

$\Rightarrow (x + 5)(x + 3) \leq 0$

$\Rightarrow x = -5, x = -3$

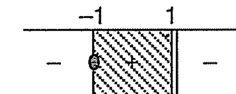


Yanıt D

10. $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ ise $\frac{1+x}{1-x} \geq 0$ olmalıdır.

$1 + x = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$1 - x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$



$-1 \leq x < 1$ olur.

Yanıt B

11. $x^2 - x + \frac{1}{4} < 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 < 0$

$2x \quad -1$

$2x \quad -1$

$\Rightarrow (2x-1)^2 < 0$ eşitsizliğini sağlayan x değeri yoktur.

Yanıt E

12. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$ ise

$-x^2 + 3x - 2 \geq 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0$

$-2 \quad -1$

$\Rightarrow (x-2)(x-1) \leq 0$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

1 2

+ − +

Tanım Kümesi [1, 2] olur.

Yanıt C

13. $(x+1)^2 < 4$ (Her iki tarafın kökü alınır.)

$\sqrt{(x+1)^2} < \sqrt{4}$

$|x+1| < 2$

$\Rightarrow -2 < x + 1 < 2$

$\Rightarrow -2 - 1 < x + 1 - 1 < 2 - 1$

$\Rightarrow -3 < x < 1$ bulunur.

Yanıt C

14. $x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) < 0$

$-2 \quad -1$

$x - 2 = 0 \Rightarrow$ $x = 2$

$x - 1 = 0 \Rightarrow$ $x = 1$

1 2

+ − +

$1 < x < 2$ olmalıdır.

Yanıt C

C. II. Dereceden Fonksiyonlar

LYS SORULARI

1. $y = x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1$

parabolü y = 1 doğrusuna teğet olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{-3}{2}$ B) $\frac{-3}{4}$ C) 0 D) 1 E) 2

(2012-LYS1)

2. $f(x) = x^2 - 2x + 3$

fonksiyonunun grafiği a birim sağa ve b birim aşağı ötelenerek $g(x) = x^2 - 8x + 14$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, |a| + |b| ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

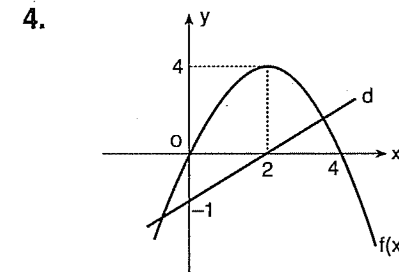
(2011-LYS1)

3. $y = x^2$ parabolü ile $y = 2 - x$ doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin sınırları üzerindeki (x,y) noktaları için $x^2 + y^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 25 B) 20 C) 17 D) 13 E) 10

(2011-LYS1)

4.



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde f(x) parabolü ve d doğrusu gösterilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisinin çözüm kümesidir?

A) $\left.\begin{array}{l} y - x^2 + 2x \leq 0 \\ y - x + 2 \geq 0 \end{array}\right\}$

B) $\left.\begin{array}{l} y - x^2 + 2x \geq 0 \\ 2y - x + 2 \geq 0 \end{array}\right\}$

C) $\left.\begin{array}{l} y - x^2 + 4x \leq 0 \\ 2y - x + 2 \leq 0 \end{array}\right\}$

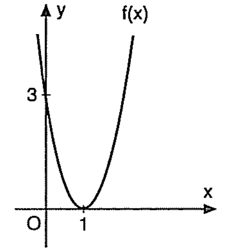
D) $\left.\begin{array}{l} y + x^2 - 4x \leq 0 \\ 2y - x + 4 \leq 0 \end{array}\right\}$

E) $\left.\begin{array}{l} y + x^2 - 4x \leq 0 \\ 2y - x + 2 \geq 0 \end{array}\right\}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. f(x) fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi Ox eksenine (1, 0) noktasında teğet olan ve (0, 3) noktasından geçen paraboldür.



Buna göre, f(3) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 12

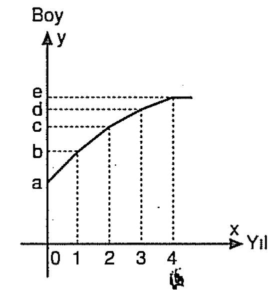
(2006-ÖSS Mat 2)

2. a, b ∈ R ve $A = -a^2 + 8a + 1$, $B = b^2 + 18b + 5$ olduğuna göre, **A nın en büyük sayı değeri ile B nin en küçük sayı değeri toplamı kaçtır?**

A) −59 B) −50 C) 60 D) 70 E) 80

(1999-ÖSS İPTAL)

3.



Yukarıdaki şekilde grafik bir çocuğun yıllara göre boy uzunluğunu göstermektedir.

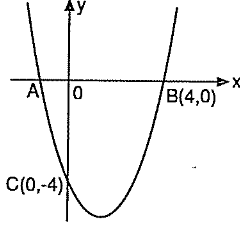
Buna göre 1. yıl ile 4. yıl arasında çocuğun boyundaki yıllık ortalama artış ne kadardır?

A) $\frac{e}{4}$ B) $\frac{e-a}{4}$ C) $\frac{e-b}{4}$ D) $\frac{e-a}{3}$ E) $\frac{e-b}{3}$

(1989-ÖSS)

ÖYS SORULARI

1. Şekilde verilen parabolün denklemi $y = x^2 + bx + c$ olduğuna göre, **A(x, 0) noktasının apsisi x kaçtır?**



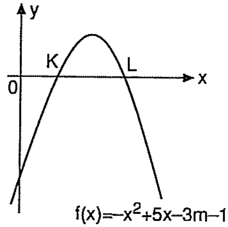
A) –1 B) –2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

(1998-ÖYS)

2. Yandaki şekilde, denklemi

$y = -x^2 + 5x - 3m - 1$

olan fonksiyonun grafiği verilmiştir.



|OL| = 4|OK| olduğuna göre, m kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

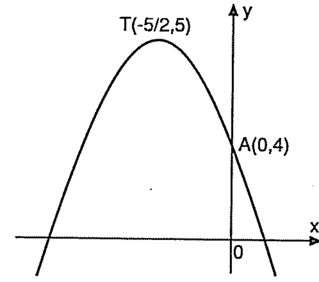
(1997-ÖYS)

3. **$y = ax^2 - 8x + 2a - 4$ eğrisi x– eksenine teğet olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) –5 B) –3 C) –2 D) 3 E) 8

(1997-ÖYS)

4.



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası $T(-\frac{5}{2}, 5)$, y eksenini kestiği nokta da A(0, 4) tür.

Bu parabolün denklemi $y = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

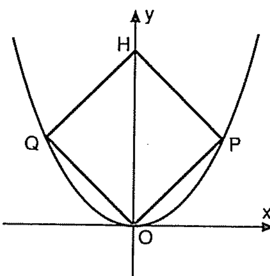
(1996-ÖYS)

5. [–1, 3] kapalı aralığında tanımlı **$f(x) = 4 - x^2$ fonksiyonunun en küçük değeri kaçtır?**

A) –6 B) –5 C) –4 D) 2 E) 3

(1993-ÖYS)

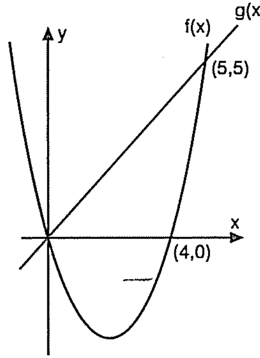
6. Şekildeki parabolün denklemi $y = x^2$ dir. **Bir köşesi O(0, 0) de, P ve Q köşeleri de parabolün üzerinde olan OPHQ karesinin alanı kaç birim karedir?**



A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

(1993-ÖYS)

7. Şekilde, y– eksenine paralel olan, f(x) parabolü ile g(x) doğrusunun ortak noktaları (5, 5) ve (0, 0) dır.



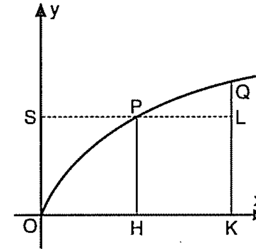
Buna göre,

$\frac{(fog)(8)}{(fof)(2)}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

(1993-ÖYS)

8.



Denklemi $y = \sqrt{ax}\,(a > 0)$ olan şekildeki parabol yayı üzerinde P ve Q noktaları alınarak birbirine eş OHPS ve HKLP kareleri çizilmiştir.

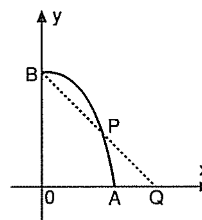
Buna göre, |KQ| kaç birimdir?

A) $\frac{3a}{4}$ B) $\frac{2a}{3}$ C) a

D) $a\sqrt{2}$ E) $a\sqrt{3}$

(1992-ÖYS)

9. Yandaki şekilde, denklemi $y = 4 - x^2$ olan parabolün birinci dördüldeki AB yayı verilmiştir. B den geçen bir doğru yayı P de, x– eksenini Q da kesmektedir.

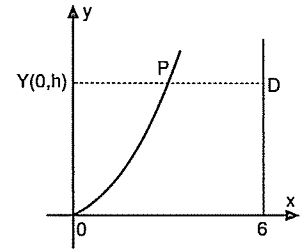


|BP| = |PQ| olduğuna göre, BQ doğrusunun eğimi kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) –1

(1991-ÖYS)

10.



Yukarıdaki şekilde, $x \geq 0$ olmak üzere, $y = x^2$ eğrisinin grafiği ile x = 6 doğrusunun grafiği verilmiştir. Y(0, h) den OY ye çizilen dikme eğriyi P de, doğruyu D de kesiyor.

Buna göre, h nin hangi değeri için [YD] nin orta noktası P dir?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

(1990-ÖYS)

11. **Denklemi $y = \frac{x^2}{a}$ olan parabol, a nın hangi değeri için, denklemi x – y = 1 olan doğruya teğettir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(1989-ÖYS)

12. Denklemi $y = x^2 - ax + 1$ olan parabol veriliyor. **a nın hangi pozitif değeri için, başlangıç noktasından parabole çizilen teğetler birbirine dik olur?**

A) 4 B) $\sqrt{3}$ C) 3 D) $\sqrt{2}$ E) 2

(1988-ÖYS)

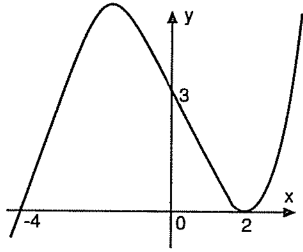
13. Denklemi $y = a^2 - (x - b)^2$ olan parabol, denklemi $y = x^2$ olan parabole teğet olduğuna göre, **b nin a türünden değeri nedir?**

A) $\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$ B) $\pm a\sqrt{2}$ C) ±a

D) $\pm\frac{a}{2}$ E) ±2a

(1987-ÖYS)

14.



Yukarıdaki eğri aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği olabilir?

A) $y = 3(x-2)^2(x+4)$ B) $y = \frac{1}{16}(x-2)^2(x+4)$

C) $y = \frac{4}{3}(x+2)^2(x-4)$ D) $y = \frac{3}{4}(x+2)^2(x-4)$

E) $y = \frac{3}{16}(x-2)^2(x+4)$

(1983-ÖYS)

15. $y = x^2 + (m-1)x + 1$ parabolü, x– eksenine, eksenin pozitif tarafında teğet olduğuna göre **m nin değeri nedir?**

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –3

(1982-ÖYS)

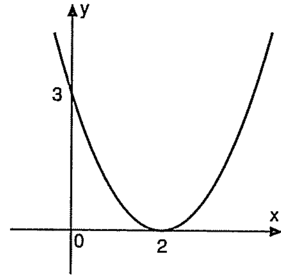
16. $y = \frac{x^2}{x+1}$ eğrisi ile $y = mx$ doğrusunun, A(–1, –2) noktasına göre simetrik iki noktada kesişebilmesi için, **m nin değeri ne olmalıdır?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 2

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1.



Şekildeki grafiğin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = (x-2)^2 - 3$ B) $y = (x+2)^2 - 3$

C) $y = (x+2)^2 + 3$ D) $y = x^2 + 3x$

E) $y = 3(\frac{x}{2} - 1)^2$

(1976-ÜSS)

2. $y = ax^2 + bx + c^2$ ve $y = ax^2 + dx + e^2$ **eğrileri kesişirlerse, aralarında kalan düzlemsel B bölgesi aşağıdaki özelliklerden hangisini taşır?**

A) Konvekstir

B) $B = \left\{(x, y) \middle| \begin{array}{l} y-(ax^2+bx+c^2)<0, \\ y-(ax^2+dx+e^2)<0 \end{array}\right\}$

C) Konveks değildir

D) $B = \left\{(x, y) \middle| \begin{array}{l} y-(ax^2+bx+c^2)>0, \\ y-(ax^2+dx+e^2)>0 \end{array}\right\}$

E) $B = \{(x, y) \mid (b-d)x + c^2 - e^2 < 0\}$

(1975-ÜSS)

3. $y = -x^2 + 8x - 9$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin tepe noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (4, 7) B) (2, 3) C) (3, 2)

D) (8, 9) E) (9, 8)

(1973-ÜSS)

4. $y = -x^2 + 6x - 8$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin tepe noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (3, 1) B) (2, 1) C) (3, 2)

D) (3, 3) E) (1, 3)

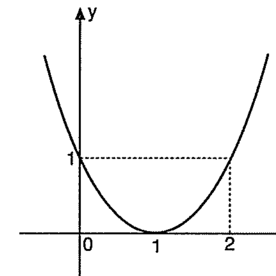
(1970-ÜSS)

5. $y = ax^2 + x + 4$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin A(1, 2) noktasından geçmesi için a aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

A) –2 B) –1 C) –3 D) 1 E) 3

(1970-ÜSS)

6.



Yukarıda grafiği çizili olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

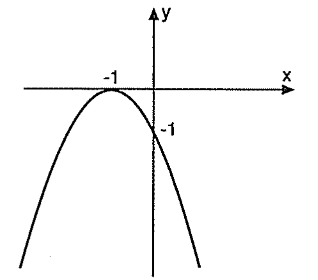
A) $y = x^3 - 1$ B) $y = x^2 - 2x + 1$

C) $y = -x^2 + 2x + 1$ D) $y = \frac{x-1}{x+1}$

E) $y = \frac{-2x+2}{x+2}$

(1969-ÜSS)

7.



Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi şekildeki eğrinin karşılığıdır?

A) $y = -(1-x)^2$ B) $y = (x+1) \cdot x^2$

C) $y = (x+1)(x-1)$ D) $y = -(x+1)^2$

E) $y = (x-1)^2$

(1967-ÜSS)

8. $y = 3x^2 - 6x + 3$ parabolü veriliyor.
Koordinat eksenlerinin başlangıç noktası bu parabolün minimum noktasına kaydırıldığı takdirde, aşağıdakilerden hangisi parabolün yeni denklemini verir?

A) $y = x$ B) $y = x^2$ C) $y = 3x^2$

D) $y = -3x^2$ E) $y = 9x^2$

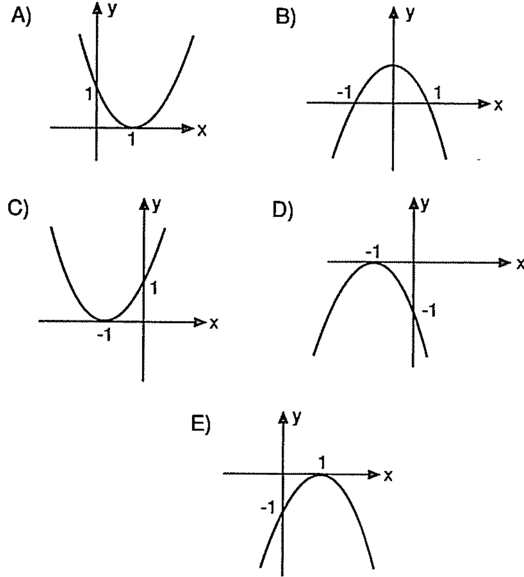
(1966-ÜSS)

9. $x - y + 2 = 0$ **doğrusunun** $y^2 = 2px$ **parabolüne teğet olması için p nin değeri ne olmalıdır?**

A) –4 B) –2 C) 2 D) 3 E) 4

(1966-ÜSS)

10. $y = -(x-1)^2$ fonksiyonunun eğrisi aşağıdakilerden hangisidir?



(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.A	2. D	3.B	4.E

ÖSS

1.E	2.A	3.E

ÖYS

1.A	2.C	3.C	4.B	5.B	6.E
7.A	8.D	9.B	10.E	11.D	12.B
13.B	14.E	15.D	16.E		

ÜSS

1.E	2.C	3.A	4.A	5.C	6.B
7.D	8.C	9.E	10.E		

C. II. Dereceden Fonksiyonlar

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1$ parabolü ile $y = 1$ doğrusu teğet ise, ortak çözümlerinde $\Delta = 0$ olur.

$1 = x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1$

$0 = x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$0 = [-2(a+1)]^2 - 4.1.(a^2 - 2)$

$0 = 4(a^2 + 2a + 1) - 4a^2 + 8$

$0 = 4a^2 + 8a + 4 - 4a^2 + 8$

$0 = 8a + 12$

$8a = -12$

$a = -\frac{3}{2}$ bulunur.

Yanıt A

2. $f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

$g(x) = x^2 - 8x + 14 = (x-4)^2 - 2$

f(x) parabolünün tepe noktası (1, 2)

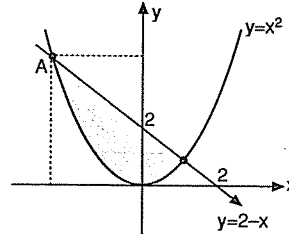
g(x) parabolünün tepe noktası (4, –2) dir.

(1, 2) noktası a birim sağa ötelenerek (4, –2) noktası elde ediliyorsa a = 3 ve b birim aşağı öteleniyorsa b = 4 demektir.

$|a| + |b| = |3| + |4| = 3 + 4 = 7$ bulunur.

Yanıt D

3. $y = x^2$ parabolü ile $y = 2 - x$ doğrusunun grafiği çizildiğinde II. bölgedeki A noktasının koordinatlarının kareleri toplamının en büyük olacağı açık bir şekilde görülür.



Denklemler ortak çözülerek A noktası bulunuyorsa

$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = 2 - x \end{array}\right\} \begin{array}{l} x^2 = 2 - x \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{array}$

(2, –1)

$x = -2 \Rightarrow y = 2 - (-2) = 4 \Rightarrow A(-2, 4)$

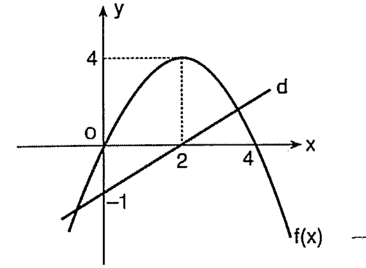
$x = 1 \Rightarrow y = 2 - 1 = 1 \Rightarrow B(1, 1)$

$A(-2, 4) \Rightarrow (-2)^2 + 4^2 = 4 + 16$

$= 20$ bulunur.

Yanıt B

4. **1. yol**



f(x) parabolü x = 0 ve x = 4 ten geçtiği için $f(x) = a.x.(x-4)$ olur. (2,4) noktası parabolün üzerinde olduğundan denklemi sağlar.

$f(2) = a.2.(2-4)$

$4 = -4a$

$-1 = a$

$f(x) = -(x^2 - 4x)$

$y = -x^2 + 4x$

$y + x^2 - 4x = 0$ bulunur. Parabolün alt bölgesi taralı olduğu için

$y + x^2 - 4x \leq 0$ bulunur.

d doğrusu x = 2 ve y = –1 noktalarından geçtiği için denklemi

$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} = 1 \Rightarrow x - 2y = 2$

$\Rightarrow 2y - x + 2 = 0$ olur.

Doğrunun üst bölgesi taralı olduğundan

$2y - x + 2 \geq 0$ bulunur.

2. yol

Taralı bölgeye ait (0,0), (1,0), (2,0), (2,1) gibi birkaç tane nokta eşitsizliklerde denenirse A,C ve D seçenekleri elenir. B seçeneğindeki $y - x^2 + 2x \geq 0$ eşitsizliği parabolün üst tarafını belirttiği için geriye sadece E seçeneği kalır.

Yanıt E

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Parabol x- eksenine x = 1 noktasında teğet olduğuna göre, bu noktada çift katlı kökü vardır.

$f(x) = a.(x-1)^2$ şeklindedir.

(0, 3) noktasından geçtiği için x = 0 için f(0) = 3 olacaktır.

$f(0) = a.(0-1)^2$

$\Rightarrow 3 = a.1$

$\Rightarrow a = 3$ tür. O hâlde,

$f(x) = 3.(x-1)^2$ dir.

$\Rightarrow f(3) = 3.(3-1)^2 = 3.4 = 12$ olur.

Yanıt E

2. A ve B sayıları birer parabol olarak düşünülürse, en büyük ve en küçük değerleri için tepe noktalarının ordinatları bulunmalıdır.

Bilgi:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası

$T\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ dır.

i) $A = -a^2 + 8a + 1$ in kat sayıları

a = –1, b = 8, c = 1 dir.

$\frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2.(-1)} = 4$ ve

$a = 4$ için $A = -4^2 + 8.4 + 1 = 17$ en büyük A sayısı olur.

ii) $B = b^2 + 18b + 5$ in kat sayıları

a = 1, b = 18, c = 5 tir.

$\frac{-b}{2a} = \frac{-18}{2.1} = -9$ ve

$b = -9$ için $B = (-9)^2 + 18.(-9) + 5$

$= -76$ sayısı B nin en küçük değeridir.

Bu değerlerin toplamı;

$17 + (-76) = -59$ olur.

Yanıt A

3. 1 - 2. yıllar arasındaki artış: c – b

2 - 3. yıllar arasındaki artış: d – c

3 - 4. yıllar arasındaki artış: e – d

Ortalama artış $\frac{c-b+d-c+e-d}{3} = \frac{e-b}{3}$ tür.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = x^2 + bx + c$ parabolü (0, –4) ve (4, 0) noktalarından geçtiği için

$x = 0$ için $y = -4$ ise $-4 = 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = -4$

$x = 4$ için $y = 0$ ise $0 = 16 + 4b + c \Rightarrow 0 = 16 + 4b - 4$

$\Rightarrow b = -3$ olur.

$y = x^2 + bx + c$

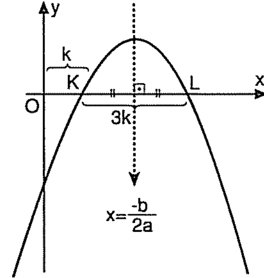
$y = x^2 - 3x - 4$

$-4 \quad 1$

$y = (x-4)(x+1) \Rightarrow x = 4$ ve $x = -1$ bulunur.

Yanıt A

2.



Tepe noktasının x koordinatı [KL] nin orta noktasıdır.

|OK| = k ise |KL| = 3k olur.

$\frac{-b}{2a} = k + \frac{3}{2}k$

$\Rightarrow \frac{-5}{2.(-1)} = \frac{5}{2}k$

$\Rightarrow k = 1$ bulunur.

Bu durumda, K(1, 0) bulunur ve parabolün üzerinde olduğu için parabolün denklemini sağlar.

$y = -x^2 + 5x - 3m - 1$

$\Rightarrow 0 = -1 + 5 - 3m - 1$

$\Rightarrow 3m = 3$

$\Rightarrow m = 1$ bulunur.

Yanıt C

3. $y = ax^2 - 8x + 2a - 4$ parabolü x– eksenine teğet olduğuna göre $\Delta = 0$ olmalıdır.

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot a \cdot (2a - 4) = 0$

$\Rightarrow 64 - 8a^2 + 16a = 0$

$\Rightarrow 8 - a^2 + 2a = 0$

$\Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0$

$-4 \quad 2$

$\Rightarrow a = 4$ veya $a = -2$ olabilir.

Yanıt C

4. **Not:** Tepe noktası T(h, k) olan parabolün denklemi

$f(x) = a \cdot (x - h)^2 + k$ dır.

$T(-\frac{5}{2}, 5)$ olduğuna göre,

$f(x) = a.(x + \frac{5}{2})^2 + 5$ olur.

A(0, 4) noktasından geçtiğine göre,

$x = 0$ için $f(0) = 4$

$4 = a.(0 + \frac{5}{2})^2 + 5$

$\Rightarrow -1 = \frac{25}{4}a \Rightarrow a = -\frac{4}{25}$ tir.

$f(x) = -\frac{4}{25}(x + \frac{5}{2})^2 + 5$ ifadesi düzenlenirse

$f(x) = \frac{-4}{25}(x^2 + 5x + \frac{25}{4}) + 5$

$f(x) = \left(\frac{-4}{25}\right)x^2 \left(-\frac{4}{5}\right)x \left(+4\right)$ bulunur.

a b c

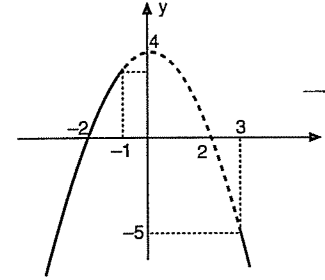
$b = -\frac{4}{5}$ tir.

Yanıt B

5. $y = 4 - x^2$ nin [–1, 3] aralığındaki en küçük değerini bulmak için grafiğini çizelim.

$x = 0$ için $y = 4$ (0, 4)

$y = 0$ için $0 = 4 - x^2 \Rightarrow x = \mp 2$ (–2, 0), (2, 0)



[–1, 3] aralığındaki en küçük değerinin x = 3 te olduğu görülmektedir.

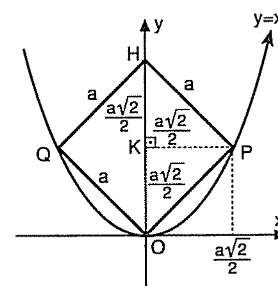
x = 3 için

$y = 4 - 3^2 = 4 - 9$

$= -5$ bulunur.

Yanıt B

6.



OPHQ karesinin bir kenar uzunluğu a br olsun.

$|OH| = a\sqrt{2}$ br olur.

$\frac{|OH|}{2} = |OK| = |KP| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ br dir.

$x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ için $y = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ olduğu için (P noktası)

$y = x^2 \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = (\frac{a\sqrt{2}}{2})^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$ bulunur.

$A(OPHQ) = a^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ br^2 olur.

Yanıt E

7. $g(x) = x$ tir. ((0, 0) ve (5, 5) ten geçtiği için)

$f(x) = a \cdot (x - 0) \cdot (x - 4)$ fonksiyonu (5, 5) noktasından geçtiği için

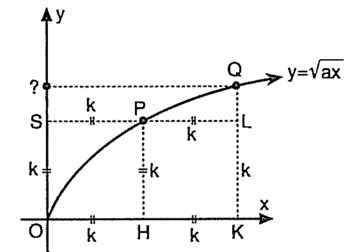
$5 = a \cdot (5 - 0) \cdot (5 - 4) \Rightarrow a = 1$ olur.

$f(x) = x^2 - 4x$ tir.

$\frac{(fog)(8)}{(fof)(2)} = \frac{f(g(8))}{f(f(2))} = \frac{f(8)}{f(-4)} = \frac{32}{32} = 1$ dir.

Yanıt A

8.



$x = k$ için $y = \sqrt{a.k} \Rightarrow S(k, \sqrt{ak})$ olur.

$|OS| = k = \sqrt{a \cdot k} \Rightarrow a = k$ bulunur.

$x = 2k$ için $y = \sqrt{a \cdot 2k} = \sqrt{a \cdot 2a} = a\sqrt{2}$

$Q(2k, a\sqrt{2})$ veya $Q(2a, a\sqrt{2})$ dir.

$|KQ| = a\sqrt{2}$ br bulunur.

Yanıt D

9. $x = 0$ için $y = 4$ olduğuna göre B(0, 4) tür.

Q noktasına Q(a, 0) diyelim.

P noktası orta nokta olduğu için,

$P(\frac{0+a}{2}, \frac{4+0}{2}) = P(\frac{a}{2}, 2)$ olur.

P noktası parabolün üzerinde olduğu için, $y = 4 - x^2$ denklemini sağlar.

$2 = 4 - (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 2 \Rightarrow a^2 = 8$

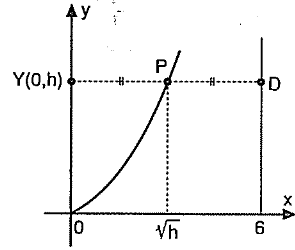
$\Rightarrow a = \mp 2\sqrt{2}$

B(0, 4) ve $Q(2\sqrt{2}, 0)$ ise eğim,

$m_{BQ} = \frac{4-0}{0-2\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt B

10.



$y = x^2$ de $y = h$ için

$h = x^2 \Rightarrow x = \mp\sqrt{h}$

$\Rightarrow x = \sqrt{h}$ (P nin apsisi)

$|YP| = |PD|$ ise

$2\sqrt{h} = 6 \Rightarrow \sqrt{h} = 3$

$\Rightarrow h = 9$ bulunur.

Yanıt E

11 $y = \dfrac{x^2}{a}$ parabolü ile $x - y = 1$ doğrusu teğet olduğuna göre, ortak çözümlerinde $\Delta = 0$ olur.

$\dfrac{x^2}{a} = x - 1$

$\Rightarrow x^2 - ax + a = 0$

$\Delta = (-a)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, a$

$\Rightarrow 0 = a^2 - 4a$

$\Rightarrow 0 = a(a - 4)$

$\Rightarrow a = 0$ veya $a = 4$

$a = 0$ olamaz. ($\dfrac{x^2}{a}$ tanımsız olur).

$a = 4$ tür.

Yanıt D

12. Doğru ile parabol teğet olacakları için ortak çözümlerinde $\Delta = 0$ olmalıdır.

$y=x^2-ax+1$, $y=mx$, $(0,0)$

$x^2 - ax + 1 = mx$

$\Rightarrow x^2 - (a + m)x + 1 = 0$

$\Delta = [-(a + m)]^2 - 4.1.1$

$\Rightarrow 0 = (a + m)^2 - 4$

$\Rightarrow 4 = (a + m)^2$

$\Rightarrow \mp 2 = a + m$ ⟨ $m = 2 - a$, $m = -2 - a$ olur.

Bulunan m değerleri parabolde teğet olan doğruların eğimleri olduğu için çarpımları −1 dir. (Birbirine dik olan doğruların eğimlerinin çarpımı −1 olur.)

$(2 - a) \,.\, (-2 - a) = -1$

$\Rightarrow (2 - a) \,.\, (2 + a) = 1$

$\Rightarrow 4 - a^2 = 1$

$\Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \mp\sqrt{3}$ tür.

a nın pozitif değeri $\sqrt{3}$ tür.

Yanıt B

13. $y = a^2 - (x - b)^2$ ile $y = x^2$ parabollerinin birbirine teğet olması için sadece bir tane ortak noktaları bulunmalıdır.

Bunun için de ortak çözümlerinde

$\Delta = 0$ olmalıdır.

$a^2 - (x - b)^2 = x^2$

$\Rightarrow a^2 - x^2 + 2bx - b^2 = x^2$

$\Rightarrow 2x^2 - 2bx + b^2 - a^2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow 0 = (-2b)^2 - 4 \,.\, 2 \,.\, (b^2 - a^2)$

$\Rightarrow 0 = 4b^2 - 8b^2 + 8a^2$

$\Rightarrow 4b^2 = 8a^2$

$\Rightarrow b^2 = 2a^2$

$\Rightarrow b = \mp a\sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt B

14. Fonksiyonun grafiği x– eksenini $x = -4$ te kesip $x = 2$ de teğet olduğuna göre,

$x = -4$ fonksiyonunun tek katlı kökü,

$x = 2$ ise fonksiyonun çift katlı köküdür.

Bu durumda (C) ve (D) seçenekleri olamaz.

$y = a \,.\, (x - 2)^2 \,.\, (x + 4)$ şeklinde olmalıdır.

Grafik y– eksenini 3 te kestiğine göre $x = 0$ için $y = 3$ olmalıdır.

$3 = a \,.\, (0 - 2)^2 \,.\, (0 + 4)$

$\Rightarrow a = \dfrac{3}{16}$ olur.

O hâlde, fonksiyon

$f(x) = \dfrac{3}{16}.(x - 2)^2.(x + 4)$ olabilir.

Yanıt E

15. $y = x^2 + (m - 1)x + 1$ parabolünün x– eksenine teğet olması için

$\Delta = 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow (m - 1)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 1 = 0$

$\Rightarrow (m - 1)^2 = 4$ ⟨ $m - 1 = 2 \Rightarrow m = 3$, $m - 1 = -2 \Rightarrow m = -1$

$\Rightarrow m = 3$ için $y = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ parabolü x– ekseninin negatif tarafında teğettir.

$m = -1$ için $y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ parabolü ise x- ekseninin pozitif tarafında teğettir.

Cevap $m = -1$ olmalıdır.

Yanıt D

16. $y = \dfrac{x^2}{x+1}$ eğrisi ile $y = mx$ doğrusunun kesim noktalarını bulmak için ortak çözüm yapılır:

$y = \dfrac{x^2}{x+1} = mx \Rightarrow x^2 = mx^2 + mx$

$\Rightarrow x.[(m - 1)x + m] = 0$

$x = 0$ veya $x = \dfrac{-m}{m-1}$ olur.

A noktası, orta nokta olacağı için A nın apsisini bulmak üzere kesim noktalarının toplamının yarısı bulunur.

$-1 = \dfrac{0 + \dfrac{-m}{m-1}}{2} \Rightarrow m = 2$ olur.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. **1. yol**

Parabolün tepe noktası T(2, 0) dır.

$y = a.(x - 2)^2 + 0$ ve

$x = 0$ için $y = 3$ olduğuna göre,

$3 = a(0 - 2)^2 \Rightarrow a = \dfrac{3}{4}$ olur.

$y = \dfrac{3}{4}(x - 2)^2 = 3.(\dfrac{x}{2} - 1)^2$ bulunur.

2. yol

A, B, C seçeneklerinde parabollerin tepe noktaları sırasıyla (2, −3), (−2, −3) ve (−2, 3) tür. Grafikte verilen parabolün tepe noktası ise (2, 0) dır. Bu seçenekler olamaz.

D seçeneğinde ise

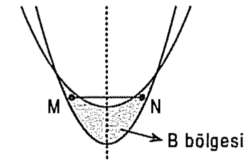
$y = x^2 + 3x = x(x + 3)$ olduğu için x– eksenini $x = 0$ ve $x = 3$ olmak üzere iki noktada kesmesi gerekir.

O hâlde, doğru yanıt E seçeneğidir.

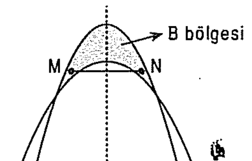
Yanıt E

2. $y = ax^2 + bx + c^2$ ve $y = ax^2 + bx + e^2$ parabollerinin tepe noktalarının apsisleri $x = \dfrac{-b}{2a}$ dir.

Eğer $a > 0$ ise parabollerin kolları yukarı doğru olur ve B bölgesi aşağıdaki gibi olur.



Eğer $a < 0$ ise parabollerin kolları aşağı doğru olur.



Her iki durumda da taralı bölge konveks değildir. Çünkü taralı bölgeden alınan M ve N noktaları birleştirildiğinde [MN] doğru parçasının tamamı taralı bölge içinde kalmaz.

Not: Herhangi iki nokta birleştirildiğinde elde edilen doğru parçası bölgenin içinde kalıyorsa konveks, tamamı bölge içinde kalmıyorsa konkav denir.

Yanıt C

3. $y = -x^2 + 8x - 9$ parabolünün tepe noktası

$T\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ dır.

$a = -1$, $b = 8$ ve $c = -9$

$-\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2.(-1)} = 4$ ve

$f(4) = -4^2 + 8 . 4 - 9$

$= 7$ olur.

T(4, 7) dir.

Yanıt A

4. $y = -x^2 + 6x - 8$ parabolünün tepe noktası

$T\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ dır.

$a = -1$, $b = 6$ ve $c = -8$ ise

$-\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2.(-1)} = 3$ ve

$f(3) = -3^2 + 6 . 3 - 8$

$= 1$ olur.

T(3, 1) dir.

Yanıt A

5. $y = ax^2 + x + 4$ fonksiyonunun A(1, 2) noktasından geçmesi için noktanın koordinatlarını sağlaması gerekir.

$\left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array}\right\}$ $2 = a.1^2 + 1 + 4$

$2 = a + 5$

$a = -3$ bulunur.

Yanıt C

6. **1. yol**

Parabolün tepe noktası T(1, 0) ise

$y = a . (x - 1)^2$ denklemi elde edilir.

$x = 0$ için $y = 1$ olduğuna göre,

$1 = a . (0 - 1)^2 \Rightarrow a = 1$ olur.

$y = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ bulunur.

2. yol

Grafikte verilen (1, 0), (0, 1) ve (2, 1) noktaları seçeneklerden sadece $y = x^2 - 2x + 1$ denklemini sağlar.

Yanıt B

7. **1. yol**

$y = -x^2$ parabolün grafiği, x– ekseni üzerinde 1 br sol tarafa kaydırıldığına göre $y = -(x + 1)^2$ olur.

2. yol

Şekilde verilenlere göre,

$x = -1$ için $y = 0$ $(-1, 0)$

$x = 0$ için $y = -1$ $(0, -1)$

noktaları sadece $y = -(x + 1)^2$ denklemini sağlar.

Yanıt D

8. $y = 3x^2 - 6x + 3$

$y = 3(x^2 - 2x + 1)$

$y = 3(x - 1)^2$ parabolünün minimum noktası T(1, 0) dır. O(0, 0) noktası T noktasına kaydırılırsa elde edilen yeni parabol $y = 3x^2$ olur.

Yanıt C

9. $x - y + 2 = 0$ doğrusu ile $y^2 = 2px$ parabolü teğet ise ortak çözümlerinde $\Delta = 0$ olmalıdır.

$x - y + 2 = 0 \Rightarrow y = x + 2$

$\Rightarrow (x + 2)^2 = 2px$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 2px = 0$

$\Rightarrow x^2 + (4 - 2p)x + 4 = 0$

$\Delta = (4 - 2p)^2 - 4 . 1 . 4 = 0$

$\Rightarrow 16 - 16p + 4p^2 - 16 = 0$

$\Rightarrow 4p(p - 4) = 0$

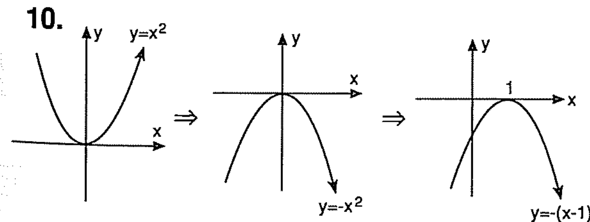
$\Rightarrow p = 0$ veya $p = 4$ tür.

$p = 0$ olamaz çünkü $y^2 = 2px$ denklemi $y = 0$ olur. Yani, parabol olamaz.

$p = 4$ tür.

Yanıt E

10.



$y = -x^2$ parabolü x– ekseni üzerinde 1 br sağ tarafa kaydırılarak $y = -(x - 1)^2$ parabolü bulunur.

Yanıt E

BÖLÜM 3

TRİGONOMETRİ

A. Temel Trigonometrik Kavramlar

B. Trigonometrik Özdeşlikler

C. Toplam Fark Formüllerinin Geometrik Uygulamaları

D. Trigonometrik Denklemler, Fonksiyonlar ve Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

		YILLAR				
		2010	2011	2012		
LYS	Trigonometri	5	4	4		

		YILLAR																												
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Trigonometri								2																						

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Trigonometri	3	2	3	2	3	4	3	5	3	1	2	1	3	1	3	2	3	2	2	3	2	2

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Trigonometri	2	3	3		2	4	6	6	6	4	3	2	3	2	2

A. Temel Trigonometrik Kavramlar

LYS SORULARI

1. $\dfrac{\cos 135° + \cos 330°}{\sin 150°}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}-1$

C) $\sqrt{2}-1$ D) $\sqrt{2}+1$

E) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

(2012-LYS1)

2 $\dfrac{(\sin x - \cos x)^2}{\cos x} + 2\sin x$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{1}{\cos x}$ B) $\dfrac{1}{\sin x}$ C) 1

D) arcsinx E) arccosx

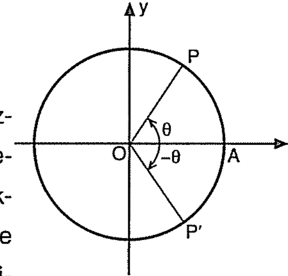
(2010-LYS1)

ÖSS SORUSU

1. $m(\widehat{AOP}) = \theta$

$m(\widehat{AOP'}) = -\theta$

Şekildeki O merkezli birim çember üzerindeki P ve P′ noktaları Ox eksenine göre birbirinin simetriğidir.



Buna göre, P′ noktası aşağıdakilerden hangisiyle ifade edilemez?

A) $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$

B) $(\cos(-\theta), \sin\theta)$

C) $(\cos\theta, -\sin\theta)$

D) $(\cos\theta, \sin(2\pi-\theta))$

E) $(\cos(2\pi-\theta), -\sin\theta)$

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $\dfrac{3}{\cos x} = \dfrac{4}{\sin x}$ olduğuna göre, **cosx in pozitif değeri kaçtır?**

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{2}{5}$ C) $\dfrac{3}{5}$ D) $\dfrac{4}{5}$ E) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

(1993-ÖYS)

2. $c = \cos\theta$, $s = \sin\theta$ olduğuna göre,

$c^6 + 3c^2s^2 + s^6$ ifadesinin kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 2\theta$ B) 1 C) $\sin\theta\cos\theta$

D) 3 E) $\cos 2\theta$

(1989-ÖYS)

3. $\cos 36° = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$ olduğuna göre, **cos72° kaçtır?**

A) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}+2}{4}$ C) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\dfrac{1}{3}$

(1989-ÖYS)

4. **sin95°, cos190°, tan210° nin işaretleri aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?**

	sin95°	cos190°	tan210°
A)	+	–	–
B)	–	–	+
C)	–	+	+
D)	+	+	–
E)	+	–	+

(1988-ÖYS)

5. $a = \sin 5°$ $b = \sin 85°$ $c = \sin 105°$ olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $c < b < a$ B) $b < c < a$ C) $b < a < c$ D) $a < c < b$ E) $a < b < c$

(1985-ÖYS)

6. $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\tan x = \frac{4}{3}$ olduğuna göre,

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \frac{1}{2}\sin 2x}$$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

(1983-ÖYS)

7. $\tan x = 2$ olduğuna göre, **$\cos^2 x - \cos x \sin x$ ifadesinin değeri nedir?**

A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{5}$ D) 0 E) $\frac{2}{3}$

(1982-ÖYS)

8. Aşağıdaklerden hangisi sin40° ye eşittir?

A) sin220° B) cos130° C) sin50° D) sin(–40°) E) cos(–50°)

(1986-ÖYS)

9. I. sin85°

II. tg175°

III. cos260°

IV. cot275°

Yukarıdaki trigonometrik değerlerin işaretleri sırasıyla, ne olur?

A) +, –, +, – B) –, –, –, + C) +, –, –, + D) –, –, –, – E) +, –, –, –

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $f: x \to \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, $g: x \to \frac{1}{x+1}$, $(-1 \le x \le 1)$ **ise,** $(f^{-1}og)(1)$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{1}{2}$

(1975-ÜSS)

2. sin210° nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(1974-ÜSS)

3. $\tan\theta = \frac{1}{2}$ ve $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, **cosθ nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(1974-ÜSS)

4. $x^2 - \text{tg}a\,x - 1 = 0$ **denkleminin köklerinin karelerinin toplamının 3 e eşit olması için a açısı aşağıdakilerden hangisine eşit olmalıdır?**

A) 30° B) 0° C) 45° D) 90° E) 60°

(1973-ÜSS)

5. $$\frac{\text{tg}60° - \text{tg}30°}{1 + \text{tg}60° \cdot \text{tg}30°}$$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 3

(1970-ÜSS)

6. $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\text{tg}^2 A}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisi ile özdeştir?**

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\sin^2 A$ E) $\frac{1}{\sin^2 A}$

(1968-ÜSS)

7. sin2x = m eşitliğinde m nin değeri aşağıdakilerden hangisinde bulunmaktadır?

A) $-2 \le m \le 2$ B) $-2 \le m \le 0$ C) $-1 \le m \le 0$ D) $-1 \le m \le 1$ E) $0 \le m \le 1$

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.A 2.A

ÖSS

1.B

ÖYS

1.C 2.B 3.A 4.E 5.D 6.A
7.C 8.E 9.E

ÜSS

1.B 2.C 3.E 4.C 5.D 6.B
7.D

A. Temel Trigonometrik Kavramlar

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $$\frac{\cos 135° + \cos 330°}{\sin 150°} = \frac{-\cos 45° + \cos 30°}{\sin 30°}$$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{1}$$

$= \sqrt{3} - \sqrt{2}$ bulunur.

Yanıt A

2. $$\frac{(\sin x - \cos x)^2}{\cos x} + 2.\sin x$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2.\sin x.\cos x}{\cos x} + \frac{2\sin x}{\frac{1}{(\cos x)}}$$

$$= \frac{1 - 2\sin x.\cos x}{\cos x} + \frac{2\sin x.\cos x}{\cos x}$$

$$= \frac{1 - 2\sin x.\cos x + 2\sin x.\cos x}{\cos x}$$

$= \frac{1}{\cos x}$ elde edilir.

Yanıt A

ÖSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. P noktası (cosθ, sinθ) ve P´ noktası da P noktasının x– eksenine göre simetriği olduğu için

P´(cos(–θ), sin(–θ))

= P´(cosθ, –sinθ) olmalıdır.

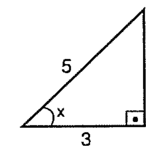
B seçeneğindeki (cos(–θ), sinθ) noktası P´ noktasını ifade etmez.

Yanıt B

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x} \Rightarrow 3\sin x = 4\cos x \Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$

bulunur.



$\Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$ tir.

Yanıt C

2. $c^6 + 3c^2s^2 + s^6 = (c^2)^3 + (s^2)^3 + 3c^2s^2$

$= \underbrace{(c^2+s^2)}_{1}(c^4 - c^2s^2 + s^4) + 3c^2s^2$

$= c^4 - c^2s^2 + s^4 + 3c^2s^2$

$= c^4 + 2c^2s^2 + s^4$

$= (c^2 + s^2)^2 = 1^2 = 1$ bulunur.

Not: $c^2 + s^2 = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ dir.

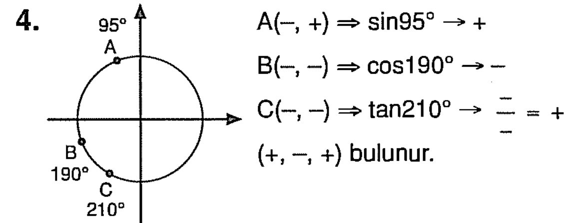
Yanıt B

3. $\cos72° = \cos(2 \cdot 36°) = 2\cos^2 36° - 1$

$= 2.(\frac{\sqrt{5}+1}{4})^2 - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ bulunur.

Yanıt A

4.



$A(-, +) \Rightarrow \sin95° \to +$

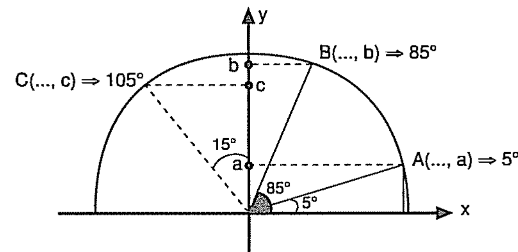
$B(-, -) \Rightarrow \cos190° \to -$

$C(-, -) \Rightarrow \tan210° \to \frac{-}{-} = +$

$(+, -, +)$ bulunur.

Yanıt E

5. Açıları birim çemberde yerleştirelim.



$\sin5° = a$ (A noktasının ordinatı)

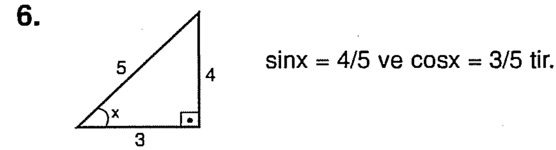
$\sin85° = b$ (B noktasının ordinatı)

$\sin105° = c$ (C noktasının ordinatı)

$a < c < b$ bulunur.

Yanıt D

6.



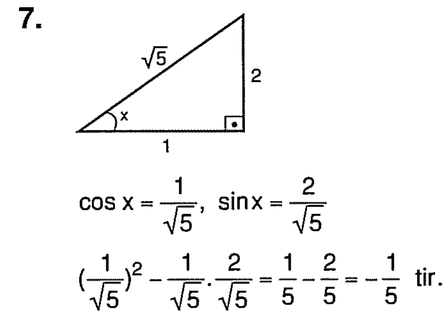
$\sin x = 4/5$ ve $\cos x = 3/5$ tir.

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1+\frac{1}{2}.\sin2x} = \frac{(4/5)^3 - (\frac{3}{5})^3}{1+\frac{1}{2}.2\sin x.\cos x}$$

$$= \frac{\frac{64}{125} - \frac{27}{125}}{1+\frac{4}{5}.\frac{3}{5}} = \frac{\frac{37}{125}}{\frac{37}{25}} = \frac{37}{125}.\frac{25}{37} = \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

Yanıt A

7.



$\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$(\frac{1}{\sqrt{5}})^2 - \frac{1}{\sqrt{5}}.\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} = -\frac{1}{5}$ tir.

Yanıt C

8. $\sin220° = \sin(180° + 40°) = -\sin40° \neq \sin40°$

$\cos130° = -\cos50° = -\sin40° \neq \sin40°$

$\sin50° \neq \sin40°$

$\sin(-40°) \neq \sin40°$

$\cos(-50°) = \cos50° = \sin40°$ dir.

Yanıt E

9. $\sin85° \to 1$. bölge $\to +$

$tg175° \to 2.$ bölge $\to -$

$\cos260° \to 3.$ bölge $\to -$

$\cot275° \to 4.$ bölge $\to -$

Doğru cevap $(+, -, -, -)$ olur.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ ve $g(x) = \frac{1}{x+1}$ olduğuna göre

$(f^{-1}og)(1) = f^{-1}(g(1))$

$= f^{-1}\left(\frac{1}{1+1}\right)$

$= f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ olur.

$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = k$ ise

$\Rightarrow \frac{1}{2} = f(k) \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$

$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right) \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}.k$

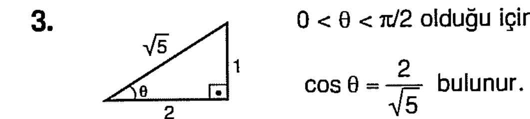
$\Rightarrow k = \frac{1}{3}$ olur.

Yanıt B

2. $\sin210° = \sin(180° + 30°) = -\sin30° = -\frac{1}{2}$

Yanıt C

3.



$0 < \theta < \pi/2$ olduğu için

$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ bulunur.

Yanıt E

4. $x^2 - tgax - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Denklemin katsayıları

$a = 1$, $b = tga$, $c = -1$ dir.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-tga}{1} = -tga$ ve

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$ dir.

Köklerin kareleri toplamı

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 . x_2$

$3 = (-tga)^2 - 2 . (-1)$

$3 = tg^2a + 2$

$1 = tg^2a$

$tga = \mp 1$ ↗ $tga = 1 \Rightarrow a = 45°$ ↘ $tga = -1 \Rightarrow a = 135°$ olur.

Yanıt C

5. **I. yol**

$\frac{tg60° - tg30°}{1 + tg60°.tg30°} = tg(60° - 30°)$

$= tg30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{3}$ tür.

II. yol

$$\frac{tg60° - tg30°}{1+tg60°.tg30°} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$= \frac{\frac{3-1}{\sqrt{3}}}{1+1}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}}.\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{3}$ olur.

Yanıt D

6. $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{tg^2 A} = \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{(\frac{\sin A}{\cos A})^2} = \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$= \frac{1-\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 1$ olur.

Yanıt B

7. $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun değer kümesi

$[-1, 1]$ dir.

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$\Rightarrow -1 \leq \sin2x \leq 1$

$\Rightarrow -1 \leq m \leq 1$ bulunur.

Yanıt D

B. Trigonometrik Özdeşlikler

LYS SORULARI

1. $\cos x.\cos 2x = \dfrac{1}{16\sin x}$

olduğuna göre, sin4x kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2012-LYS1)

2. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere

$\cot x - 3\tan x = \dfrac{1}{\sin 2x}$

olduğuna göre, $\sin^2 x$ kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(2011-LYS1)

3. $\cos x = \dfrac{-4}{5}$

olduğuna göre, cos2x kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{12}{13}$ D) $\frac{24}{25}$ E) $\frac{7}{25}$

(2011-LYS1)

4. $3\sin x - 4\cos x = 0$

olduğuna göre, |cos2x| değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$

D) $\frac{7}{25}$ E) $\frac{9}{25}$

(2010-LYS1)

5. $\dfrac{1+\cos 40°}{\cos 55°.\cos 35°}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cos20° B) 2cos20° C) 4cos20°

D) cos40° E) 2cos40°

(2010-LYS1)

6. $\dfrac{\tan 60°}{\sin 20°} - \dfrac{1}{\cos 20°}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 2 C) 1

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

(2010-LYS1)

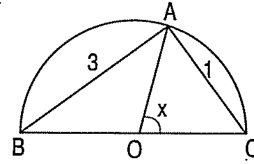
ÖSS SORULARI

1. O noktası yarım çemberin merkezi

|AB| = 3 cm

|AC| = 1 cm

$m(\widehat{AOC}) = x$



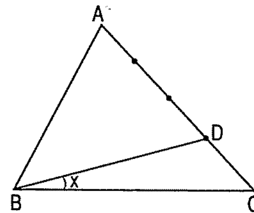
Yukarıdaki verilere göre, sinx kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{3}{10}$

(2009-ÖSS Mat 2)

2. $|DC| = \frac{1}{4}|AC|$

$m(\widehat{DBC}) = x$



Şekildeki ABC üçgeni bir eşkenar üçgen olduğuna göre, tanx kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2009-ÖSS Mat 2)

3. $\cos(\frac{\pi}{2}+x) = \sin(\frac{\pi}{2}-x)$

olduğuna göre, tanx kaçtır?

A) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) −1

D) $-\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

(2008-ÖSS Mat 2)

4. sin2x = a

olduğuna göre, $(\sin x + \cos x)^2$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) a + 1 B) 2a + 1 C) 2a + 2

D) $a^2 + 1$ E) $2a^2 + 1$

(2008-ÖSS Mat 2)

5. $\left(\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12}\right)^2$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$

D) $-1+\sqrt{3}$ E) $1+\sqrt{3}$

(2007-ÖSS Mat 2)

6. $\dfrac{\cos 2a}{1-\tan^2 a}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin^2 a$ B) $\cos^2 a$ C) $\cot^2 a$

D) $1 + \sin^2 a$ E) $1 + \tan^2 a$

(2007-ÖSS Mat 2)

7. $\dfrac{\sin 10°\cos 40° + \cos 10°\sin 40°}{\cos 50°\cos 10° + \sin 50°\sin 10°}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(2007-ÖSS Mat 2)

8. $\dfrac{\sin 2a}{1-\cos 2a}$ **ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) sina B) cosa C) tana

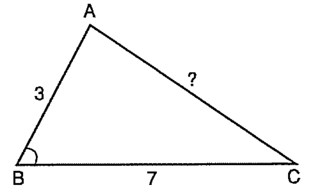
D) cota E) sina + cosa

(2006-ÖSS Mat 2)

9. |AB| = 3 birim

|BC| = 7 birim

Yandaki verilen ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) < 60°$ olduğuna göre, **|AC| kaç birim olabilir?**



A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

(1988-ÖSS)

ÖYS SORULARI

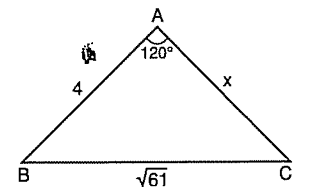
1. ABC bir üçgen

m(BAC) = 120°

|AB| = 4

$|BC| = \sqrt{61}$

|AC| = x

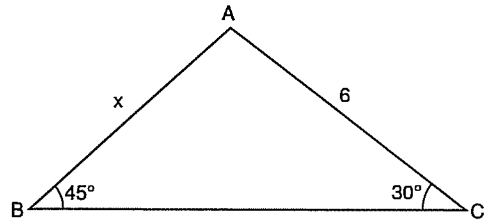


Yukarıdaki verilenlere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

(1997-ÖYS)

2.



ABC bir üçgen, m($\widehat{ABC}$) = 45°, m($\widehat{BCA}$) = 30°

|AC| = 6 cm |AB| = x cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

(1996-ÖYS)

3. 0 < α < 90° ve

$$\frac{\sqrt{3}.\sin 5°.\cos 7° + \sqrt{3}.\cos 5°.\sin 7°}{4.\cos 84°.\cos 6°} = \sin\alpha$$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 30 E) 60

(1996-ÖYS)

4. $\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) sin2A B) tan2A C) tan3A

D) cot3A E) cos2A

(1996-ÖYS)

5. $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1$ olduğuna göre, **$\cos^2 x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(1991-ÖYS)

6. ABC bir üçgen D, [BC] üzerinde

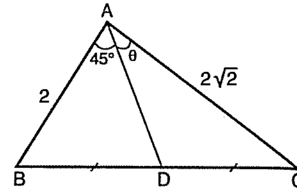
|BD| = |DC|

|AB| = 2 birim

|AC| = $2\sqrt{2}$ birim

m($\widehat{BAD}$) = 45°

m(DAC) = θ



Yukarıdaki verilere göre, sinθ nın değeri kaçtır?

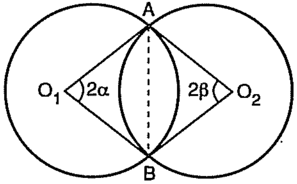
A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

(1991-ÖYS)

7. O_1 ve O_2 çemberlerinin merkezleri

m($\widehat{AB}$) = 2α

m($\widehat{AB}$) = 2β



Şekildeki A ve B noktalarında kesişen çemberlerin yarıçaplarının $\frac{|AO_1|}{|AO_2|}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ B) $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$ C) $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$

D) $\frac{\cot\alpha}{\cot\beta}$ E) $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$

(1988-ÖYS)

8. $\frac{\cos x + \cos 6x + \cos 11x}{\sin x + \sin 6x + \sin 11x}$ **ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) cot6x B) cot18x C) 1

D) 0 E) cotx+cot6x+cot11x

(1988-ÖYS)

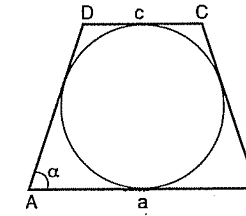
9. Aşağıdaki şekilde ABCD bir ikizkenar teğetler yamuğudur. **Buna göre, cosα nın değeri nedir?**

m($\widehat{D}$) = α

|AB| = a

|CD| = c

a > c



A) $\frac{a-c}{a+c}$ B) $\frac{a-c}{2a+c}$ C) $\frac{a-c}{a+2c}$

D) $\frac{a}{a+c}$ E) $\frac{c}{a+c}$

(1987-ÖYS)

10. $\cos^2(x-y) + \sin^2(x+y)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 + cos2x.sin2y B) 1 + sin2x.cos2y

C) 1 + sin2x.sin2y D) 1 + cos2x.cos2y

E) 1 − sin2x.sin2y

(1986-ÖYS)

11. Aşağıdaki şekilde verilen DABC dörtyüzlüsünün D köşesinden geçen ayrıtları birbirine diktir.

|DB| = 3 cm

|DC| = 2 cm

|DA| = 1 cm

BAC açısının ölçüsü α, cosα nın değeri nedir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

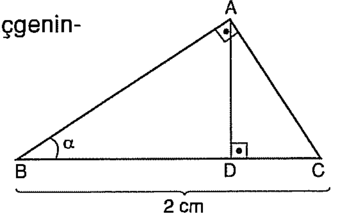
(1986-ÖYS)

12. Yandaki ABC üçgeninde

|BC| = 2 cm

AB ⊥ AC

AD ⊥ BC



ABD açısının ölçüsü α, |AD| nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 + sin2α B) 2 − sin2α C) 1 + sin2α

D) 1 − sin2α E) sin2α

(1986-ÖYS)

13. $\frac{1}{\sin 15°} + \frac{1}{\cos 15°}$ **toplamının değeri nedir?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $1+\sqrt{3}$

(1985-ÖYS)

14. Aşağıdakilerden hangisi $\sin(\frac{\pi}{2} - a)$ ya özdeş <u>değildir</u>?

A) $\sin(\frac{\pi}{2} + a)$ B) sin(−a) C) cos(−a)

D) cosa E) cos(2π − a)

(1984-ÖYS)

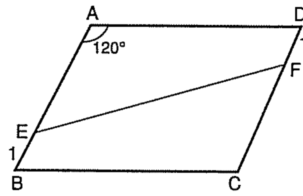
15. $\text{tg}x = \frac{\sin 2y}{1 - \cos 2y}$ olduğuna göre, **x + y nin 0 ile π arasındaki değeri kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{6}$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1.



ABCD eşkenar dörtgeninde |AB| = 3, $m\widehat{A} = 120°$, |BE| = |DF| = 1 cm olduğuna göre **|EF| kaç cm dir?**

A) $\sqrt{7}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{13}$

(1980-ÜSS)

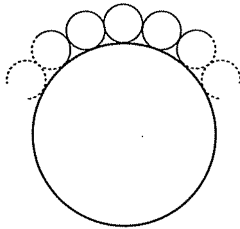
2. $10a = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\frac{\cos 4a - \cos 8a}{\cos 4a . \cos 8a}$ **ifadesinin değeri nedir?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) –1 C) –2 D) 1 E) 2

(1980-ÜSS)

3. Birbirine eşit ve dıştan teğet 12 çemberin oluşturduğu dairesel bir zincir, şekilde görüldüğü gibi yarıçapı 1 olan bir çembere dıştan teğettir.



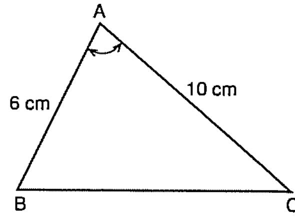
Küçük çemberlerin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1+\sin 15°}{1-\sin 15°}$ B) $\frac{\sin 15°}{1+\sin 15°}$ C) $\frac{\cos 15°}{1-\cos 15°}$

D) $\frac{\cos 15°}{1+\cos 15°}$ E) $\frac{\sin 15°}{1-\sin 15°}$

(1978-ÜSS)

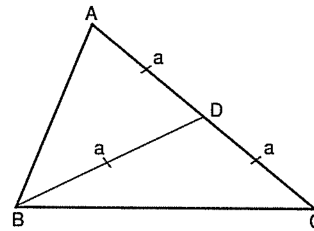
4. Yandaki ABC üçgeninin alanı $s = 15\ cm^2$ olduğuna göre, **A açısı kaç derecedir?**



A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

(1977-ÜSS)

5.



|AD| = |DC| = |BD| = a olan ABC üçgeninin B köşesi sabit değildir. **Bu üçgenin alanının en büyük değeri nedir?**

A) a^2 B) 3a C) 2a D) 4a E) $2a^2$

(1976-ÜSS)

6. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ $k \in Z$ ise

$\cos[(k+\frac{1}{2})\pi + (-1)^k(\alpha - \frac{\pi}{2})]$

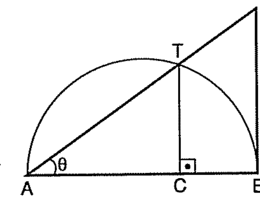
değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $(-1)^k\cos\alpha$

D) $(-1)^k\sin\alpha$ E) $(-1)^k$

(1976-ÜSS)

7. Yanda verilen yarı çemberin AB çapının uzunluğu 1 birim ve TK ile TC aynı uzunlukta [≠0] olduğuna göre, **sinθ ne olur?**

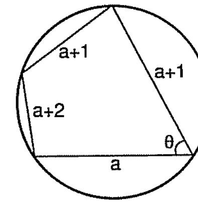


A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

D) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

(1975-ÜSS)

8.



Verilen şekilde cosθ nın değeri ne olur?

A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{a}{a+1}$ C) $\frac{a}{a+2}$

D) $-\frac{1}{a+2}$ E) $-\frac{1}{a+1}$

(1975-ÜSS)

9. Bir üçgende A = 60° ve $a = \sqrt{3}(b-c)$ olduğuna göre, **B ve C açıları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 70°, 50° B) 90°, 30° C) 60°, 60°

D) 80°, 40° E) 50°, 70°

(1974-ÜSS)

10. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ve $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ise, **cos2α aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

(1974-ÜSS)

11. ABC üçgeninde $m\widehat{A} = 60°$, b = 12, c = 10 ise, **a kenarı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sqrt{31}$ B) $\frac{3\sqrt{31}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{31}}{2}$

D) $2\sqrt{31}$ E) $3\sqrt{31}$

(1974-ÜSS)

12. $tgx = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **olduğuna göre** cos2x **şunlardan hangisidir?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{11}$ E) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

(1973-ÜSS)

13. Cos3x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos^3x - 3\sin^2x\cos x$

B) $\sin^3x - 3\sin^2x\cos x$

C) $\sin^3x - 3\sin x\cos^2x$

D) $\cos^3x - \sin^3x$

E) $\cos2x + \cos x$

(1973-ÜSS)

14. **tgx = 2 olduğuna göre, sin2x aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

(1972-ÜSS)

15. $\frac{\sin x + \sin 3x}{\cos x - \cos 3x}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) tg2x B) cotg2x C) cotgx D) tgx E) tg3x

(1972-ÜSS)

16. $\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta}$ **kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sin\theta$ B) 1 C) $1+\sin\theta$ D) $\cos\theta$ E) $1-\cos\theta$

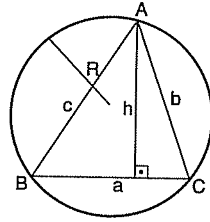
(1971-ÜSS)

17. **Bir ABC üçgeninin kenarları arasında**
$a^2 = b^2 + c^2 + bc$
bağıntısı olduğuna göre A açısının değeri aşağıda verilen büyüklüklerden hangisine eşittir?

A) 120° B) 60° C) 150° D) 90° E) 30°

(1971-ÜSS)

18.



Aşağıdaki ifadelerden hangisi ABC üçgeninde sinüs teoremini ifade eder?

A) $A(ABC) = \frac{1}{2}b.c.\sin A$

B) $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$

C) $h = b \cdot \sin C - c \cdot \sin B$

D) $a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\sqrt{1-\sin^2 A}$

E) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

(1968-ÜSS)

19. **a kenarı 5 cm olan bir üçgenin çevrel çemberinin çapı 10 cm olduğuna göre, A açısı kaç derecedir?**

A) 90 B) 60 C) 45 D) 30 E) 15

(1967-ÜSS)

20. **Aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğru <u>değildir</u>?**

A) $\sin 2A = 2\sin A \cos A$

B) $\tan A = \frac{1}{\cot A}$

C) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

D) $\frac{b}{\sin B} = 2R$

E) $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan A}$

(1967-ÜSS)

21. **Bir ABC üçgeni için aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?**

A) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

B) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

C) $2R\sin A = a$

D) $a\sin A = b\sin B$

E) $\sin(A+B) = \sin C$

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.C	2.B	3.E	4.D	5.C	6.A

ÖSS

1.C	2.B	3.C	4.A	5.B	6.B
7.E	8.D	9.B			

ÖYS

1.A	2.D	3.E	4.C	5.A	6.D
7.A	8.A	9.A	10.C	11.E	12.E
13.C	14.B	15.A			

ÜSS

1.E	2.E	3.E	4.A	5.A	6.B
7.E	8.E	9.B	10.D	11.D	12.C
13.A	14.C	15.C	16.C	17.A	18.E
19.D	20.E	21.D			

B. Trigonometrik Özdeşlikler

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\cos x.\cos 2x = \frac{1}{16\sin x}$

$\Rightarrow 16\sin x.\cos x.\cos 2x = 1$

$\Rightarrow 8.(2\sin x.\cos x).\cos 2x = 1$

$\Rightarrow 8.\sin 2x.\cos 2x = 1$

$\Rightarrow 4.(2\sin 2x.\cos 2x) = 1$

$\Rightarrow 4.\sin 4x = 1$

$\sin 4x = \frac{1}{4}$ bulunur.

Yanıt C

2. $\cot x - 3\tan x = \frac{1}{\sin 2x}$

$\Rightarrow \frac{\cos x}{\underset{(2\cos x)}{\sin x}} - 3.\frac{\sin x}{\underset{(2\sin x)}{\cos x}} = \frac{1}{2\sin x.\cos x}$

$\Rightarrow 2\cos^2 x - 6\sin^2 x = 1$

$\Rightarrow 2.(1-\sin^2 x) - 6\sin^2 x = 1$

$\Rightarrow 2 - 2\sin^2 x - 6\sin^2 x = 1$

$\Rightarrow 8\sin^2 x = 1$

$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{8}$ bulunur.

Yanıt B

3. $\cos x = -\frac{4}{5}$ ise

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$= 2.\left(-\frac{4}{5}\right)^2 - 1$

$= \frac{32}{25} - 1 = \frac{7}{25}$ bulunur.

Yanıt E

4. $3\sin x - 4\cos x = 0 \Rightarrow 3.\sin x = 4.\cos x$

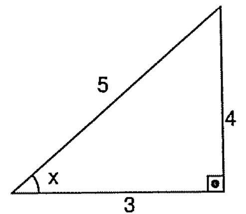
$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$ tür,

$|\cos 2x| = |2\cos^2 x - 1|$

$= \left|2.\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1\right|$

$= \left|2.\frac{9}{25} - 1\right|$



$\left|\frac{18-25}{25}\right| = \frac{7}{25}$ olur.

Yanıt D

5. $\dfrac{1+\cos 40°}{\cos 55°.\cos 35°}=\dfrac{1+2\cos^2 20°-1}{\sin 35°.\cos 35°}$

$=\dfrac{2\cos^2 20°}{\dfrac{2.\sin 35°.\cos 35°}{2}}$

$=\dfrac{4.\cos^2 20°}{\sin(2.35°)}$

$=\dfrac{4.\cos^2 20°}{\sin 70°}$

$=\dfrac{4.\cos^2 20°}{\cos 20°}$

$= 4\cos 20°$ bulunur.

Yanıt C

6. $\dfrac{\tan 60°}{\underset{(\cos 20°)}{\sin 20°}}-\dfrac{1}{\underset{(\sin 20°)}{\cos 20°}}=\dfrac{\tan 60°.\cos 20°-\sin 20°}{\sin 20°.\cos 20°}$

$=\dfrac{\dfrac{\sin 60°}{\cos 60°}.\cos 20°-\sin 20°}{\dfrac{2.\sin 20°.\cos 20°}{2}}$

$=\dfrac{\dfrac{\sin 60°.\cos 20°-\cos 60°.\sin 20°}{\cos 60°}}{\dfrac{\sin 40°}{2}}$

$=\dfrac{\sin(60°-20°)}{\cos 60°}.\dfrac{2}{\sin 40°}$

$=\dfrac{\sin 40°}{\dfrac{1}{2}}.\dfrac{2}{\sin 40°}$

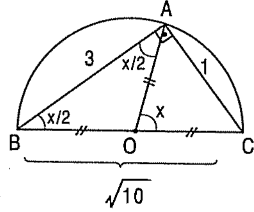
$=\dfrac{2}{\dfrac{1}{2}}$

$=4$ bulunur.

Yanıt A

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



$m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir. (Çapı gören çevre açı)

$|OA| = |OB|$ olduğu için

$m(\widehat{ABO}) = m(\widehat{BAO}) = \dfrac{x}{2}$ olur.

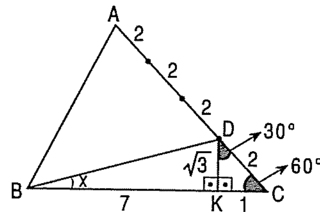
$\sin x = 2.\sin\dfrac{x}{2}.\cos\dfrac{x}{2}$

$=2.\dfrac{|AC|}{|BC|}.\dfrac{|AB|}{|BC|}$

$=2.\dfrac{1}{\sqrt{10}}.\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$ olur.

Yanıt C

2.



$|DC| = 2$ cm alınırsa $|BC| = 8$ cm olur.

$\widehat{DKC}$ de (30° – 60° – 90° üçgeni)

$|KC| = 1$ br ve $|DK| = \sqrt{3}$ br

$|BK| = 8 - 1 = 7$ br dir.

BDK dik üçgeninden,

$\tan x = \dfrac{|DK|}{|BK|}=\dfrac{\sqrt{3}}{7}$ bulunur.

Yanıt B

3. $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=\sin(\frac{\pi}{2}-x)$

$\Rightarrow -\sin x = \cos x$

$\Rightarrow -\dfrac{\sin x}{\cos x}=1$

$\Rightarrow -\tan x = 1$

$\Rightarrow \tan x = -1$ olur.

Yanıt C

4. $(\sin x+\cos x)^2=\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1}+\underbrace{2\sin x.\cos x}_{\sin 2x}$

$=1+\sin 2x$

$=1+a$ bulunur.

Yanıt A

5. $\left(\sin\dfrac{\pi}{12}+\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^2$

$=\sin^2\dfrac{\pi}{12}+2\sin\dfrac{\pi}{12}\cos\dfrac{\pi}{12}+\cos^2\dfrac{\pi}{12}$

$=\underbrace{\sin^2\dfrac{\pi}{12}+\cos^2\dfrac{\pi}{12}}_{1}+\underbrace{2\sin\dfrac{\pi}{12}.\cos\dfrac{\pi}{12}}_{\sin\left(2.\frac{\pi}{12}\right)}$

$=1+\sin\dfrac{\pi}{6}$

$=1+\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{3}{2}$ olur.

Yanıt B

6. $\dfrac{\cos 2a}{1-\tan^2 a}=\dfrac{\cos^2 a-\sin^2 a}{1-\dfrac{\sin^2 a}{\cos^2 a}}$

$=\dfrac{\cos^2 a-\sin^2 a}{1}.\dfrac{\cos^2 a}{\cos^2 a-\sin^2 a}$

$=\cos^2 a$ bulunur.

Yanıt B

7. $\dfrac{\sin 10°.\cos 40°+\cos 10°.\sin 40°}{\cos 50°.\cos 10°+\sin 50°.\sin 10°}$

$=\dfrac{\sin(10°+40°)}{\cos(50°-10°)}=\dfrac{\sin 50°}{\cos 40°}$

$=\dfrac{\cos 40°}{\cos 40°}=1$ bulunur.

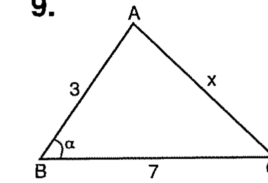
Yanıt E

8. $\dfrac{\sin 2a}{1-\cos 2a}=\dfrac{2\sin a.\cos a}{1-(1-2\sin^2 a)}$

$=\dfrac{2\sin a.\cos a}{1-1+2\sin^2 a}=\dfrac{\cos a}{\sin a}=\cot a$ bulunur.

Yanıt D

9.



$\alpha = 60°$ olsaydı;

Kosinüs teoreminden,

$x^2 = 3^2 + 7^2 - 2.3.7.\cos 60°$

$= 9 + 49 - 42.\dfrac{1}{2}$

$x^2 = 37$

$x=\sqrt{37}=6,\ldots$ olurdu.

$\alpha < 60°$ olduğu için $x<\sqrt{37}$ dir.

$4 < x < \sqrt{37} = 6,\ldots$ ise $x = 6$ olabilir.

Yanıt B

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Kosinüs teoremi uygulanırsa;

$(\sqrt{61})^2 = 4^2 + x^2 - 2.4.x.\cos 120°$

$\Rightarrow 61 = 16 + x^2 - 8x.(-\frac{1}{2})$

$\Rightarrow 0 = x^2 + 4x - 45$

$\quad -5 \quad 9$

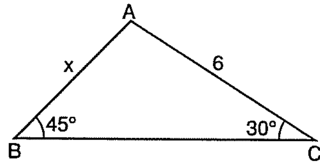
$\Rightarrow x = 5$ ve $x = -9$ bulunur.

$|AC| = -9$ cm olamayacağına göre

$|AC| = 5$ cm olur.

Yanıt A

2. I. yol



Sinüs teoremi kullanılarak,

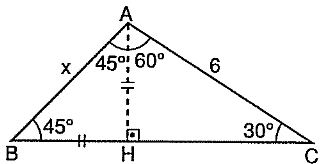
$\frac{|AC|}{\sin \hat{B}} = \frac{|AB|}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{6}{\sin 45°} = \frac{x}{\sin 30°}$

$\Rightarrow \frac{6}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{x}{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow 6\sqrt{2} = 2x$

$\Rightarrow x = 3\sqrt{2}$ cm olur.

II. yol



Probleme uygun şekil yukarıdaki gibidir.
AHC bir 30° – 60° – 90° üçgeni olduğu için

$|AH| = \frac{|AC|}{2} = \frac{6}{2} = 3$ cm dir.

$|AH| = |BH| = 3$ cm ise

$|AB| = x = 3\sqrt{2}$ cm olur.

Yanıt D

3. $\frac{\sqrt{3}\sin 5°.\cos 7° + \sqrt{3}.\cos 5°.\sin 7°}{4.\cos 84°.\cos 6°} = \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}(\sin 5°.\cos 7° + \cos 5°.\sin 7°)}{4.\sin 6°.\cos 6°} = \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}.\sin(5° + 7°)}{4.\sin 6°.\cos 6°} = \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}.\sin 12°}{4.\sin 6°.\cos 6°} = \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}.2\sin 6°.\cos 6°}{4.\sin 6°.\cos 6°} = \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\alpha$

$\Rightarrow \alpha = 60°$ bulunur.

Yanıt E

4. $\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A}$

$= \frac{2\sin(\frac{4A+2A}{2}).\cos(\frac{4A-2A}{2})}{2\cos(\frac{4A+2A}{2}).\cos(\frac{4A-2A}{2})}$

$= \frac{\sin 3A.\cos A}{\cos 3A.\cos A} = \tan 3A$ bulunur.

Yanıt C

5. $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1$
$\quad$ (cos x) $\quad$ (sin x)

$\Rightarrow \frac{\cos x.\sin 3x + \sin x.\cos 3x}{\sin x.\cos x} = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin(3x + x)}{\frac{1}{2}.2.\sin x.\cos x} = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin 4x}{\frac{1}{2}\sin 2x} = 1$

$\Rightarrow \frac{2\sin 2x.\cos 2x}{\frac{1}{2}.\sin 2x} = 1$

$\Rightarrow 4\cos 2x = 1 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{4}$

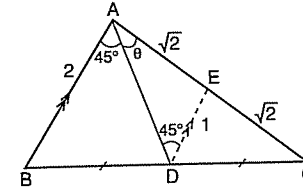
$\Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 2\cos^2 x = \frac{1}{4} + 1$

$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{5}{8}$ bulunur.

Yanıt A

6.



[DE] // [AB] olacak şekilde [AC] üzerinden bir E noktası alalım

$\widehat{CED} \sim \widehat{CAB}$ den

$|CE| = |EA| = \sqrt{2}$ br. ve $|DE| = \frac{|AB|}{2} = 1$ br.

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{DAB}) = 45°$ olur.

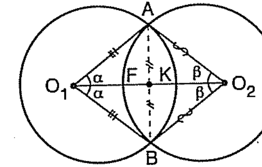
$\widehat{ADE}$ de sinüs teoremini uygularsak;

$\frac{|DE|}{\sin\theta} = \frac{|AE|}{\sin 45°} \Rightarrow \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}$ elde edilir.

Yanıt D

7.



Kesişen çemberlerde, merkezleri birleştiren uzunluk ile ortak kiriş diktir.

$[O_1O_2] \perp [AB]$

(AO_1B) ikizkenar üçgeninde $m(\widehat{AO_1K}) = m(\widehat{BO_1K}) = \alpha$

ve AO_2B ikizkenar üçgeninde

$m(\widehat{AO_2K}) = m(\widehat{BO_2K}) = \beta$

$\sin\alpha = \frac{|AK|}{|AO_1|} \Rightarrow |AK| = |AO_1|.\sin\alpha$

$\sin\beta = \frac{|AK|}{|AO_2|} \Rightarrow |AK| = |AO_2|.\sin\beta$

$\Rightarrow |AO_1|.\sin\alpha = |AO_2|.\sin\beta$ ise

$\frac{|AO_1|}{|AO_2|} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ bulunur.

Yanıt A

8. $\frac{\cos x + \cos 6x + \cos 11x}{\sin x + \sin 6x + \sin 11x}$

$= \frac{\cos 6x + 2\cos(\frac{11x+x}{2}).\cos(\frac{11x-x}{2})}{\sin 6x + 2\sin(\frac{11x+x}{2}).\cos(\frac{11x-x}{2})}$

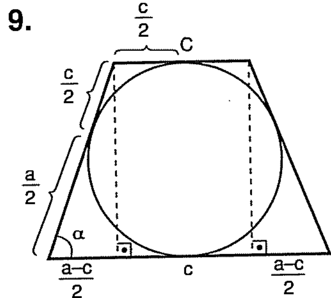
$= \frac{\cos 6x + 2\cos 6x.\cos 5x}{\sin 6x + 2\sin 6x.\cos 5x}$

$= \frac{\cos 6x.(1 + 2\cos 5x)}{\sin 6x(1 + 2\cos 5x)}$

$= \frac{\cos 6x}{\sin 6x} = \cot 6x$ elde edilir.

Yanıt A

9.



$\cos\alpha = \frac{\frac{a-c}{2}}{\frac{a+c}{2}} = \frac{a-c}{a+c}$

elde edilir.

Yanıt A

10. $\cos^2(x - y) + \sin^2(x + y)$

$= [\cos x.\cos y + \sin x \sin y]^2 + [\sin x \cos y + \cos x \sin y]^2$

$= \cos^2 x \,.\, \cos^2 y + 2\cos x \,.\, \cos y \,.\, \sin x \,.\, \sin y + \sin^2 x \,.\, \sin^2 y + \sin^2 x \,.\, \cos^2 y + 2\sin x \,.\, \cos y \,.\, \cos x \,.\, \sin y + \cos^2 x \,.\, \sin^2 y$

$= \cos^2 x(\underbrace{\cos^2 y + \sin^2 y}_{1}) + \sin^2 x(\underbrace{\sin^2 y + \cos^2 y}_{1}) + \sin 2x.\cos y.\sin y + \sin 2x.\cos y.\sin y$

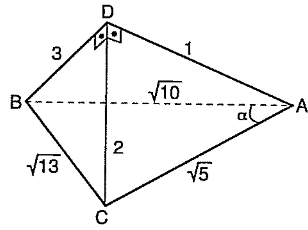
$= \underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{1} + \sin 2x(\cos y.\sin y + \cos y.\sin y)$

$= 1 + \sin 2x\ (2\sin y \cos y)$

$= 1 + \sin 2x \,.\, \sin 2y$ elde edilir.

Yanıt C

11.



$\overset{\triangle}{DBC}$ de pisagor bağıntısından $|BC| = \sqrt{13}$ cm

$\overset{\triangle}{DCA}$ da pisagor bağıntısından $|CA| = \sqrt{5}$ cm

$\overset{\triangle}{DBA}$ da pisagor bağıntısından $|BA| = \sqrt{10}$ cm

$\overset{\triangle}{BAC}$ de kosinüs teoremi uygulanırsa

$(\sqrt{13})^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2.\sqrt{10}.\sqrt{5}.\cos\alpha$

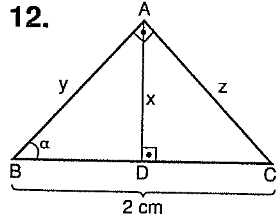
$\Rightarrow 13 = 10 + 5 - 2\sqrt{50}.\cos\alpha$

$\Rightarrow 2\sqrt{50}\cos = 2$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{50}} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{10}$ bulunur.

Yanıt E

12.



$\sin\alpha = \dfrac{x}{y} \Rightarrow x = y.\sin\alpha$ (i)

$\cos\alpha = \dfrac{y}{2} \Rightarrow y = 2\cos\alpha$ (ii)

(ii) yi (i) de yerine yazarsak

$x = (2\cos\alpha) . \sin\alpha = \sin 2\alpha$ olur.

Yanıt E

13. $\dfrac{1}{\underset{(\cos 15°)}{\sin 15°}} + \dfrac{1}{\underset{(\sin 15°)}{\cos 15°}} = \dfrac{\cos 15° + \sin 15°}{\sin 15°.\cos 15°}$

$= \dfrac{\sin 75° + \sin 15°}{\frac{1}{2}\sin 30°}$

$= \dfrac{2\sin(\frac{75°+15°}{2}).\cos(\frac{75°-15°}{2})}{\frac{1}{2}.\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{2\sin 45°.\cos 30°}{\frac{1}{4}}$

$= 2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.4 = 2\sqrt{6}$ bulunur.

Yanıt C

14. $\sin(\pi/2 - a) = \cos a \neq \sin(-a)$ dır.

Tümler açıların sinüs ve kosinüsleri eşittir.

Yanıt B

15. $\text{tg}x = \dfrac{\sin 2y}{1-\cos 2y} = \dfrac{2\sin y.\cos y}{1-(1-2\sin^2 y)} = \dfrac{2\sin y.\cos y}{1-1+2\sin^2 y}$

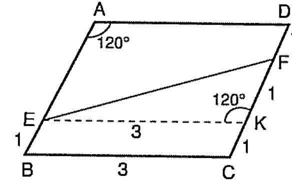
$= \dfrac{\cos y}{\sin y} = \cot y$

$\text{tg}x = \cot y$ olduğu için $x + y = 90° = \dfrac{\pi}{2}$ dir.

Yanıt A

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



|EK| uzunluğu çizilirse

|DF| = |FK| = |KC| = 1 cm olur.

$m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{EKF}) = 120°$ dir.

$\overset{\triangle}{EFK}$ üçgeninde Kosinüs teoremi uygulanırsa;

$|EF|^2 = |EK|^2 + |KF|^2 - 2 . |EK| . |KF| . \cos 120°$

$= 3^2 + 1^2 - 2 . 3 . 1 . (-\frac{1}{2})$

$= 9 + 1 + 3$

$= 13 \Rightarrow |EF| = \sqrt{13}$ cm bulunur.

Yanıt E

2. $\dfrac{\cos 4a - \cos 8a}{\cos 4a.\cos 8a} = \dfrac{-2\sin(\frac{4a+8a}{2}).\sin(\frac{4a-8a}{2})}{\cos 4a.\cos 8a}$

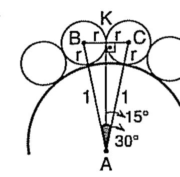
$= \dfrac{-2\sin 6a.\sin(-2a)}{\cos 4a.\cos 8a} = \dfrac{2\sin 2a}{\cos 8a} = 2$ bulunur.

($10a = \dfrac{\pi}{2}$ olduğu için $\sin 6a = \cos 4a$ ve

$\sin 2a = \cos 8a$ dır.)

Yanıt E

3. 12 tane r yarıçaplı eş çember olsun.



$m(\hat{A}) = \dfrac{360°}{12} = 30°$ dir.

|AB| = |AC| olduğu için

|AK| açıortay olacaktır.

$\overset{\triangle}{AKC}$ üçgeninden

$\sin 15° = \dfrac{|KC|}{|AC|} = \dfrac{r}{1+r}$

$\Rightarrow \sin 15° + r . \sin 15° = r$

$\Rightarrow \sin 15° = r . (1 - \sin 15°)$

$\Rightarrow r = \dfrac{\sin 15°}{1 - \sin 15°}$ bulunur.

Yanıt E

4. $A(ABC) = \dfrac{1}{2} . |AB| . |AC| . \sin A$

$\Rightarrow 15 = \dfrac{1}{2}.6.10\sin\hat{A}$

$\Rightarrow \sin\hat{A} = \dfrac{1}{2}$ ise $m(\hat{A}) = 30°$ bulunur.

Yanıt A

5. $A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ADB}) + A(\overset{\triangle}{DCB})$

$= \dfrac{1}{2}.a.a\sin\theta + \dfrac{1}{2}.a.a.\sin(180° - \theta)$

$= a^2.\sin\theta(\sin\theta = \sin(180° - \theta))$

Alanın en büyük olması için sinθ nın alabileceği en büyük değer 1 dir.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = a^2 . 1 = a^2$ bulunur.

Yanıt A

6. $(k + \frac{1}{2})\pi + (-1)^k.(\alpha - \frac{\pi}{2})$

$k = 1$ için $\dfrac{3}{2}\pi - \alpha + \dfrac{\pi}{2} = 2\pi - \alpha$

$k = 2$ için $\dfrac{5}{2}\pi + \alpha - \dfrac{\pi}{2} = 2\pi + \alpha$

$k = 3$ için $\dfrac{7}{2}\pi - \alpha + \dfrac{\pi}{2} = 4\pi - \alpha$

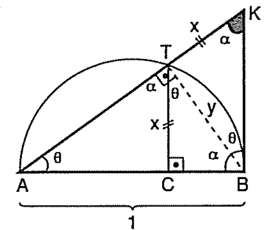
$k = 4$ için $\dfrac{9}{2}\pi + \alpha - \dfrac{\pi}{2} = 4\pi + \alpha$

şeklinde devam ettiği için

$\cos(2\pi - \alpha) = \cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha$ olur.

Yanıt B

7. [KB] çembere teğet olduğu için [KB] ⊥ [AB] dir.



|TC| = |TK| = x olsun.

|TB| = y olsun

$m(\widehat{AKB}) = \alpha$ diyelim.

$\alpha + \theta = 90°$ olduğu için,

$m(\widehat{ATC}) = m(\widehat{AKB}) = m(\widehat{TBC}) = \alpha$ olur.

$m(\widehat{CTB}) = m(\widehat{TBK}) = m(\hat{K}) = \theta$ olur.

$\overset{\triangle}{TCB}$ den $\cos\theta = \dfrac{|TC|}{|TB|} = \dfrac{x}{y}$

$\overset{\triangle}{TBK}$ den $\tan\theta = \dfrac{|TK|}{|TB|} = \dfrac{x}{y}$

$\Rightarrow \cos\theta = \tan\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \cos^2\theta = \sin\theta \Rightarrow 1 - \sin^2\theta = \sin\theta$

$\Rightarrow \sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$

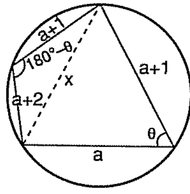
$\sin\theta = a$ olsun. $a^2 + a - 1 = 0$

$\Delta = 5$

$a_{1,2} = \dfrac{-1 \mp \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ bulunur.

Yanıt E

8. Kirişler dörtgeninde karşılıklı açıların toplamı 180° dir.



Her iki üçgende de kosinüs teoremi uygulanırsa;

$x^2 = a^2 + (a+1)^2 - 2 \cdot a(a+1) \cdot \cos\theta$

$= (a+2)^2 + (a+1)^2 - 2(a+2)(a+1)\cos(180° - \theta)$

$\Rightarrow a^2 - 2a(a+1).\cos\theta = a^2 + 4a + 4 - 2(a+2)(a+1).(-\cos\theta)$

$\Rightarrow -2a(a+1).\cos\theta = 4(a+1) + 2.(a+2)(a+1).\cos\theta$

$\Rightarrow -4 = 2(a+2).\cos\theta + 2a\cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{-4}{2a+4+2a} = \dfrac{-4}{4(a+1)} = \dfrac{-1}{a+1}$

Yanıt E

9. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\Rightarrow [\sqrt{3}(b-c)]^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos 60°$

$\Rightarrow 3b^2 + 3c^2 - 6bc = b^2 + c^2 - 2bc.\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow 2b^2 - 5bc + 2c^2 = 0$

2b −c

b −2c

$\Rightarrow (2b - c)(b - 2c) = 0$

$\Rightarrow b = \dfrac{c}{2}$ veya $b = 2c$

$\Rightarrow \widehat{B} = 90°$ ve $\widehat{C} = 30°$ olur.

Yanıt B

10. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ise

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$= 2(\dfrac{\sqrt{3}}{3})^2 - 1 = 2.\dfrac{3}{9} - 1$

$= \dfrac{2}{3} - 1 = -\dfrac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt D

11. Kosinüs teoreminden

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$= 12^2 + 10^2 - 2 \cdot 12 \cdot 10 \cdot \cos 60°$

$= 144 + 100 - 240 \cdot \dfrac{1}{2}$

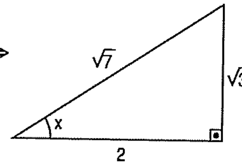
$= 244 - 120$

$= 124$

$a = \sqrt{124} = 2\sqrt{31}$ bulunur.

Yanıt D

12. $\text{tg}x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$



$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$= 2.\left(\dfrac{2}{\sqrt{7}}\right)^2 - 1 = 2.\dfrac{4}{7} - 2$

$= \dfrac{8}{7} - 1 = \dfrac{1}{7}$ bulunur.

Yanıt C

13. $\cos 3x = \cos(2x + x)$

$= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$

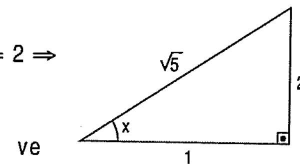
$= (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x - 2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x$

$= \cos^3 x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x$

$= \cos^3 x - 3\sin^2 x \cdot \cos x$ olur.

Yanıt A

14. $\text{tg}x = 2 \Rightarrow$



ve

$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$

$= 2 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{4}{5}$ olur.

Yanıt C

15. $\dfrac{\sin x + \sin 3x}{\cos x - \cos 3x} = \dfrac{2\sin\left(\frac{x+3x}{2}\right).\cos\left(\frac{x-3x}{2}\right)}{-2\sin\left(\frac{x+3x}{2}\right).\sin\left(\frac{x-3x}{2}\right)}$

$= \dfrac{2\sin 2x.\cos(-x)}{-2.\sin 2x.\sin(-x)}$

$= \dfrac{-\cos(-x)}{\sin(-x)}$

$= \dfrac{-\cos x}{-\sin x}$

$= \cot x$ olur.

Yanıt C

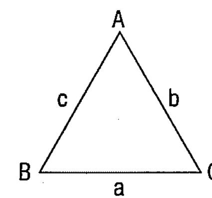
16. $\dfrac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} = \dfrac{1-\sin^2\theta}{1-\sin\theta}$

$= \dfrac{(1-\sin\theta).(1+\sin\theta)}{1-\sin\theta}$

$= 1 + \sin\theta$ olur.

Yanıt C

17.



sinüs teoremine göre $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$ dır. Problemde verilen $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ bağıntısı ile ortak çözüm yapılırsa

$b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} = b^2 + c^2 + bc$

$\Rightarrow -2bc\cos\hat{A} = bc$

$\Rightarrow -2\cos\hat{A} = 1$

$\Rightarrow \cos\hat{A} = -\dfrac{1}{2}$

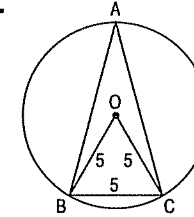
$\Rightarrow \hat{A} = 120°$ dir.

Yanıt A

18. $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$ ifadesi ABC üçgeninde sinüs teoremini ifade eder.

Yanıt E

19.



Çap 10 cm ise yarıçap 5 cm dir.

O noktası çemberin merkezi olursa $|OB| = |OC| = 5$ cm olur.

O hâlde, $\widehat{OBC}$ bir eşkenar üçgendir.

$m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{BC}) = 60°$ ve

$m(\hat{A}) = \dfrac{m(\widehat{BC})}{2} = \dfrac{60°}{2} = 30°$ olur.

Yanıt D

20. $\tan 2A = \tan(A + A) = \dfrac{\tan A + \tan A}{1 - \tan A.\tan A}$

$= \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A} \neq \dfrac{2\tan A}{1 - \tan A}$ olur.

Yanıt E

21. $a \cdot \sin A = b \cdot \sin B \Rightarrow \dfrac{a}{\sin B} = \dfrac{b}{\sin A}$ ifadesi yanlıştır.

Doğrusu, $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$ olmalıdır.

Yanıt D

C. Toplam-Fark Formüllerinin Geometrik Uygulamaları

LYS SORUSU

1. ABCD bir kare

|BE| = 5 cm

|EC| = 7 cm

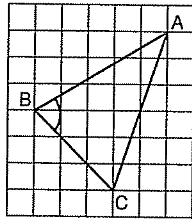
m($\widehat{EAC}$) = x

Yukarıdaki verilere göre, tanx kaçtır?

A) $\frac{4}{13}$ B) $\frac{6}{13}$ C) $\frac{9}{13}$ D) $\frac{5}{17}$ E) $\frac{7}{17}$

(2012-LYS1)

2.



Birim kareler üzerinde çizilmiş yukarıdaki ABC üçgeninin B açısının tanjantı kaçtır?

A) $\frac{25}{4}$ B) $\frac{34}{5}$ C) $\frac{40}{9}$ D) 4 E) 5

(2011-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. AL ⊥ KL

BA // KL

|AL| = 3 km

|BA| = 12 km

|KL| = 21 km

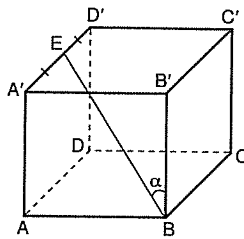
K noktasındaki kontrol kulesinde bulunan bir görevli, yerden 3 km yükseklikte yere paralel uçan bir uçağın, A noktasından B noktasına kadar 12 km lik hareketini radarla izliyor.

A noktasının yerdeki dik izdüşümü L noktası ve |KL| = 21 km olduğuna göre, radarın taradığı AKB açısının tanjantı kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{3}{13}$ E) $\frac{7}{17}$

(2006-ÖSS Mat 2)

2.



m(EBB′) = α

|A′E| = |ED′|

Yukarıdaki şekilde ABCDA′B′C′D′ bir küp olduğuna göre, tanα nın değeri nedir?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

(1988-ÖSS)

ÖYS SORULARI

1. BKA dörtte bir çember yayı

|OA| = |OB| = 15 m

m(A) = θ

Şekildeki O merkezli, 15 m yarıçaplı dörtte bir çember biçimindeki havuzun A noktasından hareket eden ve saniyede 0,2 m hızla yüzen bir kişi ANK yolunu izleyerek t zamanda K noktasına geliyor. m($\widehat{AOK}$) = θ olduğuna göre, **t nin θ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 50 sinθ B) 50sin2θ C) 100sin2θ D) $100\sin\frac{\theta}{2}$ E) $150\sin\frac{\theta}{2}$

(1998-ÖYS)

2. ABC bir ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

m($\widehat{ABC}$) = θ

m($\widehat{BAC}$) = α

Yukarıdaki şekilde tanθ = 3 olduğuna göre, tanα nın değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

(1997-ÖYS)

3. O merkezli birim çember A, B çember üzerinde A ∈ Ox ekseni [BD] ⊥ [OA] m($\widehat{BOD}$) = α. Şekildeki O merkezli birim çemberde cosα = |AB| olduğuna göre, **|AB| kaç birimdir?**

A) $\sqrt{3}+2$ B) $\sqrt{3}+1$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{3}-2$

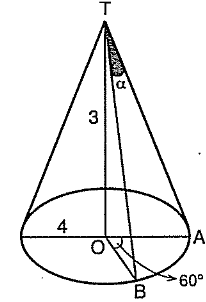
(1996-ÖYS)

4. ABCDEFGH bir birim küp olduğuna göre, **[DF] ve [DA] arasındaki açının kosinüsü kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(1995-ÖYS)

5.



Şekildeki dönel koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 3 cm, taban yarıçapı 4 cm dir. Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir.

m($\widehat{AOB}$) = 60°, m($\widehat{ATB}$) = cosα olduğuna göre **cosα değeri kaçtır?**

A) $\frac{17}{25}$ B) $\frac{19}{25}$ C) $\frac{21}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

(1993-ÖYS)

6. E, [CD] üzerinde ABCD bir dikdörtgen

|AB| = 2|BC|

|DE| = |EC|

m($\widehat{EAC}$) = θ

Yukarıdaki verilen bilgilere göre tanθ nın değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(1989-ÖYS)

7. |AB| = 15 birim

|AD| = 6 birim

m($\widehat{DAE}$) = m($\widehat{CEB}$) = α

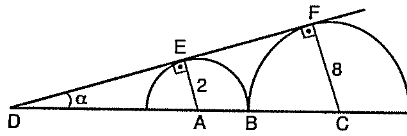
ABCD bir dikdörtgen, E noktası [CD] üzerinde.

Yukarıdaki verilere göre tanα nın değerlerinden biri nedir?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

(1988-ÖYS)

8.



|EA| = 2 birim

|FC| = 8 birim

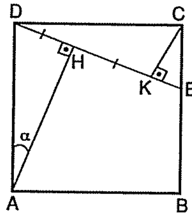
A ve C noktaları çemberlerin merkezi, EF ortak teğet, |AC| merkezler doğrusu, D noktası EF ile AC doğrularının kesim noktası, çemberler B noktasında birbirine teğet.

Yukarıdaki şekilde m($\widehat{EDA}$) = α olduğuna göre tanα nın değeri nedir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(1988-ÖYS)

9. Yandaki şekilde ABCD bir kare olduğuna göre,



m(CKE) = 90°

m(DHA) = 90°

|DH| = |HK|

m($\widehat{DAH}$) = α°

tanα nın değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(1987-ÖYS)

10. Yandaki şekilde ABCD ve BEFH birer karedir.

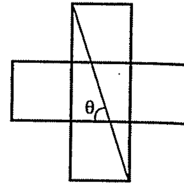
|AB| = 2|BE| olduğuna göre, **sin(AHE) nin değeri nedir?**

A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

(1985-ÖYS)

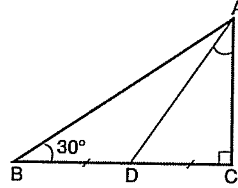
11. Yandaki şekil, üst tabanı olmayan bir küpün açılımı olduğuna göre, **tgθ nın değeri kaçtır?**



A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(1983-ÖYS)

12. Yandaki şekilde



$\widehat{ABC}$ = 30°

$\widehat{BCA}$ = 90°

|BD| = |DC|

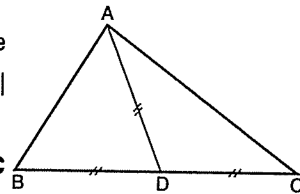
olduğuna göre,

tg$\widehat{DAC}$ nin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

(1983-ÖYS)

13. Şekildeki üçgende



|AD| = |BD| = |CD|

ve tg B = 2 dir.

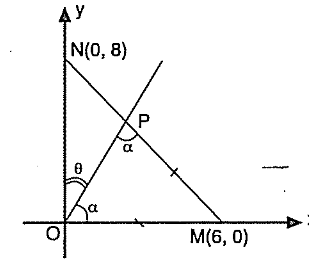
Buna göre, cotgC nin değeri nedir?

A) 2 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 3

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1.

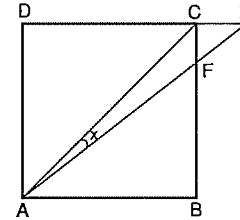


Yukarıdaki şekilde N(0, 8), M(6, 0), m($\widehat{POM}$) = m($\widehat{OPM}$) = α, m($\widehat{NOP}$) = θ olduğuna göre, **sinθ nın değeri nedir?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(1979-ÜSS)

2.

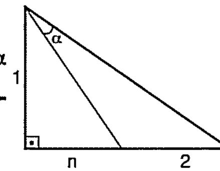


Şekilde verilen ABCD karesinde $|CE| = \frac{|DC|}{3}$ olduğuna göre, **tanx in değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(1978-ÜSS)

3. Verilen şekle göre tanα aşağıdakilerden hangisine eşittir?

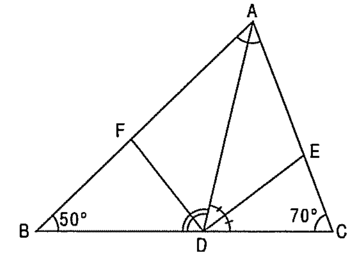


A) $\frac{1}{(n+1)^2}$ B) $\frac{2}{(n+1)^2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

D) $\frac{2}{\sqrt{n^2-1}}$ E) $\frac{2}{n^2+n+2}$

(1977-ÜSS)

4.



Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeninde, [AD], [DE] ve [DF] açı ortaylar olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi $\frac{|DE|}{|DF|}$ nin değerini verir?**

A) $\frac{\sin 10°}{\sin 20°}$ B) $\frac{\sin 70°}{\sin 50°}$ C) $\frac{\cos 70°}{\cos 50°}$

D) $\frac{\cos 10°}{\cos 20°}$ E) $\frac{\sin 70°}{\cos 50°}$

(1975-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E	2.D				

ÖSS

1.C	2.A				

ÖYS

1.E	2.C	3.D	4.C	5.A	6.B
7.B	8.C	9.E	10.A	11.D	12.A
13.A					

ÜSS

1.C	2.B	3.B	4.D		

C. Toplam-Fark Formüllerinin Geometrik Uygulamaları

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Karede köşegen aynı zamanda açıortay olduğu için, $m(\widehat{BAE}) = 45° - x$ tir.

$$\tan(45°-x) = \frac{\tan 45° - \tan x}{1+\tan 45°.\tan x}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{1-\tan x}{1+\tan x}$$

$$\Rightarrow 5 + 5\tan x = 12 - 12\tan x$$

$$\Rightarrow 17\tan x = 7$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{7}{17} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

2. $\alpha = x+y$ olsun

$$\tan\alpha = \tan(x+y)$$

$$= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \,.\, \tan y}$$

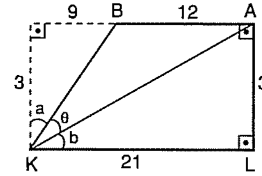
$$= \frac{\frac{3}{5}+\frac{3}{3}}{1-\frac{3}{5}.\frac{3}{3}}$$

$= 4$ bulunur.

Yanıt D

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Soruda verilen şekil bir dik yamuktur.



$\theta + a + b = 90°$

$\theta = 90° - (a + b)$ dir.

$\tan\theta = \tan(90° - (a + b))$

$= \cot(a + b)$

$$= \frac{1}{\tan(a+b)}$$

$$= \frac{1-\tan a.\tan b}{\tan a + \tan b}$$

$$= \frac{1-\frac{9}{3}.\frac{3}{21}}{\frac{9}{3}+\frac{3}{21}}$$

$$= \frac{1-\frac{3}{7}}{3+\frac{1}{7}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{22}{7}} = \frac{4}{22}$$

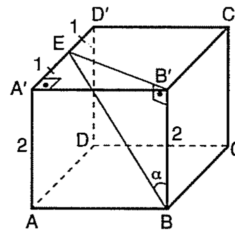
$$= \frac{2}{11} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

2. Küpün bir kenar uzunluğu 2 br olsun.

$|A'E| = |ED'| = 1$ br dir.

$A'EB'$ dik üçgen olduğu için



$$|B'E| = \sqrt{|A'E|^2 + |A'B'|^2}$$

$$= \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ br olur.}$$

$[EB'] \perp [B'B]$ olduğu için $EB'B$ dik üçgeninden

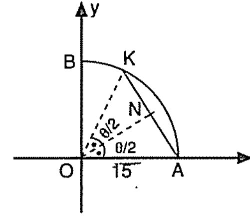
$$\tan\alpha = \frac{|EB'|}{|BB'|} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ elde edilir.}$$

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $|AK| = 0{,}2.t = \frac{t}{5}$ tir.

$\overset{\triangle}{OKA}$, ikizkenar üçgen olduğu için [ON] açıortay olur.



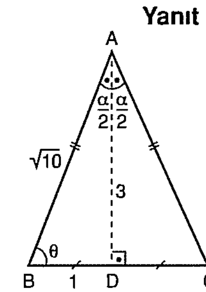
$$|AK| = \frac{t}{5} \Rightarrow |AN| = \frac{t}{10} \text{ dur.}$$

Buna göre,

$$\sin(\frac{\theta}{2}) = \frac{|AN|}{|AO|} = \frac{\frac{t}{10}}{15} = \frac{t}{150} \Rightarrow t = 150.\sin(\frac{\theta}{2}) \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

2. $|AB| = |AC|$ olduğu için $|AD|$ uzunluğu açıortay kenarortay ve yükseklik tir.



$$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

$$\tan\alpha = \tan(2.\frac{\alpha}{2}) = \frac{2\tan(\frac{\alpha}{2})}{1-\tan^2(\frac{\alpha}{2})}$$

$$= \frac{2.\frac{1}{3}}{1-(\frac{1}{3})^2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt C

3. OAB üçgeninde

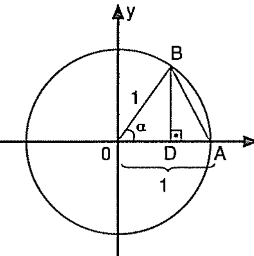
$|AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 - 2|OA| \,.\, |OB| \,.\, \cos\alpha$

$\Rightarrow |AB|^2 = 1+1-2.1.1.\cos\alpha$

$\Rightarrow |AB|^2 = 2 - 2.|AB|$

$\Rightarrow |AB|^2 + 2|AB| - 2 = 0$

$\Delta = 2^2 - 4.1.(-2) = 12$



$$|AB| = \frac{-2+\sqrt{12}}{2} = \frac{-2+2\sqrt{3}}{2}$$

$= -1+\sqrt{3}$ br bulunur.

$(-1-\sqrt{3})$ olamaz.

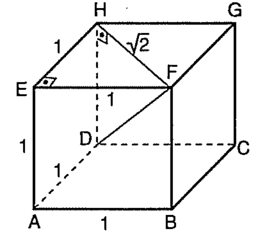
Yanıt D

4. HEF dik üçgeninde

$|HF| = \sqrt{2}$ br dir.

$[DH] \perp [HF]$ olduğu için FHD dik üçgeninden

$|FD|^2 = |HD|^2 + |HF|^2$



$= 1^2 + (\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow |FD| = \sqrt{3}$ br bulunur.

ABFE karesinden |AF| köşegen uzunluğu $\sqrt{2}$ br dir.

DAF üçgeninde Kosinüs teoremini uygulayalım;

$|AF|^2 = |DA|^2 + |DF|^2 - 2 \,.\, |DA| \,.\, |DF| \,.\, \cos\alpha$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 - 2.1.\sqrt{3}.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ elde edilir.}$$

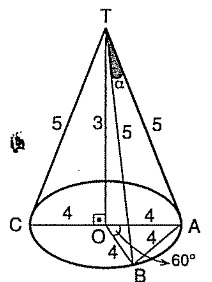
Yanıt C

5. OCT üçgeninde $|CT| = 5$ br olur.

$|CT| = |TB| = |TA| = 5$ br dir.

$|OA| = |OB| = 4$ br ve $m(BOA) = 60°$ olduğu için OAB eşkenar üçgendir.

$|AB| = 4$ br olur.



ATB üçgeninde Kosinüs teoremi uygulanırsa;

$|AB|^2 = |AT|^2 + |BT|^2 - 2 \,.\, |AT| \,.\, |BT| \,.\, \cos\alpha$

$\Rightarrow 4^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \,.\, 5 \,.\, 5 \,.\, \cos\alpha$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{17}{25} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

6. $|DE| = |DA|$ olduğu için $m(DAE) = m(DEA) = 45°$ dir.

DAC üçgeninden

$\tan(\widehat{DAC}) = \dfrac{|DC|}{|DA|}$

$\Rightarrow \tan(45+\theta) = \dfrac{2x}{x}$

$\Rightarrow \dfrac{\tan 45° + \tan\theta}{1 - \tan 45° . \tan\theta} = 2 \Rightarrow \dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta} = 2$

$\Rightarrow \tan\theta = \dfrac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt B

7. $\widehat{DAE} \sim \widehat{CBE}$

$\dfrac{x}{6} = \dfrac{6}{15-x}$

$\Rightarrow x^2 - 15x + 36 = 0$
$\quad -12 \quad -3$

$x = 12$ veya $x = 3$ tür.

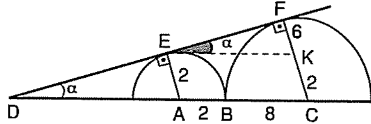
DAE üçgeninden

$x = 12$ için $\tan\alpha = \dfrac{12}{6} = 2$

$x = 3$ için $\tan\alpha = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt B

8.



$[EK] // [AC]$ çizelim.

$|AE| = |CK| = 2$ br ve $|KF| = 6$ br dir.

$|EK| = |AC| = 10$ br

$|EF|^2 + |FK|^2 = |EK|^2 \Rightarrow |EF|^2 + 6^2 = 10^2$

$\Rightarrow |EF| = 8$ br dir.

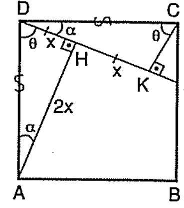
$\tan\alpha = \dfrac{|FK|}{|EF|} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$ bulunur.

Yanıt C

9. $\widehat{HAD} \cong \widehat{KDC}$ (Eş üçgenler)

$|HA| = |KD|$, $|HD| = |KC|$,

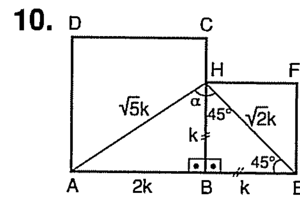
$|AD| = |DC|$



$\tan(D\hat{A}H) = \tan\alpha = \dfrac{x}{2x} = \dfrac{1}{2}$ olur.

Yanıt E

10.



$\overset{\Delta}{ABH}$ den

$\sin\alpha = \dfrac{2k}{\sqrt{5}k} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos\alpha = \dfrac{k}{\sqrt{5}k} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

bulunur.

$\sin(\widehat{A}) = \sin(\alpha + 45°)$

$= \sin\alpha . \cos 45° + \cos\alpha . \sin 45°$

$= \dfrac{2}{\sqrt{5}} . \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}} . \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ bulunur.

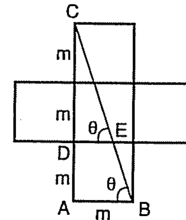
Yanıt A

11. $m(\widehat{CED}) = m(\widehat{CBA}) = \theta$

(Yöndeş açılar)

Her bir uzunluk m bir olursa

CAB üçgeninden



$\tan\theta = \dfrac{|AC|}{|AB|} = \dfrac{3m}{m} = 3$ bulunur.

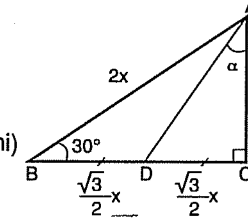
Yanıt D

12. $|AC| = x$ olsun

$|AB| = 2x$ ve

$|BC| = \sqrt{3}x$ bulunur.

$(30° - 60° - 90°$ üçgeni)



$\tan\alpha = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ dir.

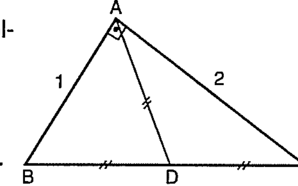
Yanıt A

13. $|AD| = |BD| = |DC|$ olduğu için

$m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir.

$\tan B = \cot C = 2$ olur.

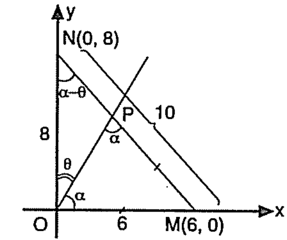
(Tümler açıların tanjant ve kotanjantları eşittir.)



Yanıt A

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



OMN üçgeninden

$(\sin\alpha = \cos\theta)$

$(\sin\theta = \cos\alpha)$

$\sin(\alpha - \theta) = \sin\alpha . \cos\theta - \cos\alpha . \sin\theta$

$\Rightarrow \dfrac{6}{10} = \cos\theta . \cos\theta - \sin\theta . \sin\theta$

$\Rightarrow \dfrac{3}{5} = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

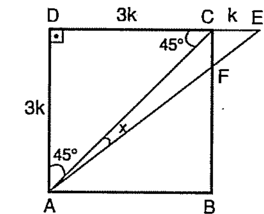
$\Rightarrow \dfrac{3}{5} = 1 - \sin^2\theta - \sin^2\theta$

$\Rightarrow 2\sin^2\theta = 1 - \dfrac{3}{5}$

$\Rightarrow \sin^2\theta = \dfrac{1}{5} \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ olur.

Yanıt C

2.



ADE üçgeninden

$\tan(45° + x) = \dfrac{\tan 45 + \tan x}{1 - \tan 45° . \tan x}$

$\Rightarrow \dfrac{4k}{3k} = \dfrac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$

$\Rightarrow 4 - 4\tan x = 3 + 3\tan x$

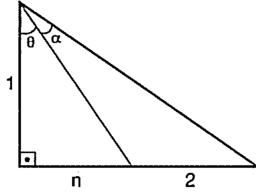
$\Rightarrow 1 = 7\tan x$

$\Rightarrow \tan x = \dfrac{1}{7}$ bulunur.

Yanıt B

3. $\tan(\alpha+\theta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\theta}{1-\tan\alpha.\tan\theta}$

$\dfrac{n+2}{1}=\dfrac{\tan\alpha+n}{1-n.\tan\alpha}$



$\Rightarrow \tan\alpha + n = n - n^2 . \tan\alpha + 2 - 2n\tan\alpha$

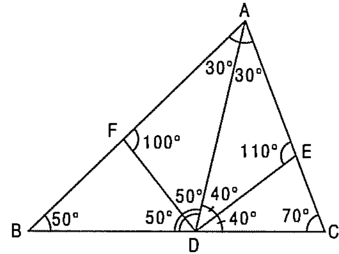
$\Rightarrow \tan\alpha + 2n . \tan\alpha + n^2 . \tan\alpha = 2$

$\Rightarrow \tan\alpha(1 + 2n + n^2) = 2$

$\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{2}{n^2+2n+1} = \dfrac{2}{(n+1)^2}$ bulunur.

Yanıt B

4.



$m(\hat{A}) = 180° - (50° + 70°) = 60°$ dir.

$m(\widehat{BDA}) = 180° - (50° + 30°) = 100°$ dir.

$m(\widehat{ADC}) = 180° - (70° + 30°) = 80°$ dir.

Sinüs teoremi kullanılarak

$\overset{\triangle}{ADE} \Rightarrow \dfrac{|DE|}{\sin30°} = \dfrac{|AD|}{\sin110°} \Rightarrow |DE| = \dfrac{|AD|.\sin30°}{\sin110°}$

$\overset{\triangle}{ADF} \Rightarrow \dfrac{|DF|}{\sin30°} = \dfrac{|AD|}{\sin100°} \Rightarrow |DF| = \dfrac{|AD|.\sin30°}{\sin100°}$

$\Rightarrow \dfrac{|DE|}{|DF|} = \dfrac{\dfrac{|AD|.\sin30°}{\sin110°}}{\dfrac{|AD|.\sin30°}{\sin100°}}$

$= \dfrac{\sin100°}{\sin110°}$

$= \dfrac{\sin(90°+10°)}{\sin(90°+20°)}$

$= \dfrac{\cos10°}{\cos20°}$ elde edilir.

Yanıt D

D. Trigonometrik Denklemler, Fonksiyonlar ve Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

LYS SORULARI

1. $x^2 - (\sin a)x - \frac{1}{4}\left(\cos^2 a\right) = 0$

denkleminin bir kökü $\frac{2}{3}$ 'tür.

Buna göre, sina kaçtır?

A) $\frac{\sqrt2}{2}$ B) $\frac{\sqrt2}{3}$ C) $\frac{\sqrt2}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

(2012-LYS1)

2. $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{3}+2\right)$

fonksiyonunun ters fonksiyonu olan $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sin(x) - 6$ B) $2\sin(x) + 3$

C) $3\sin(x) - 6$ D) $\sin(2x - 6)$

E) $\sin(2x) - 3$

(2011-LYS1)

3. $f : R \rightarrow R$ fonksiyonu

$f(x) = \begin{cases} 2\sin x, & \sin x \geq 0 \text{ ise} \\ 0, & \sin x < 0 \text{ ise} \end{cases}$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $(-\pi , \pi)$ açık aralığının f altındaki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) [−2, 2] B) (−1, 2) C)[0, 1]

D)(0, 2) E) [0, 2]

(2010-LYS1)

ÖYS SORULARI

1. $\sin^2x + 10\cos x - 10 = 0$ **denkleminin** $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ **alığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) π

(1998-ÖYS)

2. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$\cos x - \tan\frac{\pi}{3}\sin x = \sqrt3$ **denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

(1997-ÖYS)

3. $\cos(2\text{arccot}\ \frac{1}{2})$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

(1995-ÖYS)

4. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\cot x + \dfrac{\sin x}{1+\cos x} = 2$ olduğuna göre, **x açısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{8}$

(1995-ÖYS)

5. $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, **cos2x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\sqrt7}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) −1

(1994-ÖYS)

6. $\dfrac{1}{1-\cos x} - \dfrac{1}{1+\cos x} = \dfrac{4}{3}$ **denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?**

A) 25 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

(1993-ÖYS)

7. $\dfrac{1}{\cos x} + \dfrac{1}{\sin x} = 2\sqrt6$ **denklemini sağlayan dar açı (x) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 15 B) 25 C) 30 D) 35 E) 45

(1992-ÖYS)

8. $\dfrac{1}{\cos^2x} + \dfrac{1}{\sin^2x} = 8$ **denkleminin dar açı olan çözümü nedir?**

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

(1990-ÖYS)

9. $\sin2x = \cos35°$ **denkleminin [0°, 90°] aralığındaki kökü kaç derecedir?**

A) 70 B) 65 C) 37,5 D) 27,5 E) 17,5

(1987-ÖYS)

10. $\cos^2x + \cos2x = \sin^2 + \sin2x$ **denklemini sağlayan en küçük dar açının tanjantı kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt5+1}{2}$ B) $\frac{\sqrt5}{2}$ C) $1+\sqrt5$

D) $2+\sqrt5$ E) $\frac{\sqrt5-1}{2}$

(1986-ÖYS)

11. $\cos^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} = \frac{a}{2}$ olduğuna göre, **a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt2}{2}$ C) $2+\sqrt2$

D) 1 E) $\sqrt2 - 1$

(1984-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $2\cos^2x - 5\cos x + 2 = 0$ **denkleminin genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ B) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ C) $(2k \pm 1)\pi$

D) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ E) $(4k \pm 1)\frac{\pi}{2}$

(1979-ÜSS)

2. $a \cdot b = 1$ ise, **aşağıdaki verilen x değerlerinden hangisi** $a^{\sin x} = b^{\cos x}$ **eşitliğini sağlar?**

A) 0 B) π C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

(1978-ÜSS)

3. cos(arcsinx) ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cosx B) $\sqrt{x^2 - 1}$ C) $\sqrt{1 - x^2}$

D) x E) sinx

(1976-ÜSS)

4. $\sin^2x - 4\sin x + 4 = 0$ **denkleminin kökleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x_1 = (2k + 1)\pi + \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

B) $x_1 = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{2}$, $x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

C) $x_1 = (2k + 1)\pi + \frac{\pi}{2}$, $x_2 = -\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

D) $x_1 = (2k + 1)\pi + \frac{\pi}{3}$, $x_2 = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$

E) Denklemin çözümü yoktur.

(1974-ÜSS)

5. $y = -\cos 2x + 3$ **fonksiyonunu maksimum yapan en küçük pozitif x açısı kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{4}$ B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

(1973-ÜSS)

6. $y = 2 - \sin 3x$ **fonksiyonunu maksimum yapan en küçük pozitif x açısının değeri kaç derecedir?**

A) 0 B) 30 C) 90 D) 180 E) 270

(1973-ÜSS)

7. $2x^2 - 3x + \text{tg } A = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 = 2x_2$ **olması için açının ölçüsü ne olmalıdır?**

A) 30° B) 45° C) 60° D) 90° E) 120°

(1973-ÜSS)

8. $f(x) = 3\sin\left(\frac{x}{3} - 1\right)$ **fonksiyonunun periyodu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) π B) 3π C) 2π D) 6π E) 4π

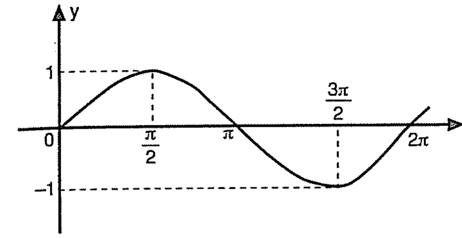
(1971-ÜSS)

9. $y = \cos 3x$ **fonksiyonunun periyodu aşağıdaki değerlerden hangisidir?**

A) 2π B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) 6π

(1970-ÜSS)

10.



Yukarıdaki grafiği çizilmiş olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = cosx B) y = sinx C) y = tgx

D) y = secx E) y = cotx

(1968-ÜSS)

11. $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, **sin2x aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

(1967-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E	2. C	3.E

ÖYS

1.D	2.A	3.A	4.D	5.A	6.D
7.A	8.A	9.D	10.E	11.C	

ÜSS

1.A	2.D	3.C	4.E	5.C	6.C
7.B	8.D	9.C	10.B	11.B	

D. Trigonometrik Denklemler, Fonksiyonlar ve Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $x^2 - (\sin a)x - \frac{1}{4}(\cos^2 a) = 0$

denkleminde $x = \frac{2}{3}$ yazılırsa;

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 - (\sin a).\frac{2}{3} - \frac{1}{4}(\cos a) = 0$

$\Rightarrow \frac{4}{\underset{(4)}{9}} - \frac{2\sin a}{\underset{(12)}{3}} - \frac{\cos^2 a}{\underset{(9)}{4}} = 0$

$\Rightarrow 16 - 24\sin a - 9\cos^2 a = 0$

$\Rightarrow 16 - 24\sin a - 9(1 - \sin^2 a) = 0$

$\Rightarrow 16 - 24\sin a - 9 + 9\sin^2 a = 0$

$\Rightarrow 9\sin^2 a - 24\sin a + 7 = 0$

3sina —— –7
3sina —— –1

$\Rightarrow (3\sin a - 7)(3\sin a - 1) = 0$

$\Rightarrow 3\sin - 7 = 0 \Rightarrow \sin a = \frac{7}{3}$ (olamaz)

$\Rightarrow 3\sin a - 1 = 0 \Rightarrow \sin a = \frac{1}{3}$ olur.

Yanıt E

2. $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{3} + 2\right)$

$\Rightarrow y = \arcsin\left(\frac{x}{3} + 2\right)$

$\Rightarrow x = \arcsin\left(\frac{y}{3} + 2\right)$

$\Rightarrow \sin x = \frac{y}{3} + 2$

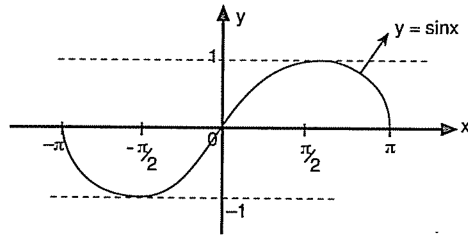
$\Rightarrow \sin x - 2 = \frac{y}{3}$

$\Rightarrow 3\sin x - 6 = y$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3\sin x - 6$ bulunur.

Yanıt C

3.



$0 \le x < \pi$ için $\sin x \ge 0$ ve $0 \le \sin x \le 1$

$0 \le 2\sin x \le 2$

$0 \le f(x) \le 2$

$-\pi < x < 0$ için $\sin x < 0$ ve $f(x) = 0$ dır.

O hâlde, görüntü kümesi [0,2] aralığıdır.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\sin^2 x + 10\cos x - 10 = 0$

$\Rightarrow 1 - \cos^2 x + 10\cos x - 10 = 0$

$\Rightarrow \cos^2 x - 10\cos x + 9 = 0$

$\Rightarrow \cos x = a$ olsun.

$a^2 - 10a + 9 = 0$

/ \

−9 −1

$(a-9)(a-1) = 0$

$a = 9$ veya $a = 1$ dir.

$\cos x = 1 = \cos 2\pi \Rightarrow x = 2\pi$ olur.

Yanıt D

2. $\cos x - \tan\frac{\pi}{3}.\sin x = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \dfrac{\cos x}{\underset{(\cos\frac{\pi}{3})}{1}} - \dfrac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}.\sin x = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \cos x.\cos\frac{\pi}{3} - \sin x.\sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.\cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \cos(x+\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}.\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos(x+\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6}$

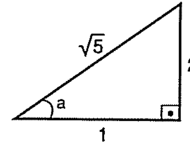
$\Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \frac{-\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}$ bulunur.

Yanıt A

3. $\cos(2.\overbrace{\text{arccot}\frac{1}{2}}^{a}) = \cos(2a)$

$\text{arccot}\frac{1}{2} = a \Rightarrow \cot a = \frac{1}{2}$ olur.



$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 2.(\frac{1}{\sqrt{5}})^2 - 1$

$= \frac{2}{5} - 1$

$= -\frac{3}{5}$ bulunur.

Yanıt A

4. $\cot x + \dfrac{\sin x}{1+\cos x} = 2$

$\Rightarrow \dfrac{\cos x}{\underset{(1+\cos x)}{\sin x}} + \dfrac{\sin x}{\underset{(\sin x)}{1+\cos x}} = 2$

$\Rightarrow \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x = 2\sin x + 2\sin x \,.\, \cos x$

$\Rightarrow (\cos x + 1) = 2\sin x \,.\, (1+\cos x)$

$\Rightarrow 1 = 2\sin x$

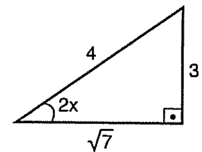
$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$ olur.

Yanıt D

5. $(\cos x - \sin x)^2 = (\frac{1}{2})^2$ (Her iki tarafın karesini alalım)

$\Rightarrow \cos^2 x + \sin^2 x - 2\cos x \,.\, \sin x = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{4}$



$\Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{7}}{4}$ bulunur.

Yanıt A

6. $\dfrac{1}{\underset{(1+\cos x)}{1-\cos x}} - \dfrac{1}{\underset{(1-\cos x)}{1+\cos x}} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1+\cos x - 1 + \cos x}{1-\cos^2 x} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{2\cos x}{1-\cos^2 x} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow 6\cos x = 4 - 4\cos^2 x$

$\Rightarrow 4\cos^2 x + 6\cos x - 4 = 0$ (2 ile sadeleştirelim)

$\Rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$

$\cos x = a$ olsun.

$2a^2 + 3a - 2 = 0 \Rightarrow (2a-1)(a+2) = 0$

2a　−1

a　+2

$a = \frac{1}{2}$ veya $a = -2$ (olamaz)

$\cos x = \frac{1}{2} = \cos 60° \Rightarrow x = 60°$ olur.

Yanıt D

7. $\dfrac{1}{\underset{(\sin x)}{\cos x}} + \dfrac{1}{\underset{(\cos x)}{\sin x}} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \cos x + \sin x = 2\sqrt{6}\sin x.\cos x$

$\Rightarrow (\cos x + \sin x)^2 = (\sqrt{6}.\sin 2x)^2$

$\Rightarrow \underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{1} + \underbrace{2\sin x.\cos x}_{\sin 2x} = 6.\sin^2 2x$

$\Rightarrow 6\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$

($\sin 2x = a$ olsun)

$\Rightarrow 6a^2 - a - 1 = 0 \Rightarrow (3a+1).(2a-1) = 0$

3a　1

2a　−1

$a = -\frac{1}{3}$ veya $a = \frac{1}{2}$

Dar açı değeri istendiği için

$\sin 2x = \frac{1}{2} = \sin 30°$

$\Rightarrow 2x = 30° \Rightarrow x = 15°$ olur.

Yanıt A

8. $\dfrac{1}{\underset{(\sin^2 x)}{\cos^2 x}} + \dfrac{1}{\underset{(\cos^2 x)}{\sin^2 x}} = 8 \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 8\cos^2 x \sin^2 x$

$\Rightarrow 1 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, \cos x \,.\, \sin x \,.\, \cos x \,.\, \sin x$

$\Rightarrow 1 = 2 \,.\, \sin 2x \,.\, \sin 2x$

$\Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$ bulunur.

Yanıt A

9. $\sin 2x = \cos 35° = \sin(90° - 35°)$

$\Rightarrow \sin 2x = \sin 55°$

$\Rightarrow 2x = 55° \Rightarrow x = 27{,}5°$ bulunur.

Yanıt D

10. $\cos^2 x + \cos 2x = \sin^2 x + \sin 2x$

$\Rightarrow \underbrace{\cos^2 x - \sin^2 x}_{\cos 2x} + \cos 2x = \sin 2x$

$\Rightarrow 2\cos 2x = \sin 2x$

$\Rightarrow 2 = \dfrac{\sin 2x}{\cos 2x} \Rightarrow \tan 2x = 2 \Rightarrow \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x} = 2$

$\Rightarrow 2 - 2\tan^2 x = 2\tan x$

$\Rightarrow \tan^2 x + \tan x - 1 = 0$ ($\tan x = a$ olsun)

$\Rightarrow a^2 + a - 1 = 0$

$a_1 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $a_2 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Dar açı değeri istendiği için a nın pozitif değeri olan $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ sayısı alınır.

Yanıt E

11. $\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}=\frac{\pi}{2}$ olduğu için

$\sin(\frac{3\pi}{8})=\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8})=\cos\frac{\pi}{8}$ olur.

$\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{a}{2}$

$\Rightarrow 2\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{a}{2}$ (iki taraftan 1 çıkaralım)

$\Rightarrow 2\cos^2\frac{\pi}{8}-1=\frac{a}{2}-1$

$\Rightarrow \cos(2.\frac{\pi}{8})=\frac{a}{2}-1$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{4}=\frac{a}{2}-1$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a}{2}-1 \Rightarrow a=\sqrt{2}+2$ olur.

Yanıt C

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $2\cos^2x-5\cos x+2=0$

cosx = a olsun.

$2a^2-5a+2=0 \Rightarrow (2a-1).(a-2)=0$

$2a \quad -1$

$a \quad -2$

$2a-1=0 \quad a-2=0$

$a=\frac{1}{2}$ veya $a=2$

$\cos x=2$ olamaz. $(-1\leq \cos x\leq +1)$

$\cos x=\frac{1}{2}$ ise $\cos x=\cos\frac{\pi}{3}$

$x=\frac{\pi}{3}+k.2\pi \quad x=-\frac{\pi}{3}+k.2\pi$ olur.

Çözüm kümesi $\{x| \ x=\mp\frac{\pi}{3}+k.2\pi, \ k\in Z\}$

Yanıt A

2. $a.b=1$ ise $a=\frac{1}{b}$

$a^{\sin x}=b^{\cos x}$

$\Rightarrow (\frac{1}{b})^{\sin x}=b^{\cos x}$

$\Rightarrow b^{-\sin x}=b^{\cos x}$

$\Rightarrow -\sin x=\cos x$

$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x}=-1$

$\Rightarrow \tan x=-1$

$x=\frac{3\pi}{4}$ bulunur.

Yanıt D

3. cos(arcsinx)

arcsinx = a olsun.

$\Rightarrow$ sin(arcsinx) = sin(a)

$\Rightarrow$ x = sina olur.

$\cos a=\sqrt{1-x^2}$ bulunur.

Yanıt C

4. $\sin^2x-4\sin x+4=0$ denkleminde sinx = a olsun.

$a^2-4a+4=0$

$-2 \quad -2$

$(a-2)(a-2)=0$

a = 2 bulunur.

sinx = 2 olamaz. $(-1\leq \sin x\leq +1)$

Çözüm kümesi = Ø olur.

Yanıt E

5. $y=-\cos2x+3$ ifadesinin maksimum olması için

$\cos2x=-1$ olmalıdır. $(-1\leq \cos2x\leq +1)$

$\cos2x=-1=\cos\pi$

$\Rightarrow 2x=\pi \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$ bulunur.

Yanıt C

6. $y=2-\sin3x$ ifadesinin maksimum olması için

$\sin3x=-1$ olmalıdır.

$(-1\leq \sin3x\leq +1)$

$\sin3x=-1$ için

$y=2-(-1)=3$ maksimum değerdir.

$\sin3x=-1=\sin270°$

$\Rightarrow 3x=270° \Rightarrow x=90°$ bulunur.

Yanıt C

7. $2x^2-3x+\tan A=0$

$x_1+x_2=\frac{-(-3)}{2}=\frac{3}{2}$ dir.

$x_1=2x_2$ olduğu için

$2x_2+x_2=\frac{3}{2} \Rightarrow 3x_2=\frac{3}{2} \Rightarrow x_2=\frac{1}{2}$ olur.

$x_1=2x_2=2.\frac{1}{2}=1$ bulunur.

Denklemde x = 1 yazılırsa;

$2.1^2-3.1+\tan A=0$

$\Rightarrow \tan A=+1=\tan45°$

$\Rightarrow \widehat{A}=45°$ bulunur.

Yanıt B

8. $f(x)=k.\sin(ax+b)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{a}$ olduğu için $y=3\sin\left(\frac{x}{3}-1\right)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}=6\pi$ dir.

Yanıt D

9. $f(x)=\cos(ax+b)$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{a}$ olduğu için $y=\cos3x$ in periyodu $\frac{2\pi}{3}$ tür.

Yanıt C

10. Grafikteki (0, 0), (π, 0), (2π, 0) noktaları y = sinx ve y = tgx fonksiyonlarını sağlamaktadır.

$-1\leq \sin x\leq +1$, $-\infty<\tan x<+\infty$ olduğu için y = sinx in grafiğidir.

Yanıt B

11. $\sin x-\cos x=\frac{1}{2}$ (Her iki tarafın karesini alalım.)

$(\sin x-\cos x)^2=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \sin^2x+\cos^2x-2\sin x.\cos x=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow 1-\sin2x=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \sin2x=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ bulunur.

Yanıt B

BÖLÜM 4

KARMAŞIK SAYILAR

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Karmaşık Sayılar	4	3	3			

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Karmaşık Sayılar																														

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Karmaşık Sayılar	1		1	1	1			1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	1

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Karmaşık Sayılar					1	1	1	2	3	1	1	1	1	1	

LYS SORULARI

1. **1 sayısına olan uzaklığı 2 birim ve i sayısına olan uzaklığı 3 birim olan $z = a + ib$ karmaşık sayıları için $a - b$ farkı kaçtır?**

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

(2012-LYS1)

2. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde

$f(z) = 1 - 2z^6$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$z_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ için $f(z_0)$ kaçtır?

A) $1 + i$ B) $2i$ C) $1 - i$ D) -1 E) 3

(2012-LYS1)

3. $(|z| + z).(|z| - \bar{z}) = i$

denklemini sağlayan z karmaşık sayılarının <u>sanal</u> kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{|z|}$ B) $\frac{1}{|z|}$ C) $\frac{-|z|}{2}$ D) $\frac{1}{2|z|}$ E) $-|z|$

(2012-LYS1)

4. **$z = a + bi$ $(b \neq 0)$ ve $w = c + di$ karmaşık sayıları için $z + w$ toplamı ve $z \,.\, w$ çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,**

I. z ve w birbirinin eşleniğidir.

II. $z - w$ gerçeldir.

III. $z^2 + w^2$ gerçeldir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

(2011-LYS1)

5. **$\bar{z}$ ile z'nin eşleniği gösterildiğine göre, $z^2 = \bar{z}$ eşitliğini sağlayan ve argümenti $\frac{\pi}{2}$ ile π arasında olan sıfırdan farklı z karmaşık sayısı nedir?**

A) $\frac{-1}{2} + \left(\sqrt{3}\right)i$ B) $\frac{-1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$

C) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$ D) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i$

E) $\frac{-\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)i$

(2011-LYS1)

6. **Baş katsayısı 1 olan, $-i$ ve $2i$ karmaşık sayılarını kök kabul eden dördüncü dereceden gerçel katsayılı P(x) polinomu için P(0) kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

(2011-LYS1)

7. **$\bar{z}$ ile z'nin eşleniği gösterildiğine göre, $z = 2 + i$ karmaşık sayısı için**

$\frac{z}{\bar{z} - 1}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ B) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}i$ C) $1 + 3i$ D) $2 - 3i$ E) $3 + i$

(2010-LYS1)

8. **Karmaşık sayılar düzleminde**

$|z - 1| = |z + 2|$

denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) $x = 1$ doğrusu

B) $x = \frac{-1}{2}$ doğrusu

C) $x = 2$ doğrusu

D) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ çemberi

E) $x^2 + (y + 2)^2 = 1$ çemberi

(2010-LYS1)

9. $z = 1 + i\sqrt{3}$ **karamışık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

B) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

C) $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

D) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

E) $4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

(2010-LYS1)

10. b ve c gerçel sayılar olmak üzere $P(x)=x^2+bx+c$ polinomunun bir kökü 3 – 2i karmaşık sayısıdır.

Buna göre, P(–1) kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $z = \dfrac{\cos 75° + i\sin 75°}{\cos 15° + i\sin 15°}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ C) 1 D) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

(2008-ÖSS Mat 2)

2. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları $z^2 = i$ denkleminin kökleridir.

Karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

(2008-ÖSS Mat 2)

3. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde ✻ işlemi,

$z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 z_2|$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (1 – 2i) ✻ (2 + i) işleminin sonucu nedir?

A) 1 + 8i B) 1 – 8i C) 8 + i D) 8 – i E) 2 – i

(2007-ÖSS Mat 2)

4. $|z| + z = 3 - 2i$ **eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3}{5} - 2i$ B) $\frac{5}{6} - 2i$ C) $\frac{3}{4} + 2i$ D) $\frac{2}{3} - 3i$ E) $\frac{3}{5} + 3i$

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $i^2 = -1$ $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ olduğuna göre, z^9 **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) –i B) 1 C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

(1998-ÖYS)

2. z = 2 + 4i ve u = 3i karmaşık sayılar olduğuna göre, $\dfrac{\overline{z}.\overline{u}}{6+3i}$ **değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2 B) –1 C) 2 D) $\frac{1+2i}{3}$ E) $\frac{1-2i}{3}$

(1997-ÖYS)

3. $|Z - 5 - i| = 1$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, **tanθ kaçtır?**

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) 1

(1996-ÖYS)

4. z = x + iy ve |z| = |z – 2| olduğuna göre, **z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Gerçel eksene dik bir doğru

B) Sanal eksene dik bir doğru

C) 2 birim çaplı bir çember

D) Bir elips

E) Bir parabol

(1995-ÖYS)

5. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere,

$\dfrac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}}$ **ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) i B) i + 1 C) i – 1 D) 1 E) 2

(1995-ÖYS)

6. $|Z + 2 - i| = 10$ **eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 16$

B) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 64$

C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 100$

D) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 81$

E) $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 121$

(1994-ÖYS)

7. Karmaşık düzlemde

$(\cos x + i\sin x)^2 = \cos^2 x - i\sin^2 x$ olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi x in değerlerinden biridir?**

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

(1993-ÖYS)

8. Karmaşık düzlemde z = 3 – i olduğuna göre, $|z^{-1}|$ **kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{20}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{50}$

(1993-ÖYS)

9. $i^2 = -1$ olduğuna göre, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ **sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2i B) –i C) –1 D) 1 E) 2i

(1992-ÖYS)

10. Karmaşık düzlemde A(4 + 6i), B(–2 – i), C(4 + 5i) noktaları veriliyor. **A nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaç birimdir?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

(1991-ÖYS)

11. $i^2 = -1$ olduğuna göre,

$(1 + i)(1 + i^3)(1 + i^5)(1 + i^7)$ **çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 2 B) 4 C) 1 + i D) 1 – i E) 4i

(1991-ÖYS)

12. Z = 3 + 2i, $\overline{Z}$ = 3 – 2i olduğuna göre, $\left(\frac{Z+\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}\right)^4$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{81}{16}$ B) $-\frac{81}{16}$ C) $-\frac{81}{16}i$ D) $\frac{81}{16}i$ E) i

(1990-ÖYS)

13. $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ **karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**
$(i^2 = -1)$

A) $9(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}i)$ B) $9(\cos\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}i)$

C) $3(\cos\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{2\pi}{3}i)$ D) $3(\cos\frac{7\pi}{6} + \sin\frac{7\pi}{6}i)$

E) $3(\cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}i)$

(1989-ÖYS)

14. $(1 + i)^5 + (1 - i)^5$ **toplamı kaçtır?** $(i^2 = -1)$

A) –8 B) –5 C) 0 D) 5 E) 8

(1989-ÖYS)

15. $i^2 = -1$ olduğuna göre, $(1 + i)(1 + i^3)(1 + i^6)$ **işleminin sonucu nedir?**

A) 3 B) 1 C) 0 D) –1 E) –3

(1988-ÖYS)

16. $\frac{1}{1+i} + a + bi = 1 - i$ olduğuna göre, **a + b nin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

(1985-ÖYS)

17. $\frac{3-2i}{1-i}$ **sayısının sanal kısmı kaçtır?**

A) $\frac{1}{13}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{5}{2}$

(1984-ÖYS)

18. $(2 - i)Z = 1 - \bar{Z}$ **eşitliğini sağlayan, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?** ($\bar{Z}$, Z nin eşleniğidir.)

A) $\frac{1}{3}(1 + i)$ B) $\frac{1}{4}(1 + i)$ C) $\frac{2}{3} - 2i$

D) $1 + \frac{1}{3}i$ E) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}i$

(1983-ÖYS)

19. $z = \frac{1+ix}{1-ix}$ $(i^2 = -1)$ olduğuna göre, **|z| nin değeri nedir?**

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $Z = -1 + \sqrt{3}i$ **karmaşık sayısının eşleniği** $\bar{Z}$ **ile gösterildiğine göre aşağıdakilerden hangisi** $\bar{Z}$ **nin bir kareköküdür?**

A) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3})$

B) $\sqrt{2}(\cos\frac{4\pi}{3} - i\sin\frac{4\pi}{3})$

C) $\sqrt{2}(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$

D) $\sqrt{2}(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3})$

E) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

(1979-ÜSS)

2. **3 + 2i karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi, aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 + 3i B) –3 – 2i C) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}i$

D) $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$ E) 5i

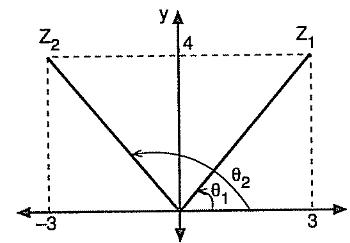
(1978-ÜSS)

3. $z = a + i(a + 1)$, $a \in R$ ve $|\bar{z} + i\bar{z}| = \sqrt{2}$ **ise a kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

(1977-ÜSS)

4.



Şekildeki Z_1 ve Z_2 karmaşık sayılarının çarpımının kutupsal şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

B) $12[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

C) –5i

D) 12

E) –25

(1976-ÜSS)

5. $z = 3\sqrt{3} - 3i$ **karmaşık (kompleks) sayısı için z^6 nedir?**

A) 36^3 B) -36^3 C) 36^3i^3

D) -36^3i^3 E) 0

(1975-ÜSS)

6. $\frac{1}{4-3i}$ **sayısının eşleniğinin sanal (imajiner) kısmı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3 B) $\frac{3}{25}$ C) $-\frac{3}{25}$ D) –3i E) 3i

(1974-ÜSS)

7. $z = i + \sqrt{3}$ **sayısının, kutupsal koordinatlarda ifadesi hangisidir?**

A) $\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$

B) $\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$

C) $\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4}))$

D) $2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$

E) $2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$

(1974-ÜSS)

8. **1 + 2i kompleks sayısının 1 – 2i kompleks sayısına bölümü nedir?**

A) –2 B) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$ C) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

D) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}i$ E) $-\frac{2}{3} + \frac{5}{3}i$

(1973-ÜSS)

9. **Kökleri** 3 – 2i ve 3 + 2i **olan ikinci derece denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - 3x + 12 = 0$ B) $x^2 - 2x + 5 = 0$

C) $x^2 + 5x - 13 = 0$ D) $x^2 + 6x - 13 = 0$

E) $x^2 - 6x + 13 = 0$

(1972-ÜSS)

10. $\frac{2-i}{2+i}$ **kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$ B) $\frac{5}{3}-\frac{4}{3}i$ C) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}i$

D) $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$ E) -1

(1971-ÜSS)

11. **(1 + i) kompleks sayısının (1 – i) kompleks sayısına bölümünün sonucu nedir?** (Kompleks sayı = karmaşık sayı)

A) 0 B) –i C) –1 D) i E) 1

(1970-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.B	2.D	3.D	4.C	5.B	6.B
7.A	8.B	9.C	10.C		

ÖSS

1.E	2.D	3.D	4.B

ÖYS

1. A	2.A	3.D	4.A	5.B	6.C
7.E	8.A	9.D	10.A	11.B	12.A
13.D	14.A	15.C	16.C	17.B	18.B
19.C					

ÜSS

1.C	2.D	3.C	4.E	5.B	6.C
7.D	8.C	9.E	10.A	11.D	

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. z'nin 1 sayısına uzaklığı 2 br ise, $|z-1| = 2$ ve i sayısına uzaklığı 3 br ise $|z-i| = 3$ olur.

$z = a + bi$ ise,

$|z-1| = 2 \Rightarrow |a + bi - 1| = 2$

$\Rightarrow |(a-1) + bi| = 2$

$\Rightarrow \sqrt{(a-1)^2 + b^2} = 2$

$\Rightarrow (a-1)^2 + b^2 = 4$ .... (★)

$|z-i| = 3 \Rightarrow |a + bi - i| = 3$

$\Rightarrow |a + (b-1)i| = 3$

$\Rightarrow \sqrt{a^2 + (b-1)^2} = 3$

$\Rightarrow a^2 + (b-1)^2 = 9$ .... (★★)

(★) ve (★★) eşitliklerindeki parantez kareler açılarak taraf tarafa çıkartılırsa;

$(a-1)^2 + b^2 = 4 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 = 4$

$a^2 + (b-1)^2 = 9 \Rightarrow \underline{a^2 + b^2 - 2b + 1 = 9}$

$-2a + 2b = -5$

$a - b = \frac{5}{2}$ bulunur.

Yanıt B

2. $z_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= \cos60° + i\sin60°$

$= \text{cis}60°$ dir.

$f(z) = 1 - 2z^6$ ise,

$f(z_0) = 1 - 2z_0^6$

$f(\text{cis}60°) = 1 - 2(\text{cis}60°)^6$

$= 1 - 2\text{cis}360°$

$= 1 - 2\text{cis}0°$

$= 1 - 2(\cos0° + i\sin0°)$

$= 1 - 2(1 + i.0)$

$= 1 - 2$

$= -1$ bulunur.

Yanıt D

3. $(|z| + z).(|z| - \bar{z}) = i$

$\Rightarrow |z|^2 - |z|.\bar{z} + z.|z| - \underbrace{z.\bar{z}}_{|z|^2} = i$

$\Rightarrow \cancel{|z|^2} - |z|.\bar{z} + z.|z| - \cancel{|z|^2} = i$

$\Rightarrow |z|.(-\bar{z} + z) = i$

$z = x + yi$ için $-\bar{z} + z = -(x - yi) + x + yi$

$= -x + yi + x + yi$

$= 2yi$ olur.

$\Rightarrow |z|.(2yi) = i$

$\Rightarrow y = \frac{i}{|z|.2i}$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2|z|}$ bulunur.

Yanıt D

4. $z = a + bi$ $(b \neq 0)$ ve $w = c + di$ için $z + w$ ve $z.w$ birer reel sayı olduğuna göre sanal kısımları 0 olur.

$z + w = (a + bi) + (c + di)$

$= (a + c) + \underbrace{(b + d)}i$

$b + d = 0$

$b = -d$

$z\,.\,w = (a + bi)\,.\,(c + di)$

$= (ac - bd) + \underbrace{(ad + bc)}_{0}i$

$ad + bc = 0$

$\|$

$-d$

$ad - cd = 0$

$(a - c)\,.\,d = 0$

$a - c = 0$ $\quad$ $d = 0$

$a = c$ dir. $\quad$ (olmaz çünkü $b \neq 0$ olduğu için $d \neq 0$ dır.)

$z = a + bi$

$w = c + di = a - bi$ olduğuna göre z ve w birbirinin eşleniğidir. Yani, (I) ifadesi doğrudur.

$z - w = (a + bi) - (a - bi)$

$= a + bi - a + bi$

$= 2bi$ bir gerçel sayı değildir. (II) ifadesi yanlıştır.

$z^2 + w^2 = (a + bi)^2 + (a - bi)^2$

$= a^2 + 2abi - b^2 + a^2 - 2abi - b^2$

$= 2a^2 - 2b^2$ ifadesi bir gerçel sayıdır. (III) ifadesi de doğrudur.

Yanıt C

5. $z = x + yi$ olsun

$z^2 = \bar{z}$ ise

$\Rightarrow (x + yi)^2 = x - yi$

$\Rightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = x - yi$

$\Rightarrow x^2 - y^2 = x$ ve $2xy = -y$

$2xy + y = 0$

$y.(2x + 1) = 0$

$y = 0$ $\quad$ $x = -\frac{1}{2}$ dir.

$y = 0$ için $x^2 - 0^2 = x$

$x^2 - x = 0$

$x = 0$ veya $x = 1$ dir.

$z = 0 + 0i$ veya $z = 1 + 0i$

karmaşık sayılarının argümenti 2. bölgede olmadığı için bunlar olamaz.

$x = -\frac{1}{2}$ için $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - y^2 = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} - y^2 = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = y^2$

$\frac{3}{4} = y^2 \Rightarrow y = \mp\frac{\sqrt{3}}{2}$ dir.

$z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ veya $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ sayılarından

2. bölgede olanı $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ dir.

Yanıt B

6. Kökleri –i ve 2i olan gerçel katsayılı P(x) polinomunun diğer kökleri de bunların işlenikleri olan i ve –2i karmaşık sayılarıdır.

$P(x) = a.(x - x_1).(x - x_2).(x - x_3).(x - x_4)$

$P(x) = 1.(x-(-i))\ (x - i).(x - 2i).(x-(-2i))$

$P(x) = (x + i).(x - i).(x - 2i).(x + 2i)$ ise

$P(0) = i.(-i)\,.\,(-2i).(2i)$

$= -i^2\,.\,(-4i^2)$

$= -(-1)\,.\,(-4)\,.\,(-1)$

$= 4$ bulunur.

Yanıt B

7. $z = 2 + i$ ise

$\frac{z}{z-1} = \frac{2+i}{(2-i)-1}$

$= \frac{2+i}{1-i}$ $(1+i)$

$= \frac{(2+i)(1+i)}{1+1}$

$= \frac{2+2i+i+i^2}{2}$

$= \frac{2+3i-1}{2}$

$= \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ bulunur.

Yanıt A

8. **1. Yol**

$z = x + yi$ için

$|x + y-1| = |x + yi + 2|$

$|(x-1) + yi| = |(x+2) + yi|$

$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2}$

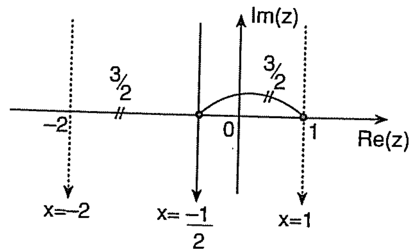
$x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 4x + 4 + y^2$

$-2x + 1 = 4x + 4$

$-3 = 6x$

$-\frac{1}{2} = x$ doğrusu bulunur.

2. Yol



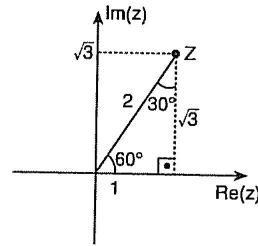
Yanıt B

9. $z = 1 + \sqrt{3}i$ ise $|z| = 2$ ve

$\text{Arg}z = 60° = \frac{\pi}{3}$ tür.

$z = 1 + \sqrt{3}i$

$= 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ bulunur.



Yanıt C

10. b, c $\in R$ olduğu için $P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü 3-2i ise diğer kökü 3+2i dir.

Kökler toplamı

$3 - 2i + 3 + 2i = \frac{-b}{a} \Rightarrow 6 = -\frac{b}{1} \Rightarrow b = -6$

ve kökler çarpımı

$(3 - 2i) \cdot (3+2i) = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow 9 + 4 = \frac{c}{1}$

$\Rightarrow c = 13$ olur.

$P(x) = x^2 - 6x + 13$ ise

$P(-1) = (-1)^2 - 6.(-1) + 13$

$= 1 + 6 + 13$

$= 20$ bulunur.

Yanıt C

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $z = \frac{\cos 75° + i\sin 75°}{\cos 15° + i\sin 15°} = \frac{\text{cis}75°}{\text{cis}15°}$

$= \text{cis}(75° - 15°) = \text{cis}60°$

$= \cos 60° + i\sin 60°$

$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$= \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$ olur.

Yanıt E

2. $z^2 = i \Rightarrow z = \sqrt{i}$

$\Rightarrow z = \sqrt{\text{cis}(90° + k.360°)}$

$\Rightarrow z = \text{cis}(45° + k.180°)$ olur.

$k = 0$ için $z_0 = \text{cis}45°$

$= \cos 45° + i.\sin 45°$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}.i$ ve

$z_1 = -z_0$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}.i$ bulunur.

$|z_0 z_1| = \sqrt{\left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]^2}$

$= \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$ birim olur.

Yanıt D

3. $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 . z_2|$ ise

$(1 - 2i) * (2 + i) = 1 - 2i + 2 + i + |(1 - 2i).(2 + i)|$

$= 3 - i + |2 + i - 4i - 2i^2|$

$= 3 - i + |2 - 3i + 2|$

$= 3 - i + |4 - 3i|$

$= 3 - i + \sqrt{(4)^2 + (-3)^2}$

$= 3 - i + 5$

$= 8 - i$ elde edilir.

Yanıt D

4. $z = x + yi$ olsun.

$|z| + z = 3 - 2i$

$\sqrt{x^2 + y^2} + x + yi = 3 - 2i$ eşitliğinde

$\sqrt{x^2 + y^2} + x = 3$ ve $y = -2$ dir.

$y = -2$ için

$\sqrt{x^2 + (-2)^2} + x = 3$

$\Rightarrow (\sqrt{x^2 + 4})^2 = (3 - x)^2$

$\Rightarrow x^2 + 4 = 9 - 6x + x^2$

$\Rightarrow 4 = 9 - 6x$

$\Rightarrow 6x = 5$

$\Rightarrow x = \frac{5}{6}$ bulunur.

$z = x + yi = \frac{5}{6} - 2i$ dir.

Yanıt B

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ise z^9 u bulmak için z karmaşık sayısının kutupsal biçimi bulunmalıdır.

$|z| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1} = 1$

$\tan\theta = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30°$ dir.

$z = 1 . (\cos 30° + i\sin 30°)$ bulunur.

$z^9 = 1^9 . (\cos(9 . 30°) + i . \sin(9 . 30°))$

(De Moivre kuralından)

$z^9 = \cos 270° + i\sin 270°$

$= 0 + i . (-1) = -i$ elde edilir.

Yanıt A

2. $z = 2 + 4i,\ u = 3i$ ise

$$\frac{\overline{z.u}}{6+3i} = \frac{(2-4i).(-3i)}{3(2+i)} = \frac{-2i+4i^2}{2+i}$$

$$= \frac{-4-2i}{2+i} = \frac{-2(2+i)}{2+i} = -2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

3. $Z - 5 - i = 1$ ise $Z = 6 + i$ olur.

$Z(6, 1)$ den $\tan\theta = \frac{1}{6}$ bulunur.

Yanıt D

4. $Z = x + yi,\ |Z| = |Z - 2|$ ise

$\Rightarrow |x + yi| = |x + yi - 2|$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$

$\Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$ doğrusu bulunur.

$x = 1$ doğrusu, gerçel eksene dik bir doğrudur.

Yanıt A

5. $i^2 = -1$ ise $i^4 = 1$ olur.

$$\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n-1}} = \frac{i^{8n}.i^{-1} + (i^4)^n}{i^{4n}.i^{-1}} = \frac{(i^4)^{2n}.\frac{1}{i} + 1}{1.\frac{1}{i}}$$

$$= \frac{\frac{1}{i} + 1}{\frac{1}{i}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{i}} = 1 + i \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

6. $Z = x + yi$ alınırsa

$|Z + 2 - i| = 10 \Rightarrow |x + yi + 2 - i| = 10$

$\Rightarrow |(x + 2) + (y - 1)i| = 10$

$\Rightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 10$

$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 100$ denklemi bulunur.

Yanıt C

7. $(\cos x + i\sin x)^2 = \cos^2 x - i\,.\,\sin^2 x$

$\Rightarrow \cos^2 x + 2i\cos x\,.\,\sin x + i^2\sin^2 x = \cos^2 x - i\sin^2 x$

$\Rightarrow i\,.\,\sin 2x - \sin^2 x = -i\sin^2 x$

$\sin 2x = -\sin^2 x$ veya $-\sin^2 x = 0$ dır.

$-\sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0,\ x = \pi$ olur.

Yanıt E

8. $Z = 3 - i$ ise

$$|Z^{-1}| = \left|\frac{1}{Z}\right| = \frac{1}{|Z|} = \frac{1}{\sqrt{(3)^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{10} \text{br bulunur.}$$

Yanıt A

9. $$\Big(\underset{(1+i)}{\frac{1+i}{1-i}}\Big)^{20} = \Big(\frac{(1+i)^2}{1-i^2}\Big)^2 = \Big(\frac{1+2i+i^2}{1-(-1)}\Big)^{20}$$

$$= \Big(\frac{2i}{2}\Big)^{20} = i^{20} = (i^2)^{10} = (-1)^{10} = 1 \text{ dir.}$$

Yanıt D

10. $A(4 + 6i) = A(4, 6)$

$B(-2 - i) = B(-2, -1)$

$C(4 + 5i) = C(4, 5)$

$[BC]$ nin orta noktası $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) = (1,2)$ bulunur.

$A(4, 6)$ noktasının $(1, 2)$ noktasına uzaklığı:

$\sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$ br dir.

Yanıt A

11. $(1 + i)\,(1 + i^3)\,.\,(1 + i^5)\,.\,(1 + i^7)$

$$= \underbrace{(1+i)(1-i)}_{(1-i^2)}\underbrace{(1+i)(1-i)}_{(1-i^2)} = (1+1).(1+1) = 4$$

Yanıt B

12. $Z = 3 + 2i$ ise

$$\Big(\frac{Z+\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}\Big)^4 = \Big(\frac{3+2i+3-2i}{3+2i-(3-2i)}\Big)^4 = \Big(\frac{6}{4i}\Big)^4$$

$$= \Big(\frac{3}{2i}\Big)^4 = \frac{81}{16.i^4} = \frac{81}{16} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

13. $z = -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ ise

$$|z| = \sqrt{\Big(\frac{-3\sqrt{3}}{2}\Big)^2 + \Big(-\frac{3}{2}\Big)^2} = \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30°$$

$\text{Arg}z = 180° + 30° = 210°$ dir.

Z nin kutupsal biçimi

$z = 3(\cos 210° + i\sin 210°)$ veya

$z = 3\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ bulunur.

Yanıt D

14. $(1+i)^5 + (1-i)^5 = [(1+i)^2]^2(1+i) + [(1-i)^2]^2(1-i)$

$= (1 + 2i + i^2)^2\,.\,(1 + i) + (1 - 2i + i^2)^2\,.\,(1 - i)$

$= -4(1 + i) - 4(1 - i) = -4 - 4i - 4 + 4i$

$= -8$ bulunur.

Yanıt A

15. $(1 + i)\,.\,(1 + i^3)\,.\,(1 + i^6)$

$= (1 + i)(1 + i^2\,.\,i)\,.\,(1 + (i^2)^3)$

$= (1 + i)(1 - i)\,.\,(1 + (-i)^3)$

$= (1 + i)\,.\,(1 - i)\,.\,(1 - 1) = 0$ olur.

Yanıt C

16. $\frac{1}{1+i} + a + bi = 1 - i$

$$\Rightarrow a + bi = 1 - i - \underset{(1-i)}{\frac{1}{1+i}} = 1 - i - \frac{1-i}{2}$$

$$\Rightarrow a + bi = 1 - i - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$\Rightarrow a + bi = \Big(1 - \frac{1}{2}\Big) + \Big(-1 + \frac{1}{2}\Big)i$$

$$\Rightarrow a + bi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \text{ eşitliğinden}$$

$a = \frac{1}{2}$ ve $b = -\frac{1}{2}$ bulunur.

$a + b = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ olur.

Yanıt C

17. $$\underset{(1+i)}{\frac{3-2i}{1-i}} = \frac{(3-2i)(1+i)}{1-i^2}$$

$$= \frac{3+3i-2i-2i^2}{1+1} = \frac{5+i}{2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$$

Karmaşık sayısının sanal kısmı $\frac{1}{2}$ dir.

Yanıt B

18. $Z = a + bi$ ise $\overline{Z} = a - bi$ olur.

$(2 - i)(a + bi) = 1 - (a - bi)$

$\Rightarrow 2a + 2bi - ai - bi^2 = 1 - a + bi$

$\Rightarrow (2a + b) + (2b - a)i = (1 - a) + bi$

$2a + b = 1 - a \Rightarrow 3a + b = 1$

$2b - a = b \Rightarrow b - a = 0$ denklemleri ortak çözülürse

$a = \frac{1}{4}$ ve $b = \frac{1}{4}$ bulunur.

$Z = \frac{1}{4}(1 + i)$ olur.

Yanıt B

19. $Z=\frac{1+ix}{1-ix}$ ise

$$|Z|=\left|\frac{1+ix}{1-ix}\right|=\frac{|1+ix|}{|1-ix|}=\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}=1 \text{ olur.}$$

Yanıt C

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $z=-1+\sqrt{3}i$ ise $\bar{z}=-1-\sqrt{3}i$ olur.

$\bar{z}$ nin karekökünü bulmak için kutupsal biçime çevirmeliyiz.

$|\bar{z}|=\sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}=2$

$\text{tg}\theta=\frac{\sqrt{3}}{1}\Rightarrow\theta=60°$ dir.

$\bar{z}$ sayısı 3. bölgede olduğu için

$\text{Arg}(\bar{z})=180°+60°=240°$ bulunur.

$\bar{z}=2\text{cis}(240°+k\,.\,360°)$

$\sqrt{\bar{z}}=\sqrt{2}.\text{cis}(240°.\frac{1}{2}+k.180°)$

$=\sqrt{2}\text{cis}(120°+k.180°)$

$=\sqrt{2}\text{cis}(\frac{2\pi}{3}+k.\pi)$

k = 0 için köklerden biri

$\sqrt{2}(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$ bulunur.

Yanıt C

2. 3 + 2i nin çarpmaya göre tersi $\frac{1}{3+2i}$ dir.

$$\frac{1}{\underset{(3-2i)}{3+2i}}=\frac{3-2i}{9-4i^2}=\frac{3-2i}{9+4}=\frac{3}{13}-\frac{2i}{13} \text{ olur.}$$

Yanıt D

3. $z=a+(a+1)i$ ise

$\bar{z}=a-(a+1)i$ olur.

$i\,.\,\bar{z}=i[a-(a+1)i]$

$=ai-(a+1)\,.\,i^2$

$=ai+(a+1)$

$z+i\bar{z}=a+(a+1)i+ai+a+1$

$=(2a+1)+(2a+1)i$

$\overline{z+i\bar{z}}=(2a+1)-(2a+1)i$

$\Rightarrow\left|\overline{z+i\bar{z}}\right|=\sqrt{(2a+1)^2+(-(2a+1))^2}$

$\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{2.(2a+1)^2}$

$\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{2}.|2a+1|$

$\Rightarrow 1=|2a+1|$

$1+2a+1 \quad -1=2a+1$

$a=0$ veya $a=-1$ bulunur.

Yanıt C

4. Şekilde verilenlere göre,

$z_1=5\,.\,\text{cis}\theta_1$ ve

$z_2=5\,.\,\text{cis}\theta_2$ olmalıdır.

$z_1=5(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)=5(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i)=3+4i$

$z_2=5(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)=5(-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i)=-3+4i$

$z_1\,.\,z_2=(3+4i)(-3+4i)$

$=-9+16i^2$

$=-25$ bulunur.

Yanıt E

5. $z=3\sqrt{3}-3i=(3\sqrt{3},-3)$ sayısı 4. bölgededir. z^6 yı bulmak için z nin kutupsal biçimi bulunmalıdır.

$|z|=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+(-3)^2}=\sqrt{27+9}=6$

$\text{tg}\theta=\frac{3}{3\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\theta=30°$ dir.

$\text{Arg}(z)=360°-30°=330°$ bulunur.

$z=6\text{cis}330°$ olur.

$z^6=6^6\,.\,\text{cis}(6\,.\,330°)$

$=6^6\,.\,\text{cis}(1980°)$

$=6^6.\text{cis}(180°)$ (1980° nin esas ölçüsü 180° dir.)

$=6^6(-1+i\,.\,0)$

$=-6^6=-(6^2)^3=-36^3$ olur.

Yanıt B

6. $\frac{1}{\underset{(4+3i)}{4-3i}}=\frac{4+3i}{16+9}=\frac{4}{25}+\frac{3}{25}i$ sayısının eşleniği $\frac{4}{25}-\frac{3}{25}i$ dir.

Bu sayının sanal kısmı $-\frac{3}{25}$ tir.

Yanıt C

7. $z=i+\sqrt{3}=(\sqrt{3},1)$ sayısının kutupsal biçimi;

$|z|=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

$\text{tg}\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\theta=30°=\frac{\pi}{6}$

$z=|z|(\cos\theta+i\sin\theta)\Rightarrow z=2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$ dır.

Yanıt D

8. $\frac{1+2i}{\underset{(1+2i)}{1-2i}}=\frac{(1+2i)^2}{1^2-(2i)^2}=\frac{1+4i+4i^2}{1-4i^2}=\frac{1+4i-4}{1-4.(-1)}$

$=\frac{-3+4i}{5}=\frac{-3}{5}+\frac{4}{5}i$ bulunur.

Yanıt C

9. $x_1=3-2i$ ve $x_2=3+2i$ ise 2. dereceden denklem

$x^2-(x_1+x_2).x+x_1\,.\,x_2=0$

$\Rightarrow x^2-(3-2i+3+2i)x+(3-2i)\,.\,(3+2i)=0$

$\Rightarrow x^2-(6)x+9-4i^2=0$

$\Rightarrow x^2-6x+9-4\,.\,(-1)=0$

$\Rightarrow x^2-6x+13=0$ bulunur.

Yanıt E

10. $\frac{2-i}{\underset{(2-i)}{2+i}}=\frac{(2-i)^2}{(2+i)(2-i)}$

$=\frac{4-4i+i^2}{4-i^2}$

$=\frac{4-4i-1}{4-(-1)}$

$=\frac{3-4i}{5}$

$=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$ olur.

Yanıt A

11. $\frac{1+i}{\underset{(1+i)}{1-i}}=\frac{(1+i)^2}{1^2-(i)^2}=\frac{1+2i+i^2}{1-(-1)}=\frac{1+2i-1}{2}=i$ bulunur.

Yanıt D

BÖLÜM 5

LOGARİTMA

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Logaritma	4	2	2			

		YILLAR																												
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Logaritma							1		1																					

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Logaritma	1	1	1	1	1	1	1	3	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Logaritma	1	1			1	2	2	4	2	1		1	1	2	2

LYS SORULARI

1. $\log_2 3x + \log_4 x^2 = 2$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2012-LYS1)

2. $2^x = \frac{1}{5}$

$3^y = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, x.y çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ B) $\frac{\ln 15}{\ln 2}$ C) $\frac{\ln 5}{\ln 4}$

D) $\frac{\ln 25}{\ln 3}$ E) $\frac{\ln 5}{\ln 6}$

(2012-LYS1)

3. $2^{2x} - 2.2^x - 8 = 0$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) ln2

D) ln4 E) 2ln4

(2011-LYS1)

4. $\log_9(x^2 + 2x + 1) = t \quad (x > -1)$

olduğuna göre, x'in t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^t - 1$ B) 3^{t-1} C) $3 - 2^t$

D) 2.3^{t-1} E) $3^t - 2$

(2011-LYS1)

5. $\log_3 5 = a$

olduğuna göre, $\log_5 15$'in değeri kaçtır?

A) $\frac{a}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a+3}$

D) $\frac{a+3}{a}$ E) $\frac{4a}{3}$

(2010-LYS1)

6. $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 2

D) $\log_6 2$ E) $\log_6 3$

(2010-LYS1)

7. 1'den farklı a, b, c pozitif gerçel sayıları için

$\log_a b = \frac{1}{2}$, $\log_a c = 3$

olduğuna göre, $\log_b\left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$

D) –6 E) –5

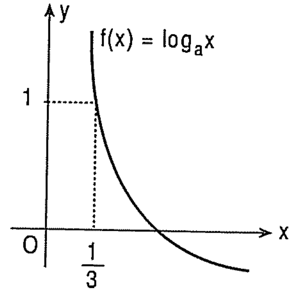
(2010-LYS1)

8. $0 \le \log_2 (x-5) \le 2$ **eşitsizliklerini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1.


Yukarıda $\log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right)$ değeri kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

(2009-ÖSS Mat 2)

2. $\log_4 9 + \log_2(a - 3) < 4$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane a tam sayısı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(2008-ÖSS Mat 2)

3. $\log_2(\log_3(5x + 6)) = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 15 E) 18

(2007-ÖSS Mat 2)

4. $f:(\frac{-1}{3}, \infty) \to R$ fonksiyonu $f(x) = \log_3(3x + 1)$ ile tanımlanıyor.

Buna göre, ters fonksiyonu belirten $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 3^x$ B) $f^{-1}(x) = 3^x + 1$

C) $f^{-1}(x) = \log(3x + 1)$ D) $f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$

E) $f^{-1}(x) = \frac{x^3 + 1}{3}$

(2006-ÖSS Mat 2)

5. $a^5 = b$ olduğuna göre, **$\log_b a^3$ kaçtır?**

A) 2 B) 8 C) 15 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

(1989-ÖSS)

6. $\log x + 2\log\frac{1}{x} = \log 8 - 2\log x$ **denkleminin çözümü nedir?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(1988-ÖSS)

7. $\log(a + b) = \log a + \log b$ olduğuna göre, **b nin a türünden değeri nedir?**

A) $\frac{a}{a+1}$ B) $\frac{a+1}{a}$ C) $\frac{a}{a-1}$

D) $\frac{a-1}{a}$ E) $\frac{a+1}{a-1}$

(1987-ÖSS)

ÖYS SORULARI

1. $\frac{3}{\log_4 24} + \frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24} + \frac{12}{\log_{\sqrt[4]{3}} 24}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 12

(1998-ÖYS)

2. $\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2))) = 1$ olduğuna göre, **x kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(1997-ÖYS)

3. $\log_{10} 2 = a$

$\log_{10} 3 = b$

olduğuna göre, **$\log_{10} 72$ nin a ve b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2b – 3a B) 3a – b C) 3a – 2b

D) 3a + 2b E) 2a + 3b

(1996-ÖYS)

4. $\frac{4\log_3 x}{\log_3 9} = \log_3\frac{27}{x}$ **denklemini sağlayan x değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

(1995-ÖYS)

5. $\log_3(9 \cdot 3^{x+3}) = 3x + 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {-1,1} B) {0,2} C) {0}

D) {1} E) {2}

(1994-ÖYS)

6. $f(x) = \log_2 x$

$(gof)(x) = x + 2$ olduğuna göre, **g(x) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2^x B) $2^x - 1$ C) $2^x + 1$

D) $2^x + 2$ E) $2^x - 2$

(1994-ÖYS)

7. $\log_a 9 = 4$ ve $\log_3 a = b$ olduğuna göre, **a.b çarpımı kaçtır?**

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(1993-ÖYS)

8. $\log_5 3 + \log_5 a = 1$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

(1992-ÖYS)

9. $\log_3 5 = a$ olduğuna göre, **$\log_9 25$ in değeri kaçtır?**

A) a B) 2a C) a^2 D) $\frac{a}{2}$ E) $\sqrt{a}$

(1991-ÖYS)

10. $\log_7(2x - 7) - \log_7(x - 2) = 0$ olduğuna göre, **$\log_5 x$ değeri kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1990-ÖYS)

11. $\log x + \log(3x + 2) = 0$ **denklemini sağlayan değer nedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

(1989-ÖYS)

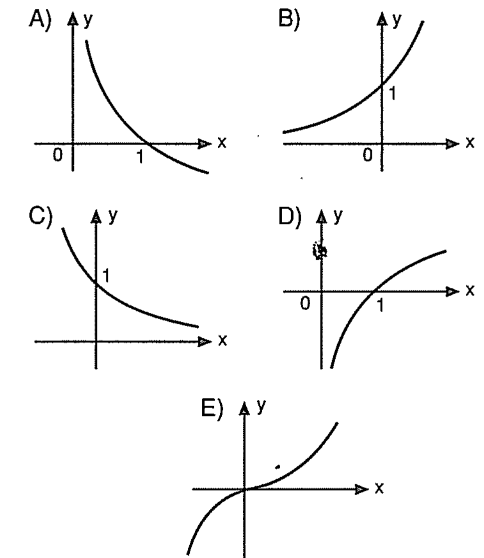
12. $\log 2 = 0{,}301$, $\log 3 = 0{,}477$ olduğunda **log360 ın değeri kaç olur?**

A) 2,731 B) 2,556 C) 2,043

D) 1,987 E) 1,865

(1989-ÖYS)

13. **$y = \log_{\frac{1}{3}} x$ in grafiği hangisi olabilir?**



(1988-ÖYS)

14. lna = p olarak verildiğine göre, **$loga^2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) ploge B) 2ploge C) plog2e

D) $p\log\frac{e}{2}$ E) $\frac{p}{2}\log e$

(1988-ÖYS)

15. $\ln(xy) = 2a$, $\ln(\frac{x}{y}) = 2b$ olduğuna göre, **x in pozitif değeri nedir?**

A) e^{a+b} B) e^{b-a} C) e^{a-b}

D) $e^{-(a+b)}$ E) e^{ab}

(1987-ÖYS)

16. log1656 = a, log2 = b, log3 = c olduğuna göre, **log23 in değeri nedir?**

A) a – b – c B) a – 2b – c C) a – b – 3c

D) a – 3b – 2c E) a – 2b – 3c

(1986-ÖYS)

17. $\log_3 5 = a$ olduğuna göre, **$\log_5 15$ in değeri nedir?**

A) $\frac{a+1}{a}$ B) $\frac{a}{a+1}$ C) $\frac{a-1}{a}$

D) $\frac{a}{a-1}$ E) $\frac{1}{a-1}$

(1985-ÖYS)

18. $\log_2(\log_{10}x) = 3$ **eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 10^2 B) 10^3 C) 10^6 D) 10^8 E) 10^9

(1984-ÖYS)

19. $\log_a c = x$
$\log_b c = y$
olduğuna göre, **x in a, b, y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\log_{ab}y$ B) $\frac{\log_b a}{y}$ C) $\frac{\log_a b}{y}$

D) $y\log_b a$ E) $y\log_a b$

(1983-ÖYS)

20. $\sqrt{(\log 2)^2 + (\log \frac{1}{2})^2}$ **ifadesinin değeri nedir?**

A) 0 B) $\log\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}\log 2$

D) $\log(\frac{1}{2})$ E) $\sqrt{2}\log(\frac{1}{2})$

(1982-ÖYS)

21. $y = \log_7(\frac{1}{x})$ ve $x = 7^5$ ise, **y nin değeri nedir?**

A) 7 B) 5 C) $\frac{1}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) –5

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. a, b, c, 1 den farklı üç gerçel (reel) sayıdır. Elde yalnız a tabanına göre düzenlenmiş bir logaritma tablosu olduğuna göre

$\log_b c$

aşağıdaki ifadelerden hangisi ile hesaplanır?

A) $\log_a(c-b)$ B) $\log_a c - \log_a b$

C) $\frac{\log_a c}{\log_a b}$ D) $\frac{\log_a b}{\log_a c}$

E) $\log_a b \cdot \log_a c$

(1980-ÜSS)

2. $\log_2 a = \log_{\frac{1}{2}} b$ olduğuna göre, **$\log_{10}(ab)$ nin değeri nedir?**

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 5

(1980-ÜSS)

3. $\log_3(\log_2 32) = \log_9 x$ olduğuna göre, **x in değeri nedir?**

A) 81 B) 27 C) 25 D) 16 E) 9

(1979-ÜSS)

4. $x\log_2 3 - (\sqrt{x}+1)\log_4 3 = 0$ **denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 3 E) 4

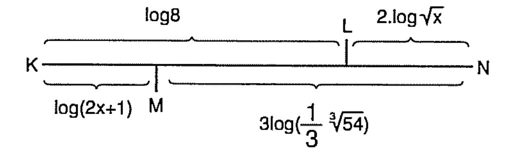
(1979-ÜSS)

5. $3^n = a$ ve $\log_a 81^2 = n^2$ **olabilmesi için n nin değeri ne olmalıdır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

(1978-ÜSS)

6.



Şekilde; |KL|=log 8, $|LN| = 2 \cdot \log\sqrt{x}$, $|KM| = \log(2x+1)$, $|MN| = 3\log(\frac{1}{3}\sqrt[3]{54})$ olduğuna göre, **x in değeri nedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 2 E) 5

(1977-ÜSS)

7. $p(f(x)) = xf(x+1)$ ise, **$p(p(\ln x))$ aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**

A) $\ln(x+1) \cdot \ln(x+2)$ B) $x\ln(x+2)$

C) $(x+1) \cdot \ln(x+2)$ D) $x \cdot \ln(x+2)^{x+1}$

E) $(x+2) \cdot \ln(x+1)^x$

(1975-ÜSS)

8. $\log_{10}(x+1) - \log_{10}x = 3$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\{\frac{1}{9}\}$ B) $\{\frac{1}{99}\}$ C) $\{\frac{1}{999}\}$

D) $\{\frac{1}{2}\}$ E) $\{\frac{1}{3}\}$

(1974-ÜSS)

9. $\log(\frac{3}{2} - \sin x) = 0$ ise, **x in en küçük radyan ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) π B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

(1973-ÜSS)

10. log(tanx)=0 ise, **x in en küçük radyan ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) π B) 2π C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{4}$

(1973-ÜSS)

11. $\log_a x = m$, $\log_b x = n$ ise, **aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?**

A) $x = \frac{m}{n}$ B) $m^a = n^b$ C) $m = n$

D) $a^m = b^n$ E) $x = \frac{ma}{nb}$

(1973-ÜSS)

12. $a^{\log_a b}$ **nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\log_a b$ B) $\log_b a$ C) a^b D) b E) 1

(1973-ÜSS)

13. $x \in R$, $0 \leq \log x$ **olması için x aşağıdaki değerlerden hangisini almalıdır?**

A) $1 < x < 2$ B) $1 \leq x < 10$ C) $1 \leq x$

D) $1 < x$ E) $x \leq 1$

(1972-ÜSS)

14. loga=1,28 olduğuna göre, $\sqrt[16]{a^{25}}$ **nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 64 B) 96 C) 100 D) 256 E) 1000

(1972-ÜSS)

15. $\log_e e^{\sqrt{2}}$ **nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}\log e$ B) 2 C) $\sqrt{2}$

D) $\sqrt{2}.e$ E) $e^{\sqrt{2}}$

(1971-ÜSS)

16. logx + log2 = 1 **eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(1967-ÜSS)

17. log 20–log(x–1)=1 **denklemine uyan x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) –2 E) –3

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E	2.D	3.A	4.A	5.B	6.B
7.E	8.C				

ÖSS

1.B	2.C	3.D	4.D	5.D	6.D
7.C					

ÖYS

1.B	2.E	3.D	4.C	5.E	6.D
7.D	8.D	9.A	10.B	11.B	12.B
13.A	14.B	15.A	16.D	17.A	18.D
19.E	20.C	21.E			

ÜSS

1.C	2.A	3.C	4.C	5.B	6.A
7.D	8.C	9.E	10.C	11.D	12.D
13.C	14.C	15.C	16.D	17.A	

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\log_2 3x + \log_4 x^2 = 2$

$\Downarrow$

$\log_{2^2} x^2 = \frac{2}{2}.\log_2 x = \log_2 x$ tir.

O hâlde,

$\log_2 3x + \log_2 x = 2$

$\Rightarrow \log_2(3x.x) = 2$

$\Rightarrow 3x^2 = 2^2$

$\Rightarrow x^2 = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ veya $x = \frac{-2}{\sqrt{3}}$ (olamaz)

$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ bulunur.

Yanıt E

2. $2^x = \frac{1}{5}$ ise, $x = \log_2\left(\frac{1}{5}\right)$ ve

$3^y = \frac{1}{4}$ ise, $y = \log_3\left(\frac{1}{4}\right)$ tür.

$x.y = \log_2\left(\frac{1}{5}\right).\log_3\left(\frac{1}{4}\right)$

$= \log_2 5^{-1}.\log_3 2^{-2}$

$= (-1).(-2).\log_2 5.\log_3 2$

$= 2.\log_3 5$

$= 2.\frac{\ln 5}{\ln 3}$

$= \frac{\ln 5^2}{\ln 3}$

$= \frac{\ln 25}{\ln 3}$ bulunur.

Yanıt D

3. $2^{2x} - 2.2^x - 8 = 0$ denkleminde

$2^x = t$ olsun.

$t^2 - 2.t - 8 = 0$

/ \

–4 2

$(t - 4).(t + 2) = 0$

$t = 4$ veya $t = -2$ dir.

$2^x = 4$ $2^x = -2$

$x = 2$ dir. $\varnothing$

Yanıt A

4. $\log_9(x^2 + 2x + 1) = t$

$\Rightarrow \log_{3^2}(x + 1)^2 = t$

$\Rightarrow \frac{2}{2}.\log_3(x + 1) = t$

$\Rightarrow \log_3(x + 1) = t$

$\Rightarrow x + 1 = 3^t$

$\Rightarrow x = 3^t - 1$ bulunur.

Yanıt A

5. $\log_3 5 = a$ ise $\log_5 3 = \frac{1}{a}$ dır.

$\log_5 15 = \log_5(3.5) = \log_5 3 + \log_5 5$

$= \frac{1}{a} + 1$

$= \frac{a+1}{a}$ bulunur.

Yanıt B

6. $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} = \log_6 2 + \log_6 3$

$= \log_6(2.3)$

$= \log_6 6$

$= 1$ olur.

Yanıt B

7. $\log_a b = \frac{1}{2}$ ise $\log_b a = 2$ dir.

$\frac{\log_a b}{\log_a c} = \frac{\frac{1}{2}}{3} \Rightarrow \log_c b = \frac{1}{6} \Rightarrow \log_b c = 6$ dır.

$\log_b\left(\frac{b^2}{c\sqrt{a}}\right) = \log_b b^2 - \log_b c\sqrt{a}$

$= 2\log_b b - (\log_b c\sqrt{a})$

$= 2 . 1 - (6 + \log_b a^{1/2})$

$= 2 - (6 + \frac{1}{2} . \log_b a)$

$= 2 - (6 + \frac{1}{2} . 2)$

$= 2 - (6 + 1)$

$= 2 - 7$

$= -5$ olur.

Yanıt E

8. $0 \le \log_2 (x-5) \le 2$

$\log_2 1 \le \log_2(x-5) \le \log_2 2^2$

$1 \le x-5 \le 4$

$6 \le x \le 9$ ve $x-5>0$

$x>5$ tir.

$x \in \{6, 7, 8, 9\}$ olmak üzere 4 tane x tam sayısı vardır.

Yanıt C

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $(\frac{1}{3}, 1)$ noktası $f(x)=\log_a x$ fonksiyonunda yazılırsa

$1=\log_a \frac{1}{3} \Rightarrow a=\frac{1}{3}$ bulunur.

$f(x)=\log_{\frac{1}{3}} x \Rightarrow f(\frac{1}{27})=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{27}=\log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{3})^3=3$ olur.

$\Rightarrow f(3)=\log_{\frac{1}{3}}3=\log_{3^{-1}}3=-1.\log_3 3$

$=-1$ bulunur.

Yanıt B

2. $\log_4 9+\log_2(a-3)<4$

$\Rightarrow \log_{2^2}3^2+\log_2(a-3)<4$

$\Rightarrow \frac{2}{2}.\log_2 3+\log_2(a-3)<4$

$\Rightarrow \log_2 3+\log_2(a-3)<4$

$\Rightarrow \log_2[3.(a-3)]<4$

$\Rightarrow 3.(a-3)<2^4$

$3a-9<16$

$3a<25$

$a<\frac{25}{3}$ olur.

Ayrıca,

$a-3>0$

$a>3$ bulunur.

$a>3$ ve $a<\frac{25}{3}$ ise $3<a<\frac{25}{3}$ aralığındaki tam sayılar 4, 5, 6, 7, 8 olmak üzere 5 tanedir.

Yanıt C

3. $\log_2(\log_3(5x+6))=2$

$\Rightarrow \log_3(5x+6)=2^2$

$\Rightarrow \log_3(5x+6)=4$

$\Rightarrow 5x+6=3^4$

$\Rightarrow 5x+6=81$

$\Rightarrow 5x=75$

$\Rightarrow x=15$ olur.

Yanıt D

4. $f(x)=y=\log_3(3x+1)$ ise

$\Rightarrow x=\log_3(3y+1)$

$\Rightarrow 3^x=3y+1$

$\Rightarrow 3^x-1=3y$

$\Rightarrow \frac{3^x-1}{3}=y$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{3^x-1}{3}$ olur.

Yanıt D

5. $a^5=b$ ise

$\log_b a^3=\log_{a^5}a^3=\frac{3}{5}\log_a a=\frac{3}{5}.1=\frac{3}{5}$

Yanıt D

6. $\log x+2\log(\frac{1}{x})=\log 8-2\log x$

$\Rightarrow \log x+\log(\frac{1}{x})^2=\log 8-\log x^2$

$\Rightarrow \log(x.\frac{1}{x^2})=\log(\frac{8}{x^2})$

$\Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{8}{x^2} \Rightarrow x=8$ olur.

Yanıt D

7. $\log(a+b)=\log a+\log b$ ise

$\Rightarrow \log(a+b)=\log(a.b)$ ve $a+b=a.b$ dir.

$a+b=ab \Rightarrow a=a.b-b$

$\Rightarrow a=b(a-1)$

$\Rightarrow b=\frac{a}{a-1}$ bulunur.

Yanıt C

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{3}{\log_4 24}+\frac{6}{\log_{\sqrt{2}} 24}+\frac{12}{\log_{\sqrt[4]{3}} 24}$

$=3.\log_{24}4+6.\log_{24}\sqrt{2}+12.\log_{24}\sqrt[4]{3}$

$=\log_{24}(4^3)+\log_{24}(\sqrt{2})^6+\log_{24}(\sqrt[4]{3})^{12}$

$=\log_{24}(4^3.(\sqrt{2})^6.(\sqrt[4]{3})^{12})$

$=\log_{24}(2^6.2^3.3^3)$

$=\log_{24}(24^3)=3\log_{24}24$

$=3$ olur.

Yanıt B

2. $\log_2(2\log_3(3\log_4(x+2)))=1$

$\Rightarrow 2\log_3(3\log_4(x+2))=2^1$

$\Rightarrow \log_3(3\log_4(x+2))=1$

$\Rightarrow 3.\log_4(x+2)=3^1$

$\Rightarrow \log_4(x+2)=1$

$\Rightarrow x+2=4^1 \Rightarrow x=2$ olur.

Yanıt E

3. $\log_{10}2=a$, $\log_{10}3=b$ ise

$\log_{10}72=\log_{10}8.9=\log_{10}2^3.3^2$

$=\log_{10}2^3+\log_{10}3^2=3\log_{10}2+2.\log_{10}3$

$=3a+2b$ bulunur.

Yanıt D

4. $\frac{4\log_3 x}{\log_3 9}=\log_3(\frac{27}{x})$

$\Rightarrow \frac{4.\log_3 x}{\log_3 3^2}=\frac{4.\log_3 x}{2.\log_3 3}=2\log_3 x=\log_3 x^2$ dir.

$\log_3 x^2=\log_3(\frac{27}{x})$ ise

$x^2=\frac{27}{x}\Rightarrow x^3=27\Rightarrow x=3$ tür.

Yanıt C

5. $\log_3(9.3^{x+3})=3x+1$

$\Rightarrow \log_3(3^2.3^{x+3})=3x+1$

$\Rightarrow \log_3(3^{x+5})=3x+1$

$\Rightarrow (x+5).\log_3 3=3x+1$

$\Rightarrow x+5=3x+1$

$\Rightarrow x=2$ bulunur.

O hâlde, Ç.K. = {2} dir.

Yanıt E

6. $f(x)=\log_2 x$ ve $(g \circ f)(x)=x+2$ ise

$g(f(x))=x+2$

$g(\log_2 x)=x+2$

$\log_2 x$ ifadesinin tersi 2^x olduğu için

$g(x)=2^x+2$ olur.

Yanıt D

7. $\log_a 9=4$ ise $a^4=9\Rightarrow a=\sqrt[4]{9}=\sqrt{3}$ olur.

$b=\log_3 a=\log_3\sqrt{3}=\log_3 3^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_3 3=\frac{1}{2}$

ve $a.b=\sqrt{3}.\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur.

Yanıt D

8. $\log_5 3+\log_5 a=1$ ise

$\Rightarrow \log_5(3.a)=\log_5 5$

$\Rightarrow 3a=5$ ve $a=\frac{5}{3}$ bulunur.

Yanıt D

9. $\log_3 5=a$ ise

$\log_9 25=\log_{(3^2)}(5^2)=\frac{2}{2}.\log_3 5=a$ olur.

Yanıt A

10. $\log_7(2x-7)-\log_7(x-2)=0$

$\Rightarrow \log_7\left(\frac{2x-7}{x-2}\right)=\log_7 1$

$\Rightarrow \frac{2x-7}{x-2}=1 \Rightarrow 2x-7=x-2 \Rightarrow \quad x=5$

$\Rightarrow \log_5 x=\log_5 5=1$ olur.

Yanıt B

11. $\log x+\log(3x+2)=0$ ise

$\Rightarrow \log(x)(3x+2)=\log 1$

$\Rightarrow x(3x+2)=1$

$\Rightarrow 3x^2+2x-1=0$

$3x \quad -1$

$x \quad 1$

$\Rightarrow (3x-1)(x+1)=0$

$x=\frac{1}{3}$ veya $x=-1$

$x=-1$ olamaz, çünkü $\log(-1)$ tanımsızdır.

Yanıt B

12. $\log 2=0{,}301$ ve $\log 3=0{,}477$ ise

$\log 360=\log(4\,.\,9\,.\,10)=\log 4+\log 9+\log 10$

$=\log 2^2+\log 3^2+1=2\log 2+2\log 3+1$

$=2\,.\,(0{,}301)+2\,.\,(0{,}477)+1$

$=2{,}556$ bulunur.

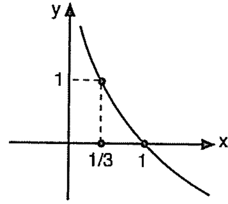
Yanıt B

13. $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ in grafiği (A) seçeneğidir.

$x=\frac{1}{3}$ için $y=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{3}=1 \Rightarrow \left(\frac{1}{3},1\right)$

$x=1$ için $y=\log_{\frac{1}{3}}1=0 \Rightarrow (1,\ 0)$

ve $x>0$ şartlarını sağlayan grafik



şeklindedir.

Yanıt A

14. $\ln a=p$ ise $\log_e a=p \Rightarrow a=e^p$ dir.

$\log a^2=2\log a=2\,.\,\log e^p=2p\log e$ bulunur.

Yanıt B

15. $\ln(xy)=2a$ ise $\ln x+\ln y=2a$

$\ln(x/y)=2b$ ise $\underline{\ln x-\ln y=2b}$ (+)

$2\ln x=2a+2b$

$\ln x=a+b$ olur.

$\ln x=\log_e x=a+b$ ise $x=e^{a+b}$ dir.

Yanıt A

16.

1656	2
828	2
414	2
207	3
69	3
23	23
1	

$\log 1656=a$

$\log(2^3\,.\,3^2\,.\,23)=a$

$\log 2^3+\log 3^2+\log 23=a$

$3\log 2+2\log 3+\log 23=a$

$3b+2c+\log 23=a$

$\log 23=a-3b-2c$ bulunur.

Yanıt D

17. $\log_3 5=a$ ise

$\log_5 15=\log_5(5\,.\,3)=\log_5 5+\log_5 3$

$=1+\frac{1}{\log_3 5}=1+\frac{1}{a}=\frac{a+1}{a}$ olur.

Yanıt A

18. $\log_2(\log_{10}x)=3$ ise $\log_{10}x=2^3=8$ olur.

$\Rightarrow \log_{10}x=8$ ise $x=10^8$ bulunur.

Yanıt D

19. $\log_a c=x$ ise $\log_c a=\frac{1}{x}$

$\log_b c=y$ ise $\log_c b=\frac{1}{y}$

$\frac{1/y}{1/x}=\frac{\log_c b}{\log_c a} \Rightarrow \frac{1}{y}\cdot\frac{x}{1}=\frac{\log b}{\log a}$

$\Rightarrow \frac{x}{y}=\log_a b \Rightarrow x=y.\log_a b$ bulunur.

Yanıt E

20.

$\sqrt{(\log 2)^2+(\log\frac{1}{2})^2}=\sqrt{(\log 2)^2+(\log 2^{-1})^2}$

$=\sqrt{(\log 2)^2+(-\log 2)^2}=\sqrt{(\log 2)^2+(\log 2)^2}$

$=\sqrt{2(\log 2)^2}=\sqrt{2}.\sqrt{(\log 2)^2}$

$=\sqrt{2}.\log 2$ bulunur.

Yanıt C

21. $x=7^5$ ise

$y=\log_7\frac{1}{x}=\log_7 x^{-1}=\log_7(7^5)^{-1}$

$=\log_7 7^{-5}=-5.\log_7 7=-5.1=-5$ bulunur.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Taban değiştirme kuralına göre

$\log_b c=\frac{\log c}{\log b}=\frac{\log_a c}{\log_a b}$ olur.

Yanıt C

2. $\log_2 a=\log_{\frac{1}{2}} b=\log_{2^{-1}} b=-\log_2 b=\log_2 b^{-1}$

olur ve $\log_2 a=\log_2 b^{-1} \Rightarrow a=b^{-1}$

$\Rightarrow a=\frac{1}{b} \Rightarrow a.b=1$ bulunur.

$\log_{10}(ab)=\log_{10}1=0$ olur.

Yanıt A

3. $\log_3(\log_2 32)=\log_9 x$

$\Rightarrow \log_3(\log_2 2^5)=\log_{3^2} x$

$\Rightarrow \log_3(5.\log_2 2)=\frac{1}{2}\log_3 x$

$\Rightarrow \log_3 5=\log_3 x^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow 5=x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x=25$ olur.

Yanıt C

4. $x.\log_2 3-(\sqrt{x}+1).\log_4 3=0$

$\Rightarrow x.\log_2 3=(\sqrt{x}+1).\log_{(2^2)}3$

$\Rightarrow x.\log_2 3=\frac{\sqrt{x}+1}{2}.\log_2 3$

$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{x}+1}{2} \Rightarrow 2x=\sqrt{x}+1$

$\Rightarrow (2x-1)^2=(\sqrt{x})^2$

$\Rightarrow 4x^2-4x+1=x$

$\Rightarrow 4x^2-5x+1=0 \Rightarrow (4x-1)(x-1)=0$

$4x \quad -1$

$x \quad -1$

$x=\frac{1}{4}$ veya $x=1$

$x=\frac{1}{4}$ denklemi sağlamadığı için denklemin kökü 1 dir.

Yanıt C

$\log_a 81^2 = \log_{(3^n)} (81)^2 = \log_{(3^n)} (3^4)^2$

$\Rightarrow \log_{(3^n)} (3^8) = \frac{8}{n}.\log_3 3 = \frac{8}{n}$

ve $\frac{8}{n} = n^2 \Rightarrow 8 = n^3 \Rightarrow n = 2$ bulunur.

Yanıt B

6. $|KL| + |LN| = |KM| + |MN|$

$\Rightarrow \log 8 + 2\log\sqrt{x} = \log(2x+1) + 3\log(\frac{1}{3}.\sqrt[3]{54})$

$\Rightarrow \log 8 + \log(\sqrt{x})^2 = \log(2x+1) + \log(\frac{1}{3}.\sqrt[3]{54})^3$

$\Rightarrow \log(8.(\sqrt{x})^2) = \log(2x+1).(\frac{1}{3}.\sqrt[3]{54})^3$

$\Rightarrow 8.(\sqrt{x})^2 = (2x+1).\frac{1}{27}.54$

$\Rightarrow 8x = (2x+1).2$

$\Rightarrow 8x = 4x+2$

$\Rightarrow 4x = 2$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt A

7. $p(f(x)) = x \,.\, f(x+1)$ ise

$p(p(\ln x)) = p(x \,.\, \ln(x+1))$

$= x \,.\, (x+1) \,.\, \ln(x+1+1)$

$= x \,.\, (x+1) \,.\, \ln(x+2)$

$= x \,.\, \ln(x+2)^{(x+1)}$ bulunur.

Yanıt D

8. $\log_{10}(x+1) - \log_{10}x = 3$

$\Rightarrow \log_{10}(\frac{x+1}{x}) = 3$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x} = 10^3$

$\Rightarrow x+1 = 1000x$

$\Rightarrow 1 = 999x$

$\Rightarrow x = \frac{1}{999}$ bulunur.

O hâlde, Ç.K.$=\{\frac{1}{999}\}$ dur.

Yanıt C

$\Rightarrow \log(\frac{3}{2} - \sin x) = \log 1$

$\Rightarrow \frac{3}{2} - \sin x = 1$

$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$ olur.

Yanıt E

10. $\log(\tan x) = 0$

$\Rightarrow \log(\tan x) = \log 1$

$\Rightarrow \tan x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ bulunur.

Yanıt C

11. $\log_a x = m$ ise $x = a^m$ dir.

$\log_b x = n$ ise $x = b^n$ dir.

$a^m = b^n$ olur.

Yanıt D

12. $a^{\log_a b} = x$ olsun

$\Rightarrow \log(a^{\log_a b}) = \log x$

$\Rightarrow \log_a b.\log a = \log x$

$\Rightarrow \frac{\log b}{\log a}.\log a = \log x$

$\Rightarrow \log b = \log x \Rightarrow x = b$ dir.

Yanıt D

13. $x \in R,\ 0 \le \log x$ ise

$0 \le \log_{10}x \Rightarrow 10^0 \le x \Rightarrow 1 \le x$ bulunur.

Yanıt C

$\log x = \log \sqrt[16]{a^{25}} = \log a^{\frac{25}{16}} = \frac{25}{16}\log a$

$= \frac{25}{16}.1{,}28 = 2$ dir.

$\log x = 2$ ise $\log_{10} x = 2 \Rightarrow x = 10^2$

$\Rightarrow x = 100$ olur.

Yanıt C

15. $\log_e e^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.\log_e e = \sqrt{2}.1 = \sqrt{2}$ dir.

Yanıt C

16. $\log x + \log 2 = 1$ ise

$\log(x \,.\, 2) = 1 = \log 10$

$x \,.\, 2 = 10 \Rightarrow x = 5$ olur.

Yanıt D

17. $\log 20 - \log(x-1) = 1$

$\Rightarrow \log(\frac{20}{x-1}) = 1 = \log 10$

$\Rightarrow \frac{20}{x-1} = 10 \Rightarrow 10x - 10 = 20$

$\Rightarrow x = 3$ bulunur.

Yanıt A

BÖLÜM 6

TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLLERİ

		YILLAR				
		2010	2011	2012		
LYS	Toplam ve Çarpım Sembolleri	1	2	1		

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Toplam ve Çarpım Sembolleri																														

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Toplam ve Çarpım Sembolleri	1	1	1			2			1	1				1		1				1	1	

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Toplam ve Çarpım Sembolleri						1	1		1	1			1	3	

LYS SORULARI

1. $$\sum_{n=4}^{9}\left(\prod_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 45 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

(2012-LYS1)

2. $$\prod_{n=1}^{7}(3n+2)$$

sayısı 10^m ile tam bölünebildiğine göre, m'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2011-LYS1)

3. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde f fonksiyonu

$$f(z)=\sum_{k=0}^{101} z^k$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, f(i) değeri nedir?

A) $1+i$ B) $1-i$ C) i D) $-i$ E) 1

(2011-LYS1)

4. $$\sum_{n=0}^{100} 3^n$$

toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. n pozitif tam sayı olduğuna göre,

$$n! + \sum_{k=0}^{8}(n+k)!.(n+k)$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) (n+7)! B) (n+8)! C) (n+9)! D) (2n+8)! E) (2n+10)!

(2008-ÖSS Mat 2)

2. **$n \geq 1$ için**

$$a_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}$$

olduğuna göre, a_{99} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{50}{49}$ B) $\frac{49}{50}$ C) $\frac{98}{99}$ D) $\frac{100}{99}$ E) $\frac{99}{100}$

(2007-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. **102 ile 353 arasında bulunan ve 5 ile kalansız bölünebilen sayıların toplamı kaçtır?**

A) 9875 B) 10100 C) 10350 D) 11250 E) 11375

(1996-ÖYS)

2. $\sum_{n=1}^{10}\prod_{m=2}^{8}(mn-3n)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –729 B) –363 C) 0 D) 363 E) 726

(1994-ÖYS)

3. $\sum_{k=1}^{4}\sum_{s=1}^{2}(4s-2k+1)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –12 B) –8 C) 0 D) 16 E) 24

(1990-ÖYS)

4. $\sum_{n=1}^{20}(2+na)=70$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

(1989-ÖYS)

5. $\sum_{n=1}^{4}\left[\sum_{m=2}^{3}(m^2n-6n)\right]$ **toplamının sayısal değeri kaçtır?**

A) 30 B) 20 C) 10 D) –10 E) –20

(1986-ÖYS)

6. 1 den n ye kadar olan n tane doğal sayının kareleri toplamı $T=1^2+2^2+\ldots+n^2$ dir.

Bu n tane sayıdan her biri 1 kadar artırıldığında T ne kadar artar?

A) $n(n+2)$ B) $n(n-1)$ C) $n(n+1)$ D) n^2 E) n

(1986-ÖYS)

7. $f(x)=3x+1$, $x_1=1$, $x_2=4$ olduğuna göre,

$\sum_{i=1}^{2}(x_i-3)f(x_i)$ **toplamı kaçtır?**

A) –1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 5

(1983-ÖYS)

8. f ve g, N → N aşağıdaki biçimde tanımlı iki fonksiyondur.

$f:x\to\sum_{n=1}^{x}n \quad g:x\to\sum_{n=1}^{x}n^2$

Buna göre, (fog)(2) nin değeri nedir?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

(1982-ÖYS)

9. $\sum_{i=1}^{n}(y_i+1)=n+1$ ve $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\alpha)y_i=0\ (\alpha\in R)$

olduğuna göre, $\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$ **nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\alpha}{2}$ B) α C) $n\alpha$ D) $\alpha-1$ E) $(n-1)\alpha$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $\sum_{p=1}^{n}p(p+1)=\frac{n(n^2+an+b)}{3}$ eşitliği bilindiğine göre **2a + b aşağıdakilerden hangisidir?**

(a, b sabit birer tamsayı ve $n\in N$)

A) 11 B) –3 C) –7 D) 5 E) 8

(1979-ÜSS)

2. $f(x)=2x-1$, $\sum_{n=1}^{10}n^2=385$, $\sum_{n=1}^{10}n=55$

olduğuna göre, $\sum_{n=1}^{10}[f(n)]^2$ **toplamının değeri nedir?**

A) 1163 B) 1245 C) 1330 D) 1526 E) 2012

(1979-ÜSS)

3. p ve n pozitif tamsayılardır.

$1.2+2.3+3.4+\ldots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

eşitliği bilindiğine göre;

$p(p+1)+(p+1).(p+2)+\ldots+2p(2p+1)$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2p(p+1)^2$ B) $\frac{1}{3}p(p+1)(6p+5)$

C) $\frac{1}{3}p(p+1)(5p+6)$ D) $\frac{1}{3}p(p+1)(7p-6)$

E) $\frac{1}{3}p(p+1)(7p+5)$

(1979-ÜSS)

4. $\sum_{n=1}^{20}(n+2)$ **toplamının değeri nedir?**

A) 250 B) 332 C) 420 D) 432 E) 440

(1978-ÜSS)

5. $\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=0}^{3}(3i-2j+1)$ **toplamının değeri nedir?**

A) –1 B) 5 C) 10 D) 11 E) 8

(1975-ÜSS)

6. **1 + 4 + 7 + 10 + ... + 130 toplamının kısa ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sum_{k=1}^{15}k^2$ B) $\sum_{k=0}^{30}(3k+1)$ C) $\sum_{k=1}^{10}k^3$

D) $\sum_{k=0}^{43}(3k+1)$ E) $\sum_{k=0}^{15}(3k-1)$

(1974-ÜSS)

7. $\sum_{n=1}^{17}3n=3+6+9+\ldots+51$ **toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 450 B) 454 C) 457 D) 458 E) 459

(1972-ÜSS)

8. $\sum_{k=1}^{20}2^k$ **toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2^{20}-2$ B) $2^{20}+2$

C) $10.(2^{20}+2)$ D) $2(2^{19}-1)$

E) $2(2^{20}-1)$

(1971-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.A 2.A 3.A 4.B

ÖSS

1.C 2.E

ÖYS

1.E 2.C 3.D 4.C 5.C 6.A
7.E 8.B 9.B

ÜSS

1.E 2.C 3.E 4.A 5.E 6.D
7.E 8.E

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\sum_{n=4}^{9}\left(\prod_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)$

$=\sum_{n=4}^{9}\left(\frac{2}{1}.\frac{3}{2}.\frac{4}{3}.\,...\,.\frac{n+1}{n}\right)$

$=\sum_{n=4}^{9}(n+1)$

$=\sum_{n=4-3}^{9-3}(n+3+1)$

$=\sum_{n=1}^{6}(n+4)=\sum_{n=1}^{6}n+\sum_{n=1}^{6}4$

$=\frac{6.7}{2}+6.4$

$=21+24$

$=45$ bulunur.

Yanıt A

2. $\prod_{n=1}^{7}(3n+2)=5.8.11.14.17.20.23$

$5.20 = 100 = 10^2$

m nin alabileceği en büyük tam sayı 2 dir.

Yanıt A

3. $f(z)=\sum_{k=0}^{101}z^k=z^0+z^1+z^2+z^3+\,...\,z^{101}$

$\Rightarrow f(i)=i^0+i^1+i^2+i^3+\,...\,+i^{101}$

$=\underbrace{1+i-1-i}_{0}+\,...\,+i^1$

$=1+i$ bulunur.

Yanıt A

4. $\sum_{n=0}^{100}3^n=3^0+3^1+3^2+\,...\,+3^{100}$

$=\frac{1-3^{101}}{1-3}=\frac{1-3}{1-3}=\frac{-2}{-2}=1$ olur.

$3^{101}\equiv\,?\pmod 5$

$3^1\equiv 3$

$3^2\equiv 4$

$3^3\equiv 2$

$3^4\equiv 1$

$\vdots$

$3^{100}\equiv 1$

$3^{101}\equiv 3$ olur.

Yanıt B

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Toplam sembolünün içindeki ifadeye (n+k)! ifadesini ekleyip çıkartalım;

$n!+\sum_{k=0}^{8}(n+k)!.(n+k)$

$=n!+\sum_{k=0}^{8}[(n+k)!.(n+k)+(n+k)!-(n+k)!]$

$=n!+\sum_{k=0}^{8}[(n+k)!.(n+k+1)-(n+k)!]$

$=n!+\sum_{k=0}^{8}[(n+k+1)!-(n+k)!]$

$=n!+\sum_{k=0}^{8}(n+k+1)!-\sum_{k=0}^{8}(n+k)!$

$=n!+(n+1)!+(n+2)!+\ldots+(n+9)!-n!-(n+1)!-(n+2)!-\ldots-(n+8)!$

$=(n+9)!$ elde edilir.

Yanıt C

2. $a_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}$ ise $a_{99}=\sum_{k=1}^{99}\frac{1}{k(k+1)}$ dir.

$a_{99}=\sum_{k=1}^{99}\frac{1}{k(k+1)}$

$=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\ldots+\frac{1}{99.100}$

$=\frac{99}{100}$ bulunur.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. 102 ile 353 arasındaki 5 ile bölünen sayılar; 105, 110, 115, ..., 350 dir. Bu sayıların toplamı 105 + 110 + 115 + ... + 350

$\sum_{k=21}^{70}5k=5.\sum_{k=21}^{70}k=5.\sum_{k=21-20}^{70-20}(k+20)$

$=5.\sum_{k=1}^{50}(k+20)=5\left(\sum_{k=1}^{50}k+\sum_{k=1}^{50}20\right)$

$=5.\left(\frac{50.51}{2}+50.20\right)$

$=11375$ bulunur.

veya

105 + 110 + 115 + ... + 350

$\Rightarrow 5(21+22+23+\,...\,+70)$

$\Rightarrow 5\left(\frac{70.71}{2}-\frac{20.21}{2}\right)=11375$ bulunur.

Yanıt E

2. $\sum_{n=1}^{10}\prod_{m=2}^{8}(mn-3n)$

$=\sum_{n=1}^{10}\left((2n-3n).\underbrace{(3n-3n)}_{0}.\,...\,.(8n-3n)\right)$

$=\sum_{n=1}^{10}0=10.0=0$ bulunur.

Yanıt C

3. $\sum_{k=1}^{4}\left(\sum_{s=1}^{2}(4s-2k+1)\right)$

$=\sum_{k=1}^{4}\left(4.\sum_{s=1}^{2}s+\sum_{s=1}^{2}(-2k+1)\right)$

$=\sum_{k=1}^{4}\left(4.(1+2)+2.(-2k+1)\right)$

$=\sum_{k=1}^{4}(-4k+14)$

$=-4\sum_{k=1}^{4}k+\sum_{k=1}^{4}14$

$=-4.\frac{4.5}{2}+4.14$

$=-40+56$

$=16$ olur.

Yanıt D

4. $\sum_{n=1}^{20}(2+na)=70$

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{20}2+a.\sum_{n=1}^{20}n=70$

$\Rightarrow 2.20+a.\frac{20.21}{2}=70$

$\Rightarrow 40+210a=70$

$\Rightarrow a=\frac{1}{7}$ bulunur.

Yanıt C

5. $\sum_{n=1}^{4}\left(\sum_{m=2}^{3}(m^2n-6n)\right)$

$=\sum_{n=1}^{4}\left(n.\sum_{m=2}^{3}m^2-6n\sum_{m=2}^{3}1\right)$

$=\sum_{n=1}^{4}\left(n.(2^2+3^2)-6n(1+1)\right)$

$=\sum_{n=1}^{4}(13n-12n)=\sum_{n=1}^{4}n=\frac{4.5}{2}=10$ olur.

Yanıt C

6. $T=\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$ ise

$\sum_{k=1}^{n}(k+1)^2=\sum_{k=1}^{n}(k^2+2k+1)$

$=\sum_{k=1}^{n}k^2+2.\sum_{k=1}^{n}k+\sum_{k=1}^{n}1$

$=T+2.\frac{n(n+1)}{2}+n.1$

$=T+n^2+n+n$

$=T+n(n+2)$ bulunur.

T sayısı, n(n + 2) kadar artar.

Yanıt A

7. $f(x)=3x+1,\ x_1=1,\ x_2=4$ ise

$\sum_{i=1}^{2}(x_i-3).f(x_i)=(x_1-3).f(x_1)+(x_2-3).f(x_2)$

$=(1-3).f(1)+(4-3).f(4)$

$=-2.(3.1+1)+1.(3.4+1)$

$=-8+13=5$ bulunur.

Yanıt E

8. $(fog)(2)=f(g(2))=f\left(\sum_{n=1}^{2}n^2\right)$

$=f(1^2+2^2)=f(5)=\sum_{n=1}^{5}n$

$=1+2+3+4+5=15$ bulunur.

Yanıt B

9. $\sum_{i=1}^{n}(y_i+1)=n+1$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}y_i+\sum_{i=1}^{n}1=n+1$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}y_i+n=n+1 \Rightarrow \underbrace{\sum_{i=1}^{n}y_i}_{1}=1$ dir.

$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\alpha).y_i=0$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}x_i.y_i-\sum_{i=1}^{n}\alpha.y_i=0$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}x_i.y_i-\alpha\underbrace{\sum_{i=1}^{n}y_i}_{1}=0$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n}x_i.y_i-\alpha=0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}x_i.y_i=\alpha$ olur.

Yanıt B

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\sum_{p=1}^{n}p.(p+1)=\frac{n(n^2+an+b)}{3}$ ise

$\sum_{p=1}^{n}p(p+1)=\sum_{p=1}^{n}(p^2+p)=\sum_{p=1}^{n}p^2+\sum_{p=1}^{n}p$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{\underset{(3)}{2}}$

$=\frac{n(n+1)(2n+1)+3n(n+1)}{6}$

$=\frac{n(n+1)(2n+1+3)}{6}$

$=\frac{n(n+1).2.(n+2)}{6}$

$=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

$=\frac{n(n^2+3n+2)}{3}=\frac{n(n^2+an+b)}{3}$

ise $n^2+3n+2=n^2+an+b$

ve $a=3,\ b=2$ dir.

$2a+b=2.3+2=8$ bulunur.

Yanıt E

2. $\sum_{n=1}^{10}(f(n))^2=\sum_{n=1}^{10}(2n-1)^2=\sum_{n=1}^{10}(4n^2-4n+1)$

$=4\sum_{n=1}^{10}n^2-4\sum_{n=1}^{10}n+\sum_{n=1}^{10}1$

$=4.385-4.55+10$

$=4.(385-55)+10$

$=1330$ elde edilir.

Yanıt C

3. $\sum_{k=1}^{n}k.(k+1)=1.2+2.3+...+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

ise,

$\sum_{k=p}^{2p}k.(k+1)=\sum_{k=1}^{2p}k(k+1)-\sum_{k=1}^{p-1}k(k+1)$ olur.

$=\frac{2p.(2p+1)(2p+2)}{3}-\frac{(p-1)(p).(p+1)}{3}$

$=\frac{2p.(2p+1).2(p+1)}{3}-\frac{(p-1)(p)(p+1)}{3}$

$=\frac{p(p+1)[8p+4-p+1]}{3}$

$=\frac{p.(p+1).(7p+5)}{3}$ bulunur.

Yanıt E

4. $\sum_{n=1}^{20}(n+2)=\sum_{n=1}^{20}n+\sum_{n=1}^{20}2=\frac{20.21}{2}+20.2$

$=250$ olur.

Yanıt A

5. $\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=0}^{3}(3i-2j+1)$

$=\sum_{j=1}^{4}((-2j+1)+(3-2j+1)+(6-2j+1)+(9-2j+1))$

$=\sum_{j=1}^{4}(-8j+22)$

$=-8\sum_{j=1}^{4}j+\sum_{j=1}^{4}22$

$=-8\frac{4.5}{2}+4.22$

$=8$ olur.

Yanıt E

6. $1+4+7+10+...+130$

$=1+(1+3)+(1+2.3)+(1+3.3)+...+(1+43.3)$

$=\sum_{k=0}^{43}(3k+1)$ bulunur.

Yanıt D

7. $\sum_{n=1}^{17}3n=3.\sum_{n=1}^{17}n=3.\frac{17.18}{2}=459$ olur.

Yanıt E

8. $\sum_{k=1}^{20}2^k=2^1+2^2+2^3+...+2^{20}$

$=-1+1+2^1+2^2+...+2^{20}$

$=-1+\frac{1-2^{21}}{1-2}$

$=-1-1+2^{21}$

$=2^{21}-2=2(2^{20}-1)$ olur.

Bilgi: $r^0+r^1+r^2+r^3+...+r^{n-1}=\frac{1-r^n}{1-r}$

Yanıt E

BÖLÜM 7

DİZİLER

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Diziler	1	1	1			

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Diziler																														

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Diziler	1	1		1		1	1	1	1	1	1	1	2	1		1		1				1

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Diziler			1	1	1		1		2	1		3	1		

LYS SORULARI

1. a_n dizisi

$$a_n = \begin{cases} 2^n + 1, & n \equiv 0 \pmod 2 \\ 2^n - 1, & n \equiv 1 \pmod 2 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\dfrac{a_9 - a_7}{a_8 - 4.a_6}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2^8 B) -2^7 C) -2^6 D) $1 - 2^5$ E) $1 - 2^4$

(2012-LYS1)

2. (a_k) dizisi

$a_1 = 40$

$a_{k+1} = a_k - k$ $(k = 1, 2, 3, ...)$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, a_8 terimi nedir?

A) 4 B) 7 C) 12 D) 15 E) 19

(2011-LYS1)

3. $\{a_n\}$ ve $\{b_n\}$ dizileri aşağıdaki biçimde tanımlanıyor.

$$a_n = \begin{cases} 0, & n \equiv 0 \pmod 3 \text{ ise} \\ n, & n \equiv 1 \pmod 3 \text{ ise} \\ -n, & n \equiv 2 \pmod 3 \text{ ise} \end{cases}$$

$$b_n = \sum_{k=0}^{n} a_k$$

Buna göre, b_4 kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 2 E) 3

(2010-LYS1)

ÖSS SORUSU

1. 2 ve 162 arasına uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Bu üç sayının toplamı kaçtır?

A) 78 B) 80 C) 82 D) 86 E) 90

(2009-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. Bir geometrik dizinin ilk üç terimi (a-3) , (2a-3) ve (4a+3) tür.

Buna göre bu dizinin 5. terimi kaçtır?

A) 45 B) 54 C) 63 D) 81 E) 243

(1998-ÖYS)

2. n =1, 2, 3, ... olmak üzere **ilk n teriminin toplamı $S_n = n^2 + 1$ olan bir dizinin 7. terimi kaçtır?**

A) 30 B) 24 C) 22 D) 16 E) 13

(1996-ÖYS)

3. Yaşları toplamı 48 olan 6 kardeşin yaşları aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük kardeş 3 yaşında olduğuna göre, en büyük kardeşin yaşı kaçtır?

A) 9 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

(1994-ÖYS)

4. Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının, ilk üç teriminin toplamına oranı $2\sqrt{2}$ dir.

Bu dizinin r ortak oranı kaçtır?

A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2} - 1$ D) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ E) $\sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1}$

(1993-ÖYS)

5. Genel terimi

$a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}$, $n \in N^+$

olan dizinin ilk 7 teriminin toplamı kaçtır?

A) $\frac{28}{45}$ B) $\frac{13}{18}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{8}$ E) 0

(1993-ÖYS)

6. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla $x-2$, $x+1$, $x+5$ olduğuna göre, **x kaçtır?**

A) −11 B) −10 C) 2 D) 10 E) 11

(1992-ÖYS)

7. Bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{3}{2}$, ikinci terimi 3 olduğuna göre, **altıncı terimi kaçtır?**

A) 28 B) 30 C) 32 D) 39 E) 48

(1991-ÖYS)

8. Bir aritmetik dizinin 8. terimi a olduğuna göre **2. ve 14. terimin toplamı nedir?**

A) 3a B) 2a C) a D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{3}$

(1990-ÖYS)

9. Bir dizinin genel terimi $a_n = \frac{8-n}{n} a_{n-1}$ dir.

$a_1=1$ olduğuna göre a_6 kaçtır?

A) $\frac{1}{5!}$ B) $\frac{6}{5!}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{5}{61}$ E) 1

(1989-ÖYS)

10. Dışbükey bir dörtgende açılar bir aritmetik dizinin ardışık dört terimidir.

En küçük açı 30° olduğuna göre, en büyüğü kaç derecedir?

A) 160 B) 155 C) 150 D) 145 E) 140

(1988-ÖYS)

11. $a_0 = 1$, $a_n = \frac{1}{n} a_{n-1}$ ve $n \in N$, $n \geq 1$ olduğuna göre **a_6 kaçtır?**

A) $\frac{1}{6!}$ B) $\frac{1}{5!}$ C) 5!6! D) 5! E) 6!

(1987-ÖYS)

12. **N^+ da tanımlı, genel terimi $a_n = 5^n(n!)$ olan bir dizide a_n, a_{n-1} in kaç katıdır?**

A) $5(n-1)$ B) $5n$ C) $\frac{2n+1}{5}$ D) $n-5$ E) $n+5$

(1984-ÖYS)

13. Bir geometrik dizinin ilk terimi a, ortak çarpanı 2, n inci terimi b dir.

Bu dizinin, ilk n terim toplamının a ve b ye bağlı olarak ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $b-2a$ B) $b+a-1$ C) $b-a+1$ D) $b-a$ E) $2b-a$

(1982-ÖYS)

14. **Dördüncü terimi 1, yedinci terimi $\frac{1}{8}$ olan bir geometrik dizinin, yirminci terimi kaç olur?**

A) $\frac{1}{2^{15}}$ B) $\frac{1}{2^{16}}$ C) $\frac{1}{2^{17}}$ D) $\frac{1}{2^{19}}$ E) $\frac{1}{2^{20}}$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. **Bir aritmetik dizide ilk terimi 1, ilk 15 teriminin toplamı ile ilk 10 terimin toplamı farkı 185 olduğuna göre bu dizinin ortak farkı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{16}{5}$ B) $\frac{37}{5}$ C) $\frac{37}{4}$ D) 2 E) 3

(1978-ÜSS)

2. $a+d$, $2ad$, ad^2 dizisinin, hem aritmetik hem geometrik dizi olabilmesi için, **a nın değeri ne olmalıdır?** ($ad \neq 0$)

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

(1977-ÜSS)

3. Aritmetik bir dizinin üçüncü terimi 7, yedinci terimi 15 tir. **Dizinin ortak farkı kaçtır?**

A) −2 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

(1974-ÜSS)

4. **$\sqrt{2}$ ve $\sqrt{8}$ sayıları arasına aşağıdaki sayılardan hangisini koyalım ki, geometrik dizi meydana gelsin?**

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{5}$ E) 3

(1972-ÜSS)

5. **İlk terimi 3 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin 5 inci terimi aşağıdaki sayılardan hangisidir?**

A) 30 B) 48 C) 75 D) 96 E) 486

(1969-ÜSS)

6. **İlk terimi 4, ortak farkı 5 ve son terimi 64 olan bir aritmetik dizinin terim sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

(1968-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.B 2. C 3.E

ÖSS

1.A

ÖYS

1.E	2.E	3.B	4.E	5.A	6.E
7.E	8.B	9.E	10.C	11.A	12.B
13.E	14.B				

ÜSS

1.E	2.E	3.E	4.B	5.B	6.D

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $a_n = \begin{cases} 2^n + 1, & n \equiv 0 \ (\text{mod}2) \\ 2^n - 1, & n \equiv 1 \ (\text{mod}2) \end{cases}$

$a_9 = 2^9 - 1$ dir. $(9 \equiv 1 \ (\text{mod}2))$

$a_7 = 2^7 - 1$ dir. $(7 \equiv 1 \ (\text{mod}2))$

$a_8 = 2^8 + 1$ dir. $(8 \equiv 0 \ (\text{mod}2))$

$a_6 = 2^6 + 1$ dir. $(6 \equiv 0 \ (\text{mod}2))$

O hâlde,

$$\frac{a_9 - a_7}{a_8 - 4a_6} = \frac{2^9 - 1 - (2^7 - 1)}{2^8 + 1 - 4.(2^6 + 1)}$$

$$= \frac{2^9 - 1 - 2^7 + 1}{2^8 + 1 - 4.2^6 - 4}$$

$$= \frac{2^9 - 2^7}{2^8 - 2^8 - 3}$$

$$= \frac{2^7.(2^2 - 1)}{-3}$$

$= -2^7$ bulunur.

Yanıt B

2. $a_{k+1} = a_k - k$ ve $a_1 = 40$ ise

$k = 1$ için $a_2 = a_1 - 1$

$k = 2$ için $a_3 = a_2 - 2$

$k = 3$ için $a_4 = a_3 - 3$

$\vdots$

$k = 7$ için $a_8 = a_7 - 7$

$+$

$a_8 = a_1 - 1 - 2 - 3 \ldots - 7$

$= 40 - (1 + 2 + 3 + \ldots + 7)$

$= 40 - \frac{7.8}{2}$

$= 40 - 28$

$= 12$ bulunur.

Yanıt C

3. $a_n = \begin{cases} 0, & n \equiv 0 \ (\text{mod}3) \ \text{ise} \\ n, & n \equiv 1 \ (\text{mod}3) \ \text{ise} \\ -n, & n \equiv 2 \ (\text{mod}3) \ \text{ise} \end{cases}$

$b_n = \sum_{k=0}^{n} a_k$ ise

$b_4 = \sum_{k=0}^{4} a_k = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

$= 0 + 1 + (-2) + 0 + 4$

$= 3$ bulunur.

Yanıt E

ÖSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1.

2,	—,	—,	—,	162
↓	↓	↓	↓	↓
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

$a_5 = a_1.r^4 \Rightarrow 162 = 2.r^4$

$\Rightarrow 81 = r^4$

$\Rightarrow r = 3$ bulunur.

$a_2 = a_1 . r = 2.3 = 6,$

$a_3 = a_1.r^2 = 2.3^2 = 18,$

$a_4 = a_1.r^3 = 2.3^3 = 54$ ise

$a_2 + a_3 + a_4 = 6 + 18 + 54 = 78$ bulunur.

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Geometrik dizinin ilk 3 terimi

$a - 3$, $2a - 3$ ve $4a + 3$ ise

$2a - 3 = \sqrt{(a-3).(4a+3)}$ olur.

$\Rightarrow (2a - 3)^2 = (a - 3)(4a + 3)$

$\Rightarrow 4a^2 - 12a + 9 = 4a^2 + 3a - 12a - 9$

$\Rightarrow 18 = 3a$

$\Rightarrow a = 6$ dır.

Dizinin ilk üç terimi 3, 9, 27 olur.

Bu durumda 4. terim,

$a_4 = 3 . 27 = 81$

5. terim ise

$a_5 = 3 . 81 = 243$ bulunur.

Yanıt E

2. $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = n^2 + 1$

$S_7 = a_1 + a_2 + \ldots + a_7 = 7^2 + 1 = 50$

$- \ S_6 = a_1 + a_2 + \ldots + a_6 = 6^2 + 1 = 37$

$S_7 - S_6 = a_7 = 50 - 37 = 13$ olur.

Yanıt E

3. Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı

$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$ dir.

6 kardeş, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 olsun.

$S_6 = \frac{6}{2}[a_1 + a_6]$, $a_1 = 3$

$\Rightarrow 48 = 3(3 + a_6)$

$\Rightarrow 16 = 3 + a_6$

$\Rightarrow a_6 = 13$ yaşındadır.

Yanıt B

4. Bir geometrik dizinin ilk n teriminin toplamı

$S_n = a_1.\frac{1 - r^n}{1 - r}$ dir.

$S_6 = a_1.\frac{1 - r^6}{1 - r}$

$S_3 = a_1.\frac{1 - r^3}{1 - r}$

taraf tarafa oranlanırsa

$$\frac{S_6}{S_3} = 2\sqrt{2} = \frac{a_1.\frac{1 - r^6}{1 - r}}{a_1.\frac{1 - r^3}{1 - r}}$$

$\Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{(1 - r^3)(1 + r^3)}{1 - r}.\frac{1 - r}{1 - r^3}$

$\Rightarrow 2\sqrt{2} = 1 + r^3$

$\Rightarrow r^3 = 2\sqrt{2} - 1$

$\Rightarrow r = \sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1}$ bulunur.

Yanıt E

5. $a_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{A}{n+1} + \frac{B}{n+3}$ şeklinde

yazarsak $A = 1$ ve $B = -1$ bulunur.

$a_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3}$ dizisinin ilk 7 terim toplamı

$= (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{6}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{7})$

$+ (\frac{1}{6} - \frac{1}{8}) + (\frac{1}{7} - \frac{1}{9}) + (\frac{1}{8} - \frac{1}{10})$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{28}{45}$ bulunur.

Yanıt A

6. $x - 2$, $x + 1$, $x + 5$ bir geometrik dizinin ardışık 3 terimi ise

$x + 1 = \sqrt{(x-2).(x+5)}$ olur.

$\Rightarrow (x + 1)^2 = (x - 2) . (x + 5)$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 10$

$\Rightarrow x = 11$ bulunur.

Yanıt E

7. $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_2 = 3$ ise ortak kat

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$ dir.

Dizinin genel terimi;

$a_n = a_1 . r^{n-1}$ ve

$n = 6$ için $a_6 = a_1 . r^{6-1}$

$= \frac{3}{2}.2^5 = 3.2^4 = 48$ bulunur.

Yanıt E

8. $a_8 = a$ ise

$a_8 = \frac{a_2 + a_{14}}{2} \Rightarrow a = \frac{a_2 + a_{14}}{2}$

$\Rightarrow a_2 + a_{14} = 2a$ bulunur.

Yanıt B

9. $a_1 = 1$ ve $a_n = \frac{8-n}{n}.a_{n-1}$ ise

$n = 2$ için $a_2 = \frac{8-2}{2}.a_1 = 3.1 = 3$

$n = 3$ için $a_3 = \frac{8-3}{3}.a_2 = \frac{5}{3}.3 = 5$

$n = 4$ için $a_4 = \frac{8-4}{4}.a_3 = 1.5 = 5$

$n = 5$ için $a_5 = \frac{8-5}{5}.a_4 = \frac{3}{5}.5 = 3$

$n = 6$ için $a_6 = \frac{8-6}{6}.a_5 = \frac{2}{6}.3 = 1$ bulunur.

Yanıt E

10. **1. yol**

Dörtgenin dış açıları a, b, c, d, olsun.

$a + b + c + d = 360°$ dir.

a, b, c, d aritmetik dizi ve ortak fark k olsun.

$a = 30°$

$b = a + k = 30° + k$

$c = a + 2k = 30° + 2k$

$+ d = a + 3k = 30° + 3k$ taraf tarafa toplayalım

$a + b + c + d = 4 . 30° + k + 2k + 3k$

$\Rightarrow 360° = 120° + 6k$

$\Rightarrow 6k = 240° \Rightarrow k = 40°$ bulunur.

En büyük açı, $d = 30° + 3k = 30° + 3 . 40°$

$= 150°$ bulunur.

2. yol

Bir aritmetik dizinin ilk 4 terim toplamı;

$S_4 = 4.(\frac{a_1 + a_4}{2}) \Rightarrow 360° = 4.(\frac{30° + a_4}{2})$

$a_4 = 150°$ bulunur.

Yanıt C

11. $a_0 = 1$ ve $a_n = \frac{1}{n}.a_{n-1}$ ise

$n = 1$ için $a_1 = 1.a_0 = 1$

$n = 2$ için $a_2 = \frac{1}{2}.a_1 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2!}$

$n = 3$ için $a_3 = \frac{1}{3}.a_2 = \frac{1}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{3!}$

⋮ ⋮

$n = 6$ için $a_6 = \frac{1}{6!}$ bulunur.

Yanıt A

12. $a_n = 5^n . n!$

$a_{n-1} = 5^{n-1}(n-1)! = \frac{5^n}{5}.\frac{n(n-1)!}{n}$

$\Rightarrow a_{n-1} = \frac{5^n.n!}{5n}$

$\Rightarrow a_{n-1} = \frac{a_n}{5n}$

$\Rightarrow a_n = 5n.a_{n-1}$

5n katıdır.

Yanıt B

13. $a_1 = a$, $r = 2$, $a_n = b$ verilmiştir.

Dizinin genel terimi

$a_n = a_1 . r^{n-1} = a . 2^{n-1}$ ve $a . 2^n = 2 . a_n$ dir.

İlk n terim toplamı $S_n = a_1.\frac{1-r^n}{1-r}$ ise

$S_n = a.\frac{1-2^n}{1-2} = a(2^n - 1)$

$= a.2^n - a$

$= 2.a_n - a$

$= 2.b - a$ bulunur.

Yanıt E

14. $a_4 = 1$, $a_7 = \frac{1}{8}$ ve ortak kat r olsun. Dizinin genel terimi

$a_n = a_1 . r^{n-1}$ olduğu için

$\left.\begin{array}{l} a_4 = a_1.r^3 \\ a_7 = a_1.r^6 \end{array}\right\}$ eşitliklerini oranlarsak

$\frac{1}{\frac{1}{8}} = \frac{a_4}{a_7} = \frac{a_1.r^3}{a_1.r^6} = \frac{1}{r^3} = 8 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$ olur.

$a_4 = a_1.r^3 \Rightarrow 1 = a_1.\frac{1}{8} \Rightarrow a_1 = 8$ dir.

$a_n = a_1.r^{n-1} \Rightarrow a_n = 8.\frac{1}{2^{n-1}}$ ise

$a_{20} = 8.\frac{1}{2^{20-1}} = \frac{2^3}{2^{19}} = \frac{1}{2^{16}}$ bulunur.

Yanıt B

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $a_1 = 1$, $S_{15} - S_{10} = 185$ ise

$S_n = \frac{n}{2}.[2a_1 + (n-1)d]$ eşitliğinden

$S_{15} = \frac{15}{2}(2.1 + (15-1)d) = \frac{15}{2}(2 + 14d) = 15 + 105d$

$S_{10} = \frac{10}{2}(2.1 + (10-1)d) = 5(2 + 9d)$

$= 10 + 45d$ olur.

$S_{15} - S_{10} = 185$

$\Rightarrow 15 + 105d - (10 + 45d) = 185$

$\Rightarrow 15 + 105d - 10 - 45d = 185$

$\Rightarrow 60d = 180$

$\Rightarrow d = 3$ bulunur.

Yanıt E

2. $a + d$, $2ad$, ad^2 bir aritmetik dizi ise

$2ad = \frac{a + d + ad^2}{2}$

$\Rightarrow 4ad = a + d + ad^2$ .... ①

$a + d$, $2ad$, ad^2 bir geometrik dizi ise

$2ad = \sqrt{(a+d).ad^2}$

$4a^2d^2 = (a + d) . ad^2$

$4a = a + d$

$d = 3a$ olur. .... ②

① denkleminde $d = 3a$ yerine yazılırsa

$4a . 3a = a + 3a + a . (3a)^2$

$\Rightarrow 12a^2 = 4a + 9a^3$ (Her iki tarafı a ile bölelim)

$\Rightarrow 12a = 4 + 9a^2$

$\Rightarrow 9a^2 - 12a + 4 = 0$

3a −2
3a −2

$\Rightarrow (3a - 2)^2 = 0$

$\Rightarrow 3a - 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$ bulunur.

Yanıt E

3. $a_3 = 7$, $a_7 = 15$ ise dizinin ortak farkı

$d = \frac{a_7 - a_3}{7 - 3} = \frac{15 - 7}{4} = \frac{8}{4} = 2$ olur.

Yanıt E

4. $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{8}$ sayıları arasına x sayısı geldiğinde geometrik dizi oluyorsa

$x = \sqrt{\sqrt{2}.\sqrt{8}} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$ olmalıdır.

Yanıt B

5. $a_1 = 3$, $r = 2$ ise

$a_n = a_1 . r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3 . 2^{n-1}$ olur.

$a_5 = 3 . 2^{5-1}$

$= 3 . 2^4$

$= 3 . 16$

$= 48$ bulunur.

Yanıt B

6. $a_1 = 4$ ve $d = 5$ ise

$a_n = a_1 + (n-1)d$ eşitliğinden

$\Rightarrow a_n = 4 + (n-1) . 5$

$\Rightarrow a_n = 5n - 1$ bulunur.

Son terim 64 ise

$5n - 1 = 64 \Rightarrow 5n = 65 \Rightarrow n = 13$ olur.

Dizinin terim sayısı 13 tür.

Yanıt D

BÖLÜM 8

SONSUZ GEOMETRİK DİZİLER

		YILLAR				
		2010	2011	2012		
LYS	Sonsuz Geometrik Diziler	1	1	1		

		YILLAR																												
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Sonsuz Geometrik Diziler																														

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

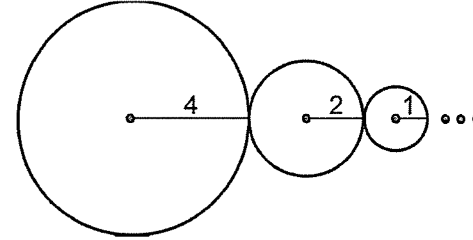
		YILLAR																				
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Sonsuz Geometrik Diziler							1	1			1				1		1		1			

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Sonsuz Geometrik Diziler						1	1	4		1					

LYS SORULARI

1. Aşağıda, yan yana çizilmiş çemberler dizisi verilmiştir. Bu dizide; ilk çemberin yarıçapı 4 birim ve sonraki her bir çemberin yarıçapı, bir önceki çemberin yarıçapının yarısıdır.

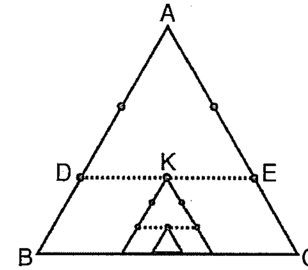


Bu dizideki tüm çemberlerin çevre uzunlukları toplamı kaç birimdir?

A) 15π B) 16π C) 18π D) $\frac{31\pi}{2}$ E) $\frac{33\pi}{2}$

(2012-LYS1)

2. Bir kenar uzunluğu 1 birim olan ABC eşkenar üçgeninin AB ve AC kenarları üç eşit parçaya ayrılarak şekildeki gibi D ve E noktaları işaretleniyor. DE doğru parçasının orta noktası K olmak üzere, bir köşesi K ve bu köşesinin karşısındaki kenarı BC üzerinde olan yeri bir eşkenar üçgen çiziliyor ve aynı işlem çizilen yeni eşkenar üçgenlere de uygulanıyor.

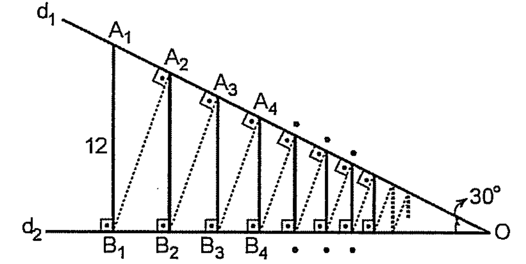


Bu şekilde çizilecek iç içe geçmiş tüm üçgensel bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{16}$ E) $\frac{9\sqrt{3}}{32}$

(2011-LYS1)

3.



Yukarıda verilen d_1 ve d_2 doğrularının oluşturduğu açının ölçüsü 30° dir. İlk olarak, d_1 doğrusu üzerinde alınan A_1 noktasından d_2 doğrusuna A_1B_1 dikmesi iniliyor. Sonra B_1 noktasından d_1 doğrusuna B_1A_2 dikmesi ve A_2 dikme ayağından da d_2 doğrusuna A_2B_2 dikmesi inilerek bu işleme devam ediliyor.

$|A_1B_1| = 12$ cm olduğuna göre, d_2 doğrusuna bu şekilde inilen tüm dikmelerin uzunluklarının toplamı olan $|A_1B_1| + |A_2B_2| + |A_3B_3| + ...$ kaç cm'dir?

A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 48

(2010-LYS1)

ÖYS SORULARI

1. $1 < x < y$ olmak üzere,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x}{4y}\right)^{n-1}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{4y+3x}{4y}$ B) $\frac{4y}{4y-3x}$ C) $\frac{3y}{3x-5y}$

D) $\frac{3x}{4y}$ E) $\frac{4y}{3x}$

(1997-ÖYS)

2. $1 < y < 3$ olmak üzere,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+y^n}{3^n}$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3-y}$ B) $\frac{3}{3-y}$ C) $\frac{3}{y}$

D) $3y$ E) $\frac{3+y}{6-2y}$

(1995-ÖYS)

3. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^{2k}}$ **toplamının değeri nedir?**

A) $\frac{9}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

(1991-ÖYS)

4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ **toplamının değeri nedir?**

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

(1988-ÖYS)

5. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ **geometrik serisinin değeri nedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

(1987-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $\frac{1}{4} + \frac{3.2^2}{6} + \frac{5.3^2}{8} + \ldots$ **serisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)n^2}{2n-2}$ B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)n^2}{2n}$

C) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n2^n}{2n+4}$ D) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)n^2}{4n+2}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)n^2}{2(n+1)}$

(1973-ÜSS)

2. $\frac{1}{2+1} + \frac{2}{2^2+2} + \frac{3}{2^3+3} + \ldots$ **serisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{n+1}{n^2+2}$ B) $\frac{n}{n^n+1}$ C) $\frac{n}{2^{n-1}+1}$

D) $\frac{n-1}{n^n+1}$ E) $\frac{n}{2^n+n}$

(1973-ÜSS)

3. $\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots$ **serisinde n.ci terim aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ B) $\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}$ C) $1 - \frac{1}{n+1}$

D) $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$ E) Hiçbiri

(1973-ÜSS)

4. $2 + \frac{5}{2} + \frac{10}{3} + \frac{17}{4} + \frac{26}{5} + \ldots$ **serisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$ B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n}$

C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n}$ D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)(n+1)}{n}$

E) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 + \frac{1}{n}$

(1973-ÜSS)

5. $\frac{5}{9} + \frac{7}{13} + \frac{9}{17} + \ldots$ **serisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{4n+5}$ B) $\sum_{n=0}^{100} \frac{2n+3}{4n+5}$ C) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n-3}{3n+5}$

D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{4n-5}$ E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{4n+5}$

(1972-ÜSS)

6. $1.3 + 3.5 + 5.7 + 7.9 + \ldots$ **serisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)(2k+1)$ B) $\sum_{k=1}^{4} (k+1)(k+3)$

C) $\sum_{k=1}^{3} k(k+2)$ D) $\sum_{k=2}^{5} (k-1)(k+1)$

E) $\sum_{k=1}^{\infty} 3(4k-3)$

(1971-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.B 2.E 3.E

ÖYS

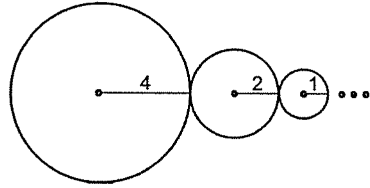
1.B 2.E 3.A 4.D 5.E

ÜSS

1.E 2.E 3.E 4.B 5.E 6.A

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



Çemberlerin çevreleri toplamı;

$(2\pi.4) + (2\pi.2) + (2\pi.1) + \ldots$

$= 8\pi + 4\pi + 2\pi + \ldots$

Sonsuz geometrik dizisinin ortak çarpanı

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4\pi}{8\pi} = \frac{1}{2}$ dir.

O hâlde,

$$8\pi + 4\pi + 2\pi + \ldots = \frac{a_1}{1-r} = \frac{8\pi}{1-\frac{1}{2}} = 8\pi.2 = 16\pi \text{ birimdir.}$$

Yanıt B

2. Bir kenarı a birim olan eşkenar üçgenin alanı $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ tür.

En dıştaki üçgenin bir kenar uzunluğu 1 birim olduğuna göre alanı $\frac{1^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ birim kare,

İkinci üçgenin bir kenar uzunluğu $\frac{1}{3}$ birim olacağına göre alanı

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{36} \text{ birim karedir.}$$

Üçgensel bölgelerin alanları toplamı,

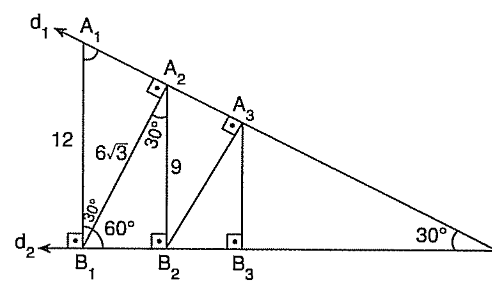
$\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{36} + \ldots$ olur.

Ortak çarpan $r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{36}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{9}$ dur.

$$\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{36} + \ldots = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{1-\frac{1}{9}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{9}{8} = \frac{9\sqrt{3}}{32} \text{ birim kare bulunur.}$$

Yanıt E

3.



$|A_1B_1| = 12$ cm ise $|A_1A_2| = 6$ cm

$|A_2B_1| = 6\sqrt{3}$ cm

$|B_1B_2| = 3\sqrt{3}$ cm

$|A_2B_2| = 9$ cm olur.

$|A_1B_1| + |A_2B_2| + |A_3B_3| + \ldots$

$= 12 + 9 + \ldots$

$= \frac{12}{1-r}$ ve $r = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ ise

$= \frac{12}{1-\frac{3}{4}} = \frac{12}{\frac{1}{4}} = 48$ cm bulunur.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $1 < x < y$ ise $\frac{x}{y} < 1$ ve $\frac{3x}{4y} < 1$ dir.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3x}{4y}\right)^{n-1} = \left(\frac{3x}{4y}\right)^0 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^1 + \left(\frac{3x}{4y}\right)^2 + \ldots$$

$$= \frac{\left(\frac{3x}{4y}\right)^0}{1-\frac{3x}{4y}} = \frac{1}{\frac{4y-3x}{4y}} = \frac{4y}{4y-3x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

2. $1 < y < 3$ ise $\frac{y}{3} < 1$ dir.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+y^n}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{y}{3}\right)^n$$

$$= \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \ldots + \left(\frac{y}{3}\right)^1 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 + \ldots$$

$$= \frac{\frac{1}{3^1}}{1-\frac{1}{3}} + \frac{\frac{y}{3}}{1-\frac{y}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} + \frac{\frac{y}{3}}{\frac{3-y}{3}}$$

$$= \underset{(3-y)}{\frac{1}{2}} + \underset{(2)}{\frac{y}{3-y}} = \frac{3-y+2y}{6-2y} = \frac{3+y}{6-2y} \text{ olur.}$$

Yanıt E

3. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{3^{2k}} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{9^k}$

$$= \frac{1}{9^0} + \frac{1}{9^1} + \frac{1}{9^2} + \ldots$$

$$= \frac{\frac{1}{9^0}}{1-\frac{1}{9}} = \frac{1}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{8} \text{ olur.}$$

Yanıt A

4. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \ldots$

$$= \frac{1}{2^3}\left(\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \ldots\right)$$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{\frac{1}{2^0}}{1-\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt D

5. Bilgi:

$$\sum_{n=a}^{\infty} r^n = \begin{cases} \infty, & r > 1 \text{ ise} \\ \frac{\text{ilk terim}}{1-r}, & r < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^0 + \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \ldots$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^0}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{1}{4} + \frac{3.2^2}{6} + \frac{5.3^2}{8} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)n^2}{2(n+1)}$

seçeneklerdeki serilerin ilk bir kaç terimini bularak sonuca gidilebilir.

Yanıt E

2. $\frac{1}{2+1} + \frac{2}{2^2+2} + \frac{3}{2^3+3} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n+n}$

olduğu için serinin genel terimi $\frac{n}{2^n+n}$ dir.

Yanıt E

3. $\left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) + \ldots$

serisinin genel terimi: $\frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{n+1}$ dir.

Seçeneklerden hiçbiri bu serinin genel terimi olamaz.

Yanıt E

4. $2 + \frac{5}{2} + \frac{10}{3} + \frac{17}{4} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n}$ dir.

Seçeneklerde n yerine 1, 2, 3, ... yazarak da bulunabilir.

Yanıt B

5. $\frac{5}{9} + \frac{7}{13} + \frac{9}{17} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+3}{4n+5}$ dir.

Seçeneklerde n yerine 1, 2, 3... yazarak deneme yanılma yöntemi kullanılabilir.

Yanıt E

6. $1.3 + 3.5 + 5.7 + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty}(2k-1)(2k+1)$ dir.

B, C, D seçenekleri seri değildir.

A, E seçeneklerinin ilk bir kaç terimi açılarak yanıt bulunabilir.

Yanıt A

BÖLÜM 9

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Özel Tanımlı Fonksiyonlar	2	1	2			

		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Özel Tanımlı Fonksiyonlar								1																						

(YILLAR)

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Özel Tanımlı Fonksiyonlar		1	1			1	3	2		1	1	1			1		1			1		1

(YILLAR)

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Özel Tanımlı Fonksiyonlar						1		2	1	2	2	3	1	2	1

(YILLAR)

LYS SORULARI

1. $f(x) = |2x - 5|$

$g(x) = |x + 1|$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(gof)(x) = 3$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 0 D) 2 E) 5

(2012–LYS1)

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu, her x gerçel sayısı için,

$f(x) < f(x + 2)$

eşitsizliğini sağlıyor.

Buna göre,

I. $f(1) < f(5)$

II. $|f(-1)| < |f(1)|$

III. $f(0) + f(2) < 2.f(4)$

ifadelerinden hangileri <u>her zaman</u> doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III

D) II ve III E) I, II ve III

(2012–LYS1)

3. $f : R \to R$ parçalı fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \text{ rasyonelse} \\ x^2, & x \text{ rasyonel değilse} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(fof)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\sqrt{2}+2$ B) $\sqrt{2}+2$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

(2011-LYS1)

4. Gerçel sayılardan gerçel sayıların bir K alt kümesine tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} -x + 8, & x < 3 \text{ ise} \\ x + 2, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

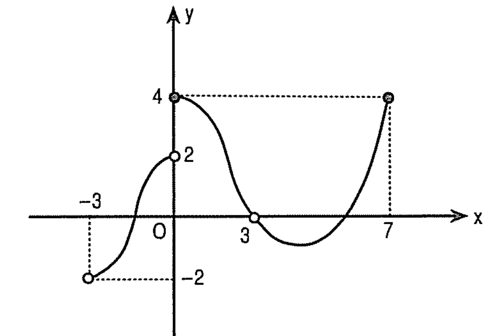
fonksiyonu <u>örten</u> olduğuna göre, K kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[3, \infty)$ B) $[5, \infty)$ C) $[3, 5]$

D) $(-\infty, 5)$ E) $(-\infty, 3)$

(2010-LYS1)

5.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-3,0) \cup [4, 7)$ B) $(-3,0) \cup (3, 7]$

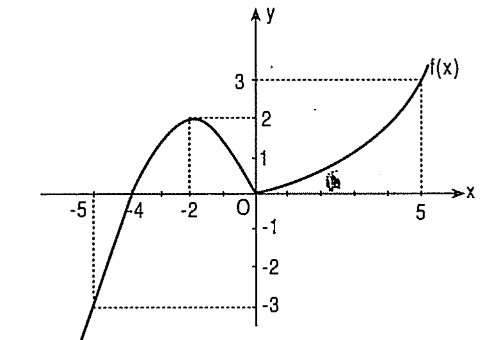
C) $[-3,2] \cup (3, 7)$ D) $(-3,3) \cup (3, 7]$

E) $[-3,2) \cup (4, 7]$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1.



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonu için [–5, 5] aralığında $||f(x)| - 2| = 1$ eşitliğini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(2009–ÖSS Mat 2)

2. $f(x) = \big||x-3|-2\big|$ **fonksiyonunun grafiğiyle** $g(x) = 4$ **fonksiyonunun grafiğinin kesim noktalarının apsislerinin toplamı kaçtır?**

A) 16 B) 14 C) 10 D) 8 E) 6

(2007–ÖSS Mat 2)

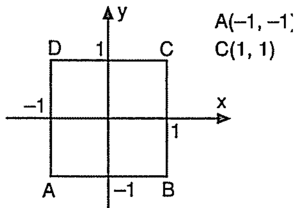
3. $f(x) = |x-2| - |x|$

olduğuna göre, f(–1) + f(0) + f(1) toplamı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

(2003-ÖSS)

4. Yandaki şekilde **ABCD karesinin iç bölgesinin analitik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $|x| < 1$ ve $|y| < 1$ B) $x < 1$ ve $y < 1$

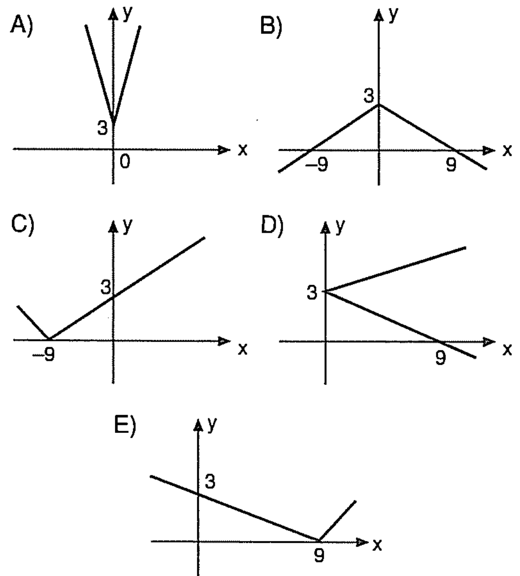
C) $|x| < 2$ ve $|y| < 2$ D) $|x| = 1$ ve $|y| = 1$

E) $|x| = 1$ ve $|y| < 1$

(1988-ÖSS)

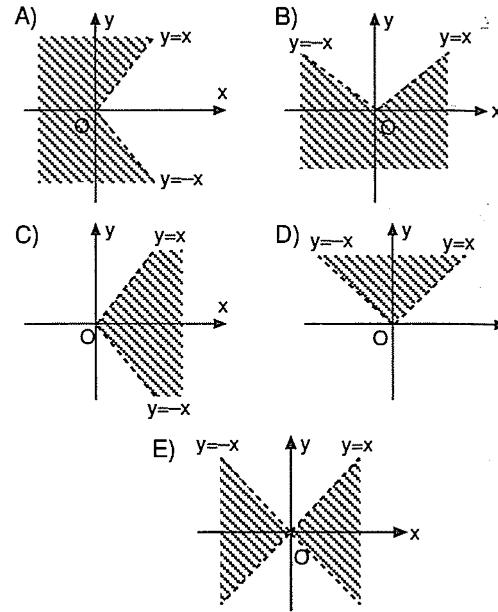
ÖYS SORULARI

1. $|3y-9| - x = 0$ **bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?**



(1997-ÖYS)

2. $x - |y| < 0$ **bağıntısını sağlayan düzlemsel taralı bölge aşağıdakilerden hangisidir?**



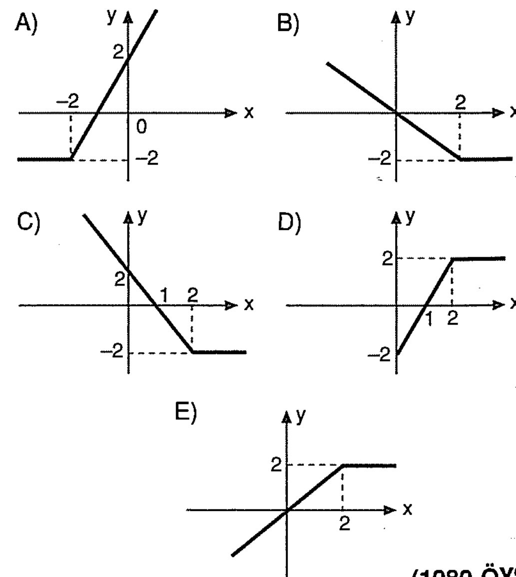
(1990-ÖYS)

3. $f(x) = ax^2 + bx + c$, $x \in R$ **iken** $f(x) = f(|x|)$ **olması için aşağıdakilerden hangisi gereklidir?**

A) c=1 B) c=0 C) b=–1 D) b=0 E) a=1

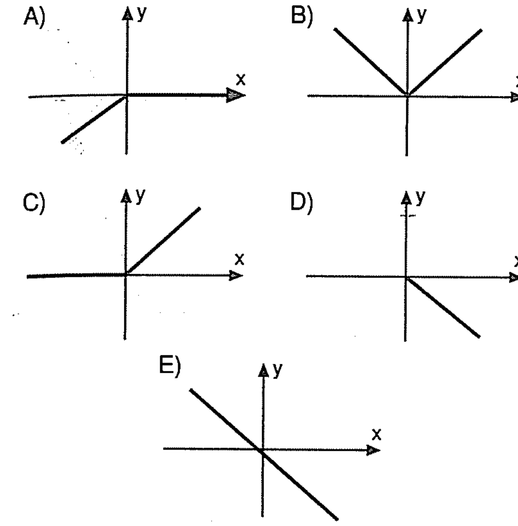
(1988-ÖYS)

4. $f(x) = |2-x| - x$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?**



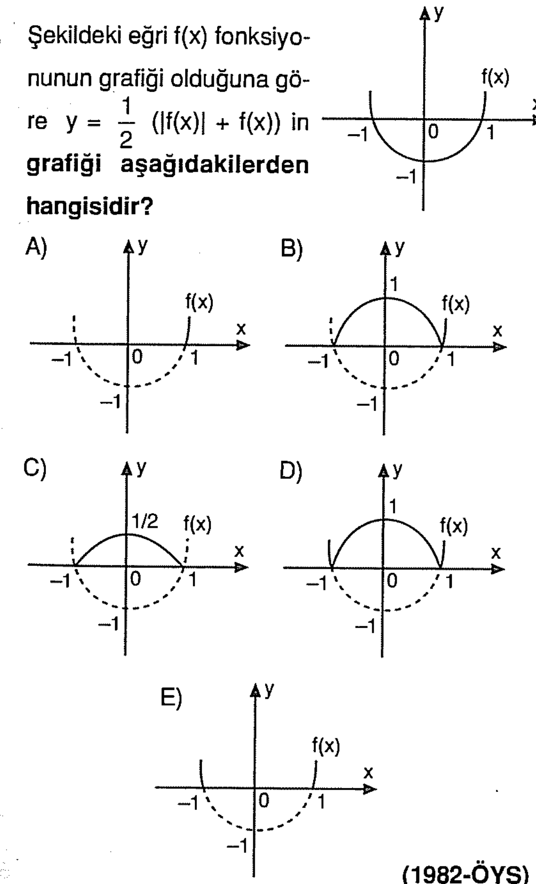
(1989-ÖYS)

5. $2y = x + |x|$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



(1987-ÖYS)

6. Şekildeki eğri f(x) fonksiyonunun grafiği olduğuna göre $y = \frac{1}{2}(|f(x)| + f(x))$ in **grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



(1982-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $f(x) = |x - |-x|| - 2$ fonksiyonu, **aşağıdaki fonksiyon çiftlerinden hangisine denktir?**

A) $\begin{cases} x \geq 0 , & f(x) = -2 \\ x < 0 , & f(x) = -2x - 2 \end{cases}$

B) $\begin{cases} x \geq 0 , & f(x) = 2x - 2 \\ x < 0 , & f(x) = -2x - 2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x \geq 0 , & f(x) = -2 \\ x < 0 , & f(x) = 2x - 2 \end{cases}$

D) $\begin{cases} x \geq 0 , & f(x) = 2x - 2 \\ x < 0 , & f(x) = -2 \end{cases}$

E) $\begin{cases} x \geq 0 , & f(x) = -2x - 2 \\ x < 0 , & f(x) = -2 \end{cases}$

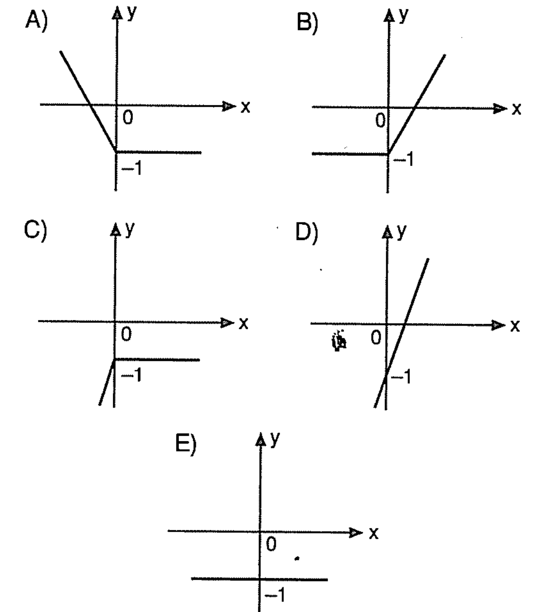
(1979-ÜSS)

2. **f ve g, R de aşağıdaki şekilde tanımlı iki fonksiyon olduğuna göre;**

$f : x \to x - |x|$

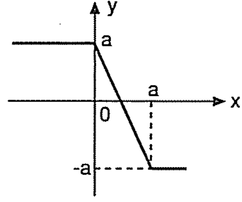
$g : x \to 2x - 1$

(gof)(x) in analitik düzlemdeki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



(1979-ÜSS)

3.



Grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = \dfrac{|x-a|}{|a|}$ B) $y = |x| + |x-a|$

C) $y = |x-a| - |x|$ D) $y = |x| - |x-a|$

E) $y = x\,|x-a|$

(1978-ÜSS)

4. $x \in R$, $x < \dfrac{1}{2}$ olmak şartıyla,

$$f(x) = 1 - |x - |1 - x||$$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f(x) = 2x$ B) $f(x) = 0$ C) $f(x) = 2x + 2$

D) $f(x) = 2 - 2x$ E) $f(x) = 2$

(1977-ÜSS)

5. **$|x| + |y| = 1$ bağıntısının grafiği nedir?**

A) Bir doğru

B) Bir ışın

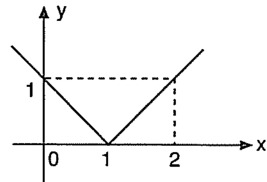
C) Başlangıç noktasına göre ikişer ikişer simetrik olan iki çift doğru

D) Bir çift doğru

E) Bir kare

(1977-ÜSS)

6.



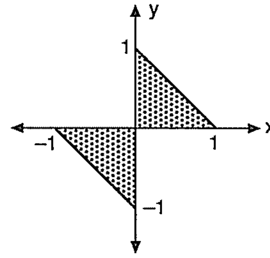
Şekilde verilen grafiğin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = |x + 1|$ B) $y = |x| - 1$ C) $y = 1 - |x|$

D) $y = |x - 1|$ E) $y = |x| + 1$

(1977-ÜSS)

7.



Şekildeki düzlemsel bölgeyi aşağıdakilerden hangisi gösterir?

A) $\{(x,y) : |x| \le 1 \text{ ve } |y| \le 1\}$

B) $\{(x,y) : |x| < 1 \text{ ve } |y| < 1\}$

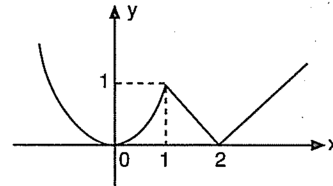
C) $\{(x,y) : |x + y| \le 1\}$

D) $\{(x,y) : |xy| \le 1\}$

E) $\{(x,y) : |x + y| \le 1 \wedge xy \ge 0\}$

(1976-ÜSS)

8.



Şekilde verilen eğri, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği olabilir?

A) $y = x^2 - |x^2 - x + 2|$ B) $y = x^2 - |x - 2|$

C) $y = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ 1 & , x = 1 \\ |x-2| & , x > 1 \end{cases}$ D) $y = \begin{cases} x^2 & , x \le 1 \\ |x+2| & , x > 1 \end{cases}$

E) $y = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ \sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) & , x = 1 \\ |x| & , x > 1 \end{cases}$

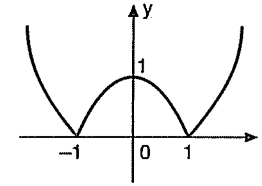
(1975-ÜSS)

9. **$y = x^2 - |x^2 - x|$ in $[0, 3]$ aralığındaki <u>en küçük değeri</u> nedir?**

A) 0 B) –1 C) $-\dfrac{1}{4}$ D) $-\dfrac{1}{8}$ E) –3

(1975-ÜSS)

10.



Yukarıdaki eğri aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiğidir?

A) $f: x \to f(x) = |x^2 - 1|$ B) $f: x \to f(x) = x^2 - 1$

C) $f: x \to f(x) = 1 - x^2$ D) $f: x \to f(x) = 1 + x^2$

E) $f: x \to f(x) = |x^2 + 1|$

(1973-ÜSS)

11. **$x \in R$ olduğuna göre $f : x \to f(x) = \sqrt{1 - |x|}$ fonksiyonunun tanım kümesi nedir?**

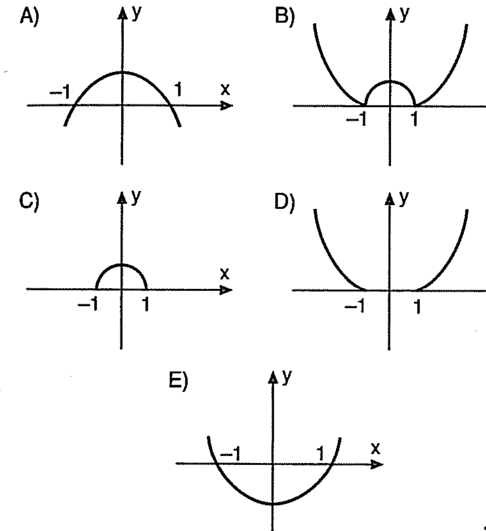
A) $\{x : -1 < x < 1\}$ B) $\{x : -1 \le x < 1\}$

C) $\{x : -1 \le x \le 1\}$ D) $\{x : x < -1\} \cup \{x : x > 1\}$

E) $\{x : x > 1\}$

(1973-ÜSS)

12. **Aşağıdakilerden hangisi $f(x) = |-x^2 + 1|$ fonksiyonunun grafiğidir?**



(1971-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS						
	1.E	2. C	3. D	4.B	5.D	
ÖSS						
	1.D	2.E	3.E	4.A		
ÖYS						
	1.D	2.A	3.D	4.C	5.C	6.E
ÜSS						
	1.A	2.C	3.C	4.A	5.E	6.D
	7.E	8.C	9.D	10.A	11.C	12.B

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = |2x - 5|$ ve $g(x) = |x + 1|$ ise,

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(|2x - 5|)$

$3 = ||2x - 5| + 1|$

$3 = |2x - 5| + 1$ veya $-3 = |2x - 5| + 1$

$|2x - 5| = 2$ $|2x - 5| = -4$

$\varnothing$

$2x - 5 = 2$ veya $2x - 5 = -2$

$x = \dfrac{7}{2}$ veya $x = \dfrac{3}{2}$ bulunur.

x değerlerinin toplamı da

$\dfrac{7}{2} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ tir.

Yanıt E

2. $f(x) < f(x+2)$ eşitsizliği $\forall x \in R$ için sağlandığına göre,

I. $x = 1$ için $f(1) < f(3)$

$x = 3$ için $f(3) < f(5)$ tir.

O hâlde, $f(1) < f(5)$ doğrudur.

II. $x = -1$ için $f(-1) < f(1)$ ifadesi her zaman doğrudur. Ancak, her iki tarafında mutlak değeri alınırsa bu eşitsizlik her zaman doğru olamaz. Örneğin,

$f(-1) = -10$ ve $f(1) = 5$ olsun.

$|-10| < |5|$ eşitsizliği yanlıştır.

III. $x = 0$ için $f(0) < f(2)$ ve

$x = 2$ çin $f(2) < f(4)$ tür.

$f(0) < f(2) < f(4)$ ise, $f(0) < f(4)$ tür.

$$\begin{array}{r} f(0) < f(4) \\ + \quad f(2) < f(4) \\ \hline \end{array}$$

$f(0) + f(2) < 2.f(4)$ ifadeside her zaman doğrudur.

Yanıt C

3. $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \text{ rasyonelse} \\ x^2, & x \text{ rasyonel değilse} \end{cases}$

$(fof)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ $\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \text{rasyonel değil}\right)$

$= f\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right)$

$= f\left(\frac{2}{4}\right)$

$= f\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \text{rasyoneldir}\right)$

$= 3.\frac{1}{2} + 1$

$= \frac{5}{2}$ bulunur.

Yanıt D

4. $f(x) = \begin{cases} -x+8, & x < 3 \text{ ise} \\ x+2, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu örten olduğuna göre,

$x < 3 \Rightarrow -x > -3 \Rightarrow -x+8 > 5 \Rightarrow f(x) > 5,$

$x \geq 3 \Rightarrow x+2 \geq 3+2 \Rightarrow f(x) \geq 5$ olur.

$\left.\begin{matrix} f(x) > 5 \\ f(x \geq 5 \end{matrix}\right\}$ $f(x) \geq 5$ olmalıdır.

$[5, +\infty)$ aralığı elde edilir.

Yanıt B

5. Fonksiyonun tanım kümesini x değerleri oluşturduğu için –3 ten 7 ye kadar (–3 dahil değil, 7 dahil) reel sayılar (–3, 7] şeklinde ifade edilir. Aradaki 3 değerinde boşluk olduğu için f(3) tanımlı değildir. Tanım kümesi

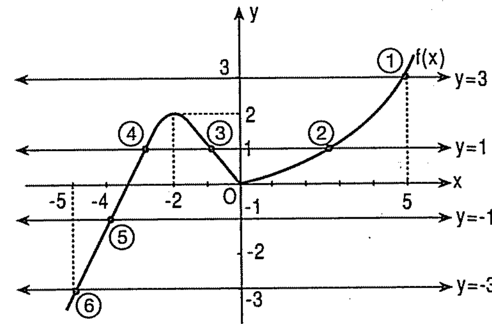
(–3, 7] – {3} ya da

(–3, 3) ∪ (3, 7] şeklinde ifade edilir.

Yanıt D

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



$||f(x)|-2| = 1$

$|f(x)| - 2 = 1$ → $|f(x)| = 3$ → $f(x) = 3$ $(y = 3)$, $f(x) = -3$ $(y = -3)$

$|f(x)| - 2 = -1$ → $|f(x)| = 1$ → $f(x) = 1$ $(y = 1)$, $f(x) = -1$ $(y = -1)$

Bu dört eşitliği sağlayan x değerlerinin bulunduğu noktalar yukarıdaki grafikte de gösterildiği gibi 6 tanedir.

Yanıt D

2. $f(x) = ||x-3|-2|$ fonksiyonu ile $g(x) = 4$ fonksiyonunun kesim noktalarını bulmak için fonksiyonlar birbirine eşitlenir.

$||x-3|-2| = 4$

$|x-3| - 2 = 4$ → $|x-3| = 6$ → $x - 3 = 6$, $x = 9$; $x - 3 = -6$, $x = -3$

$|x-3| - 2 = -4$ → $|x-3| = -2$ → Hiç bir ifadenin mutlak değeri negatif olmayacağından bu kısmın çözüm kümesi boş kümedir.

⇓

f(x) ve g(x) fonksiyonlarının kesim noktalarının apsisleri toplamı 9 – 3 = 6 dır.

Yanıt E

3. $f(x) = |x-2| - |x|$

$f(-1) = |-1-2| - |-1| = 3 - 1 = 2$

$f(0) = |0-2| - |0| = 2 - 0 = 2$

$f(1) = |1-2| - |1| = 1 - 1 = 0$

$\Rightarrow f(-1) + f(0) + f(1) = 2 + 2 + 0 = 4$ tür.

Yanıt E

4. ABCD karesinin iç bölgesi

$x < 1$ ve $x > -1 \Rightarrow |x| < 1$

$y < 1$ ve $y > -1 \Rightarrow |y| < 1$

şeklinde ifade edilir.

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $|3y - 9| - x = 0$

$\Rightarrow |3y - 9| = x$

$y \geq 3$ için $3y - 9 = x \Rightarrow y = \frac{x+9}{3}$

$y < 3$ için $-3y + 9 = x \Rightarrow y = \frac{9-x}{3}$ olur.

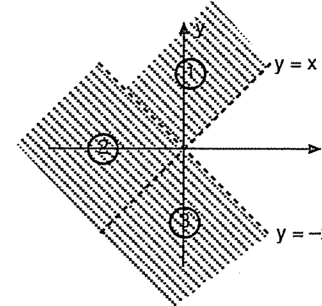
Bu şartları sağlayan fonksiyonun grafiği (D) seçeneğinde çizilidir.

Yanıt D

2. $x - |y| < 0$

$y \geq 0$ için $x - y < 0 \Rightarrow x < y$ dir. (① ve ②)

$y < 0$ için $x - (-y) < 0 \Rightarrow y < -x$ tir. (② ve ③)



$y > x$ veya $y < -x$ eşitsizliğinin çözüm kümesi ①, ② ve ③ numaralı bölgelerin birleşimidir.

Yanıt A

3. $f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(|x|) = a|x|^2 + b\,.\,|x| + c$

$\Rightarrow ax^2 + bx + \cancel{c} = a|x|^2 + b|x| + \cancel{c}$

$\Rightarrow a\cancel{x^2} + bx = a\cancel{x^2} + b|x|$

$\Rightarrow bx = b|x|$ olması için $b = 0$ olmalıdır.

Yanıt D

4. $f(x) = |2 - x| - x$

$x > 2$ için $f(x) = -2 + x - x = -2$

$x = 2$ için $f(x) = 2 - 2 - 2 = -2$

$x < 2$ için $f(x) = 2 - x - x = 2 - 2x$ tir.

$f(x) = \begin{cases} -2, & x \geq 2 \\ 2-2x, & x < 2 \end{cases}$

fonksiyonunun grafiği (C) seçeneğinde çizilmiştir.

Yanıt C

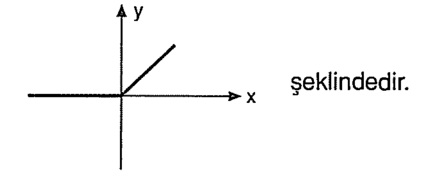
5 $2y = x + |x|$

$x \geq 0$ için $2y = x + x \Rightarrow y = x$

$x < 0$ için $2y = x - x \Rightarrow y = 0$ dır.

Yani, $y = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

fonksiyonunun grafiği



şeklindedir.

Yanıt C

6. $y = \frac{1}{2}(|f(x)| + f(x))$

$f(x) \geq 0$ için $y = \frac{1}{2}(f(x) + f(x)) = \frac{2f(x)}{2} = f(x)$

$f(x) < 0$ için $y = \frac{1}{2}(-f(x) + f(x)) = 0$ olur.

$y = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ 0, & f(x) < 0 \end{cases}$

ifadesi (E) seçeneğinde çizilidir.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = |x - |-x|| - 2$

i) $x > 0$ için $f(x) = |x - x| - 2 = -2$

ii) $x < 0$ için $f(x) = |x - (-x)| - 2 = |2x| - 2 = -2x - 2$

iii) $x = 0$ için $f(x) = |0 - |-0|| - 2 = -2$

Yani, $f(x) = \begin{cases} -2, & x \geq 0 \\ -2x-2, & x < 0 \end{cases}$ bulunur.

Yanıt A

2. $f(x) = x - |x| = \begin{cases} x - x & , \ x \ge 0 \\ x + x & , \ x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & , \ x \ge 0 \\ 2x & , \ x < 0 \end{cases}$

$g(x) = 2x - 1$

$(gof)(x) = g(f(x)) = \begin{cases} 2.0 - 1 & , \ x \ge 0 \\ 2.(2x) - 1 & , \ x < 0 \end{cases}$

$= \begin{cases} -1 & , \ x \ge 0 \\ 4x - 1 & , \ x < 0 \end{cases}$

fonksiyonunun grafiği (C) seçeneğinde çizilidir.

Yanıt C

3. Grafikte verilen (a, –a) noktası (a > 0) sadece $y = |x - a| - |x|$ fonksiyonunu sağlar.

Yanıt C

4. $x < \frac{1}{2}$ için

$f(x) = 1 - |x - \underbrace{|1 - x|}_{>0}| = 1 - |x - (1 - x)|$

$= 1 - |x - 1 + x| = 1 - \underbrace{|2x - 1|}_{<0}$

$= 1 - [-(2x - 1)]$

$= 1 + 2x - 1$

$= 2x$ bulunur.

Yanıt A

5. $|x| + |y| = 1$

a) $x \ge 0$ ve $y \ge 0$ için $x + y = 1$

$\Rightarrow y = 1 - x$ doğrusu

b) $x \ge 0$ ve $y < 0$ için $x - y = 1$

$\Rightarrow y = x - 1$ doğrusu

c) $x < 0$ ve $y \ge 0$ için $-x + y = 1$

$\Rightarrow y = x + 1$ doğrusu

d) $x < 0$ ve $y < 0$ için $-x - y = 1$

$\Rightarrow y = -x - 1$ doğrusu

Bu 4 durumun grafikleri çizildiğinde oluşan şeklin bir kare olduğu görülür.

Yanıt E

6. <u>1. yol</u>

Grafikte verilen (0, 1), (1, 0) ve (2, 1) noktalarını seçeneklerde denediğimizde $y = |x - 1|$ fonksiyonunun sağladığını görürüz.

<u>2. yol</u>

$y = |x|$ fonksiyonunun grafiği x– ekseni üzerinde 1 birim sağ tarafa kaydırıldığına göre $y = |x - 1|$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

Yanıt D

7. Şekildeki düzlemsel bölgeyi

$x + y < 1 \ \wedge \ -1 < x + y \ \wedge \ x . y \ge 0$

eşitsizlikleri sağlar.

Yanıt E

8. Grafikte verilen (0, 0), (1, 1) ve (2, 0) noktaları seçeneklerde denenirse

$y = \begin{cases} x^2 & , \ x < 1 \\ 1 & , \ x = 1 \\ |x - 2| & , \ x > 1 \end{cases}$ fonksiyonunu sağladığı

anlaşılır.

Yanıt C

9. $y = x^2 - |x . (x - 1)|$

$= x^2 - |x| . |x - 1|$ ifadesinin kökleri 0 ve 1 dir.

$0 \le x < 1$ için

$y = x^2 - x . (-x + 1) = x^2 + x^2 - x = 2x^2 - x$

$1 \le x < 3$ için

$y = x^2 - x . (x - 1) = x^2 - x^2 + x = x$ bulunur.

[1, 3) aralığındaki en küçük değer

$x = 1$ için $y = 1$ olur.

[0, 1) aralığındaki en küçük değeri bulmak için $y = 2x^2 - x$ parabolünün tepe noktasını bulmak gerekir.

$T\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2.2} = \frac{1}{4}$

$x = \frac{1}{4}$ için $y = 2.\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$ dir.

Fonksiyonun [0, 3] aralığındaki en küçük değeri $-\frac{1}{8}$ dir.

Yanıt D

10. x ekseninin altında kalan kısmın, x eksenine göre simetriği alındığı için

$y = a . (x - 1).(x - (-1))$

$y = a(x - 1)(x + 1)$

olmalıdır.

$x = 0$ için $y = -1$ olduğu için

$-1 = a . (0 - 1) . (0 + 1) \Rightarrow a = 1$ olur.

$y = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$

$y = |x^2 - 1|$ bulunur.

Yanıt A

11. $f(x) = \sqrt{1 - |x|}$

$1 - |x| \ge 0$ olmalıdır.

$\Rightarrow 1 \ge |x|$ → $1 \ge x$; $1 \ge -x \Rightarrow -1 \le x$

Sonuç olarak, $-1 \le x \le 1$ olmalıdır.

Yanıt C

12. $f(x) = |-x^2 + 1|$

1. adım ($y = -x^2$)

2. adım ($y = -x^2 + 1$)

3. adım ($y = |x^2 + 1|$)

x ekseninin altında kalan kısımların, x eksenine göre simetriği alınır.

Yanıt B

BÖLÜM 10

LİMİT VE SÜREKLİLİK

A. Limit

B. Süreklilik

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Limit ve Süreklilik	2	3	4			

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Limit ve Süreklilik																				1										

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Limit ve Süreklilik	1	1		1	1		2	2	2	1	3	2	3	3	2	1	1	1	1	2	2	2

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Limit ve Süreklilik	1	1	1	1	1	1	1	6	5	1	1	1			2

A. Limit

LYS SORULARI

1. **Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu için,**

$\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 1$

$\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 2$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{f(2x-1)+f(5-x)}{f(x^2-1)}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 3 E) 4

(2012-LYS1)

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{2-\sqrt{4-x}}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

(2012-LYS1)

3. $\lim\limits_{x \to 1^+} (x-1).\ln(x^2-1)$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2}$ B) −2 C) 0 D) 1 E) 4

(2012-LYS1)

4. $f(x) = 2x - 1$

$g(x) = \dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{x}$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(g(x))}{x-2}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

(2011-LYS1)

5. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{x^2+1}\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 1 E) 2

(2011-LYS1)

6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x + \arcsin x}{\sin 2x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

(2011-LYS1)

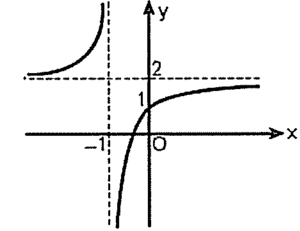
7. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-\sqrt{x}}{\ln x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

(2010-LYS1)

8.



Yukarıdaki şekilde f:R\{−1} → R \ {2} fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

Buna göre,

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) + \lim\limits_{x \to 0} f(x)$

limitlerinin toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 3

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{1-x^2}{|1-x|}$

limitinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

(2009-ÖSS Mat 2)

2. $a_n = (3n-2)\sin\left(\frac{1}{n}\right)$

ile verilen dizi için $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ kaçtır?

A) $\frac{-3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) -1 D) 0 E) 3

(2009-ÖSS Mat 2)

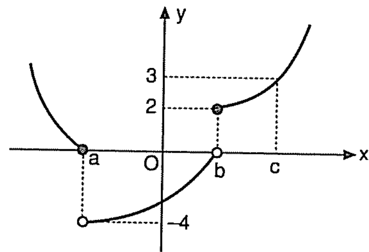
3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right)$

limitinin değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

(2008-ÖSS Mat 2)

4.



Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre,

$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) + \lim\limits_{x\to b^-} f(x) + \lim\limits_{x\to c^+} f(x)$

toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

(2008-ÖSS Mat 2)

5. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{x}$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\sqrt{2}$

(2007-ÖSS Mat 2)

6. R den R ye

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 3 \text{ ise} \\ 3 & , x = 3 \text{ ise} \\ x + a & , x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

ile tanımlanan f fonksiyonunun x = 3 noktasında limitinin olması için a kaç olmalıdır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

(2007-ÖSS Mat 2)

7. $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2}$ olduğuna göre, **$\lim\limits_{x\to\infty} s_n$ kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 0 D) 1 E) 2

(2006-ÖSS Mat 2)

8. $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & , x \neq 0 \text{ ise} \\ 3 & , x = 0 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu için,

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = a$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = b$

olduğuna göre, a – b kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $\lim\limits_{x\to 4}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{4}{x-4}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

(1998-ÖYS)

2. $\lim\limits_{x\to\pi/6} \dfrac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}}$ **değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 0 D) -1 E) $-\sqrt{3}$

(1997-ÖYS)

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) 0 D) -1 E) -2

(1996-ÖYS)

4. m, n gerçel sayılar, $m - 6n = 0$ ve

$$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(2n-10)x^3 + (m-3)x^2 + 2x - 3}{mx^3 - nx^2 + 7x + 5} = 2$$

olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 8 B) 1 C) -1 D) -7 E) -9

(1995-ÖYS)

5. $\lim\limits_{c\to x} \dfrac{16x^2 - 16c^2}{4\sin(x-c)}$ **değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 4 B) 18 C) 8x D) 16x E) 32x

(1995-ÖYS)

6. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2x+5}{2x+3}\right)^{4x-1}$ **değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2 B) 4 C) e^2 D) e^3 E) e^4

(1994-ÖYS)

7. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin^2 x - \frac{1}{2}}{\sin 4x}$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $-\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{8}$

(1994-ÖYS)

8. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3-3x^2}{x^2-3}$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) 3 E) 6

(1994-ÖYS)

9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - 2\sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1}$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(1993-ÖYS)

10. $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(7^{\frac{1}{x}} + 5^x + 1\right)$ **değeri kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(1993-ÖYS)

11. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{\sin(x^2-4)}{x^4-16}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

(1992-ÖYS)

12. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{4}{x^2-4}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

(1992-ÖYS)

13. n elemanlı bir kümenin r-li bütün kombinasyonlarının (kombinazonlarının) sayısı C(n, r) ile gösterildiğine göre

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{C(n,1)C(n,4)}{C(n,2)C(n,3)}$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

(1991-ÖYS)

14. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}} \dfrac{\sin x+\cos x}{\frac{\pi}{3}-x}$ **değeri kaçtır?**

A) 0 B) $\sqrt{3}-1$ C) $\frac{1}{2}(1-\sqrt{3})$

D) $\frac{3}{\pi}(1+\sqrt{3})$ E) $\frac{\pi}{3}$

(1991-ÖYS)

15. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\ell nx}{\sqrt{x^2-1}}$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(1991-ÖYS)

16. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^3-8x+8}{x^4-4x}$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) -1 B) $-\frac{1}{7}$ C) 0 D) $\frac{1}{7}$ E) 1

(1990-ÖYS)

17. $\lim\limits_{x\to64} \dfrac{\sqrt[3]{x}-4}{\sqrt{x}-8}$ **değeri nedir?**

A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

(1989-ÖYS)

18. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x\cos(\pi x)+1}{x-1}$ **değeri nedir?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

(1989-ÖYS)

19. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{2\cos x-1}{\tan x-\sqrt{3}}$ **değeri nedir?**

A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

(1988-ÖYS)

20. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\sin(\pi x)}$ **değeri kaçtır?**

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

(1987-ÖYS)

21. $\lim\limits_{y\to x} \dfrac{y^3-x^3}{y^2-x^2}$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 0 B) $\frac{3}{2}x$ C) $2x$ D) $\frac{2}{3}x$ E) ∞

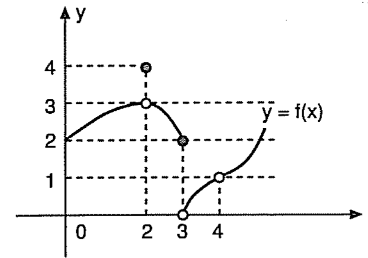
(1987-ÖYS)

22. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{2\sin x-\tan x}{\cos x}$ **limitinin değeri nedir?**

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 0 D) $-\sqrt{3}$ E) $-2\sqrt{3}$

(1985-ÖYS)

23.



f, grafiği yukarıda verilen bir fonksiyondur.
Bu fonksiyonun x in 2, 3, 4 değerlerinden bazıları için var olan limitleri toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(1984-ÖYS)

24. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sin x-\cos a}{\cos x-\sin a}$ **ifadesinin (limitinin) değeri nedir?**

A) tg a B) $-$cot a C) $-$tg a D) -1 E) 1

(1982-ÖYS)

25. $\lim\limits_{\alpha\to1} \dfrac{\sin\pi\alpha}{1-\alpha^2}$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) π D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}}$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\infty$ B) ∞ C) -1 D) 1 E) 0

(1977-ÜSS)

2. $\lim\limits_{a\to x} \dfrac{x^2-a^2}{\sin(2x-2a)}$ **işleminin sonucu nedir?**

A) 1 B) x C) a D) 2a E) $\frac{x}{2}$

(1976-ÜSS)

3. $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\left(3-\sqrt{a-x}\right)}{(x-2)}$ **nin var olabilmesi için a değeri ne olmalıdır?**

A) 12 B) 11 C) 5 D) 3 E) 2

(1975-ÜSS)

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin^2x-\left(\frac{2x}{\pi}\right)^2}{\cos^2x}$ **nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) -2 B) 2 C) -1

D) 1 E) Limiti yoktur

(1975-ÜSS)

5. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 0 B) 1 C) sina

D) cosa E) tga

(1974-ÜSS)

6. $\lim\limits_{x\to1^-} \left(\dfrac{|1-x|}{1-x}+x\right)$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) 2 C) -1 D) -2 E) 0

(1974-ÜSS)

7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x^2 + x\sin 2x}$ **ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) –1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 0 E) 1

(1973-ÜSS)

8. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+|x|}}{x}$ **fonksiyonu veriliyor.** $x \to -\infty$ **için lim f(x) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) –1 C) 0 D) $-\infty$ E) ∞

(1973-ÜSS)

9. $y = \sqrt{\dfrac{x^3}{x-1}}$ **olduğuna göre** $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{y}{x}$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Limit yoktur B) 1 C) –1 D) 0 E) –1 ve 1

(1973-ÜSS)

10. $\dfrac{\text{tg}x - x}{\sin x}$ **in** $x \to 0$ **için limiti nedir?**

A) 1 B) –1 C) 0 D) 2 E) 3

(1973-ÜSS)

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x}$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 0 B) 2 C) 1 D) –2 E) Limiti yoktur

(1973-ÜSS)

12. $x \in (-\infty, 0]$ **olduğuna göre,** $x \to 0$ **için** $\dfrac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}}$ **in limiti nedir?**

A) 0 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

(1973-ÜSS)

13. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \dfrac{x^3 - \frac{1}{8}}{x^2 - \frac{1}{4}}$ **için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

(1972-ÜSS)

14. $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sin 3x}{3x}$ **için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) Limiti yoktur

(1971-ÜSS)

15. $f : [0, 2] - \{1\} \to R$

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \le x \le 1 \\ 2, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ **nedir?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) Limiti yoktur E) Limit bulunamaz.

(1970-ÜSS)

16. $y = \dfrac{\sin x - \sin a}{x - a}$ **fonksiyonunun x = a için limiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sin\frac{a}{2}$ B) cos 2a C) sin 2a D) sin a E) cos a

(1969-ÜSS)

17. $y = \dfrac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x} - 1}$ **fonksiyonunun x = 1 için limiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\infty$ B) –2 C) –1 D) 0 E) 4

(1968-ÜSS)

18. $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3x + \sqrt{4x^2+7x-1}}{x + \sqrt{x^2-x+4}}$ **değeri neye eşittir?**

A) 5 B) 3,5 C) 2,5 D) 1,5 E) 0

(1967-ÜSS)

19. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^5-1}{x-1}$ **değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.D	2.C	3.C	4.E	5.D	6.B
7.A	8.E				

ÖSS

1.A	2.E	3.B	4.B	5.B	6.B
7.A	8.E				

ÖYS

1.E	2.D	3.A	4.D	5.C	6.E
7.A	8.C	9.B	10.E	11.E	12.D
13.C	14.D	15.C	16.C	17.B	18.E
19.C	20.E	21.B	22.C	23.A	24.D
25.E					

ÜSS

1.D	2.B	3.B	4.E	5.D	6.B
7.C	8.B	9.C	10.C	11.B	12.D
13.C	14.A	15.C	16.E	17.D	18.C

A. Limit

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 1$ ve $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = 2$ ise

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{f(\overbrace{2x-1}^{3^+}) + f(\overbrace{5-x}^{3^-})}{f(\underbrace{x^2-1}_{3^+})} = \frac{1+2}{1} = 3 \text{ olur.}$$

Yanıt D

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{2-\sqrt{4-x}} = \dfrac{\sin 0}{2-\sqrt{4-0}} = \dfrac{0}{0}$ dır.

L' Hospital kuralından;

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{2-\sqrt{4-x}} = \lim_{x\to 0} \frac{3.\cos 3x}{-\frac{1}{2\sqrt{4-x}}.(-1)}$$

$$= \frac{3.\cos 0}{-\frac{1}{2\sqrt{4-0}}.(-1)}$$

$$= \frac{3}{\frac{1}{4}}$$

$= 12$ bulunur.

Yanıt C

3. $\lim\limits_{x\to 1^+} (x-1).\ln(x^2-1) = 0.\infty$ olur.

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{\ln(x^2-1)}{\frac{1}{x-1}} = \frac{\infty}{\infty} \text{ dur.}$$

L' Hospital kuralından;

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\frac{1}{x^2-1}.(2x)}{-\frac{1}{(x-1)^2}} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2x}{x^2-1}.\frac{(x-1)^2}{-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2x}{(x-1)(x+1)}.\frac{(x-1)^2}{-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2x(x-1)}{-x-1}$$

$$= \frac{0}{-2}$$

$= 0$ bulunur.

Yanıt C

4. $f(x)=2x-1$ ve $g(x)=\frac{x}{2}-\frac{1}{x}$ ise

$f(g(x))=2.\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{x}\right)-1$

$=x-\frac{2}{x}-1$ olur.

$\lim\limits_{x\to2}\frac{x-\frac{2}{x}-1}{x-2}=\frac{0}{0}$

L' Hospital kuralı uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to2}\frac{1+\frac{2}{x^2}}{1}=1+\frac{2}{4}$

$=1+\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{2}$ bulunur.

Yanıt E

5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2+1}\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2+1}\right).\left(\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2+1}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^2}+2x+\cancel{1}-\cancel{x^2}-\cancel{1}}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}+\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}}$ (0 0 0)

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{x+x}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x}{2x}$

$=1$ bulunur.

Kısa yol

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2+1}\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{x^2}\right)$ (x^2+1 ifadesindeki 1 i atabiliriz.)

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(|x+1|-|x|\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}(x+1-x)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}1$

$=1$ bulunur.

Yanıt D

6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{x+\arcsin x}{\sin 2x}=\frac{0+\arcsin 0}{\sin 0}=\frac{0}{0}$

L' Hospital kuralı uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to0}\frac{1+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{2.\cos 2x}=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{1-0}}}{2.\cos 0}$

$=\frac{1+1}{2.1}$

$=\frac{2}{2}$

$=1$ bulunur.

Yanıt B

7. $\lim\limits_{x\to1}\frac{1-\sqrt{x}}{\ell nx}=\frac{1-\sqrt{1}}{\ell n1}=\frac{0}{0}$ olduğu için L' Hospital kuralından

$\lim\limits_{x\to1}\frac{(1-\sqrt{x})'}{(\ell nx)'}=\lim\limits_{x\to1}\frac{0-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{x}}$

$=\lim\limits_{x\to1}\frac{-x}{2\sqrt{x}}$

$=\frac{-1}{2}$ bulunur.

Yanıt A

8. $x\to-\infty$ için $y\to2$ ve

$x\to0$ için $y\to1$ olduğuna göre,

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)+\lim\limits_{x\to0}f(x)=2+1$

$=3$ olur.

Yanıt E

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{1-x^2}{|1-x|}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{(1-x)(1+x)}{-(1-x)}$

$=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{1+x}{-1}=\frac{1+1}{-1}$

$=-2$ bulunur.

Yanıt A

2. $a_n=(3n-2).\sin\left(\frac{1}{n}\right)$ ifadesi ile

$f(x)=(3x-2).\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ fonksiyonu aynıdır. O hâlde,

$\lim\limits_{x\to\infty}(3x-2).\sin\left(\frac{1}{x}\right)=\infty.0$ belirsizliği

olduğu için $t=\frac{1}{x}$ dönüşümü yapalım.

$t=\frac{1}{x}\Rightarrow x=\frac{1}{t}$ ve $x\to\infty\Rightarrow t\to0$

$\Rightarrow\lim\limits_{t\to0}\left(\frac{3}{t}-2\right).\sin t=\lim\limits_{t\to0}\left(\frac{3-2t}{t}\right).\sin t$

$\Rightarrow\lim\limits_{t\to0}(3-2t).\frac{\sin t}{t}=3-2.0=3$ bulunur. ($\frac{\sin t}{t}\to1$)

Yanıt E

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right).\left(\sqrt{x^2-4x}+x\right)}{\sqrt{x^2-4x}+x}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-4x-x^2}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{4}{x}\right)}+x}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-4x}{|x|\sqrt{1-\frac{4}{x}}+x}$ ($\frac{4}{x}\to0$)

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-4x}{x.1+x}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-4x}{2x}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}(-2)$

$=-2$ olur.

Kısa yol

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+4}-x\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{(x-2)^2}-x\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(|x-2|-x\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\cancel{x}-2-\cancel{x}\right)$

$=\lim\limits_{x\to\infty}(-2)$

$=-2$ olur.

Yanıt B

4. $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=-4\\ \lim\limits_{x\to b^-}f(x)=0\\ \lim\limits_{x\to c^+}f(x)=3\end{array}\right\}-4+0+3=-1$ olur.

Yanıt B

5. $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1-\cos\sqrt{x}}{x}=\frac{1-\cos\sqrt{0}}{0}$

$=\frac{1-1}{0}$

$=\frac{0}{0}$ belirsiz

L'Hospital kuralı uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1-\cos\sqrt{x}}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\sin\sqrt{x}.\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1}$

$=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ ($\to1$)

$=\frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt B

6. $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<3 \text{ ise}\\ 3, & x=3 \text{ ise}\\ x+a, & x>3 \text{ ise}\end{cases}$

ile tanımlanan f fonksiyonunun x = 3 noktasında limitinin olması için,

$\lim\limits_{x\to3^-}f(x)=\lim\limits_{x\to3^+}f(x)$ olmalıdır,

Buna göre $3^2=3+a$ ise a = 6 dır.

Yanıt B

7. $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2} = \frac{1}{n^2} \cdot \sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{n^2+n}{2n^2}$ dir. O hâlde,

$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} (\frac{n^2+n}{2n^2}) = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2(1+\frac{1}{n})}{2n^2}$

$= \frac{1}{2}$ elde edilir.

Yanıt A

8. $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 3, & x = 0 \end{cases}$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{x} = 1 = a$ ve

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{|x|}{x} = -1 = b$ olur.

Bu durumda

$a - b = 1 - (-1) = 2$ bulunur.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim_{x\to 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right)$

$= \lim_{x\to 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right)$
$(\sqrt{x}+2)$

$= \lim_{x\to 4} \left(\frac{\sqrt{x}+2-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) = \lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$= \lim_{x\to 4} \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) = \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{4}$ olur.

Yanıt E

2. $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}} = \frac{\sin\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}$

$= -\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} = -1$ bulunur.

Yanıt D

3. $\lim_{x\to\infty} x.\ln(1+\frac{3}{x}) = \lim_{x\to\infty} (\frac{\ln(1+\frac{3}{x})}{\frac{1}{x}}) = \frac{0}{0}$

belirsizliği olduğu için L′ Hospital kuralı uygulanır.

$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{1+\frac{3}{x}} \cdot (-\frac{3}{x^2})}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} (\frac{3}{1+\frac{3}{x}})$

$= \frac{3}{1+0} = 3$ bulunur.

Yanıt A

4. $\lim_{x\to+\infty} \frac{(2n-10)x^3 + (m-3)x^2 + 2x - 3}{mx^3 - nx^2 + 7x + 5} = 2$

ise $\frac{2n-10}{m} = 2$ olmalıdır.

$2n - 10 = 2m \Rightarrow n - 5 = m$

ve $m - 6n = 0$ olduğu için

$n - m = 5$ $m = 6n$
$+\ m - 6n = 0$ $m = 6 . (-1)$
$-5n = 5$ $\boxed{m = -6}$
$\boxed{n = -1}$

$m + n = -6 - 1 = -7$ olur.

Yanıt D

5. $\lim_{c\to x} \frac{16x^2 - 16c^2}{4 . \sin(x-c)} = \frac{16x^2 - 16x^2}{4\sin(x-x)} = \frac{0}{0}$

L′ Hospital kuralından,

$\lim_{c\to x} \frac{-32c}{-4\cos(x-c)} = \lim_{c\to x} \frac{8c}{\cos(x-c)}$

$= \frac{8x}{\cos(x-x)} = \frac{8x}{\cos 0} = \frac{8x}{1} = 8x$ olur.

Yanıt C

6. $\lim_{x\to+\infty} (\frac{2x+5}{2x+3})^{4x-1} = \lim_{x\to\infty} (\frac{2x+3+2}{2x+3})^{4x-1}$

$= \lim_{x\to\infty} (1 + \frac{2}{2x+3})^{4x-1} = e^{\frac{2.4}{2}} = e^4$ bulunur.

Yanıt E

7. $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \frac{1}{2}}{\sin 4x} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}}{\sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{0}{0}$ olur.

L′ Hospital kuralından,

$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{2\sin x . \cos x}{4\cos 4x} = \frac{\sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{4}}{2.\cos(4 \cdot \frac{\pi}{4})}$

$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{2 . \cos\pi} = \frac{\frac{1}{2}}{2 . (-1)} = \frac{-1}{4}$ bulunur.

Yanıt A

8. $\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 3} = \frac{3^3 - 3 . 3^2}{3^2 - 3} = \frac{27-27}{9-3} = \frac{0}{6}$

$= 0$ bulunur.

Yanıt C

9. $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 2\sin x - 1}{\cos 2x + \sin 2x - 1} = \frac{0}{0}$ dır.

L′ Hospital kuralını uygulayalım.

$\lim_{x\to 0} \frac{-\sin x - 2\cos x}{-2\sin 2x + 2\cos 2x} = \frac{-\sin 0 - 2\cos 0}{-2\sin 0 + 2\cos 0}$

$= \frac{-2 . 1}{2 . 1} = -1$ bulunur.

Yanıt B

10. $\lim_{x\to-\infty} (7^{\frac{1}{x}} + 5^x + 1) = 7^0 + 0 + 1 = 2$ dir.

$(5^{-\infty} = \frac{1}{5^{+\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$ ve $7^{\frac{1}{-\infty}} = 7^0 = 1$ olduğu

için)

Yanıt E

11. $\lim_{x\to 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x^4-16} = \lim_{x\to 2} \frac{\sin(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+4)}$ (→ 1)

$= \lim_{x\to 2} \frac{1}{x^2+4} = \frac{1}{2^2+4} = \frac{1}{8}$ olur.

Bilgi: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ dir.

Yanıt E

12. $\lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x-2)(x+2)} \right)$
$(x+2)$

$= \lim_{x\to 2} \frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$

$= \lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x+2} \right) = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$ bulunur.

Yanıt D

13. $\frac{C(n,1)\,.\,C(n,4)}{C(n,2)\,.\,C(n,3)} = \frac{\frac{n}{1}\cdot\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4.3.2.1}}{\frac{n.(n-1)}{2.1}\cdot\frac{n(n-1)(n-2)}{3.2.1}}$

$= \frac{n-3}{4}\cdot\frac{2}{n-1} = \frac{n-3}{2n-2}$

$\lim_{x\to\infty}\frac{n-3}{2n-2} = \lim_{x\to\infty}\frac{n(1-\frac{3}{n})}{n(2-\frac{2}{n})} = \frac{1}{2}$ olur.

Yanıt C

14. $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\sin x+\cos x}{\frac{\pi}{3}-x} = \frac{\sin\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}}$

$= \frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}\cdot\frac{6}{\pi} = \frac{3(\sqrt{3}+1)}{\pi}$ olur.

Yanıt D

15. $\lim_{x\to1}\frac{\ell nx}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\ell n1}{\sqrt{1-1}} = \frac{0}{0}$

L' Hospital kuralını uygulayalım.

$\lim_{x\to1}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2x}{2\sqrt{x^2-1}}} = \lim_{x\to1}\frac{1}{x}\cdot\frac{-\sqrt{x^2-1}}{x}$

$= \lim_{x\to1}\frac{-\sqrt{x^2-1}}{x^2} = \frac{-\sqrt{1-1}}{1} = \frac{0}{1} = 0$ olur.

Yanıt C

16. $\lim_{x\to2}\frac{x^3-8x+8}{x^4-4x} = \frac{2^3-8.2+8}{2^4-4.2}$

$= \frac{0}{8} = 0$ bulunur.

Yanıt C

17. **1. yol**

$\lim_{x\to64}\frac{\sqrt[3]{x}-4}{\sqrt{x}-8} = \frac{\sqrt[3]{64}-4}{\sqrt{64}-8} = \frac{4-4}{8-8} = \frac{0}{0}$

$\sqrt[6]{x} = k$ olsun. O hâlde,

$\sqrt[3]{x} = k^2$ ve $\sqrt{x} = k^3$ olur.

$x \to 64$ ise $\sqrt[6]{64} = 2$ olduğu için $k \to 2$ olur.

$\lim_{x\to2}\frac{k^2-4}{k^3-8} = \lim_{x\to2}\frac{(k-2)(k+2)}{(k-2)(k^2+2k+4)}$

$\lim_{x\to2}\frac{k+2}{k^2+2k+4} = \frac{2+2}{2^2+2.2+4} = \frac{1}{3}$ bulunur.

2. yol

L´ Hospital kuralından

$\lim_{x\to64}\frac{x^{1/3}-4}{x^{1/2}-8} = \lim_{x\to64}\frac{1/3.x^{-2/3}}{1/3.x^{-1/2}} = \lim_{x\to64}\frac{2}{3}.x^{-2/3+1/2} = \lim_{x\to64}\frac{2}{3}.x^{-1/6}$

$= \frac{2}{3}.(64)^{-1/6}$

$= \frac{2}{3}.(2^6)^{-1/6}$

$= \frac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt B

18. $\lim_{x\to1}\frac{x\,.\cos(\pi x)+1}{x-1} = \frac{1.\cos\pi+1}{1-1} = \frac{0}{0}$

L' Hospital kuralını uygulayalım.

$\lim_{x\to1}\frac{1.\cos(\pi x)-\pi x\,.\,\sin\pi x}{1}$

$= \cos\pi - \pi\,.\,1\,.\,\sin\pi$

$= -1 - \pi\,.\,0$

$= -1$ bulunur.

Yanıt E

19. $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{2\cos x-1}{\tan x-\sqrt{3}} = \frac{2\cos\frac{\pi}{3}-1}{\tan\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}} = \frac{0}{0}$

L' Hospital kuralını uygulayalım.

$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{-2\sin x}{\sec^2 x} = \frac{-2\sin\frac{\pi}{3}}{\sec^2\frac{\pi}{3}} = \frac{-2\,.\,\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{3}}}$

$= \frac{-\sqrt{3}}{\frac{1}{\frac{1}{4}}} = \frac{-\sqrt{3}}{4}$ bulunur.

Yanıt C

20. $\lim_{x\to1}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\sin(\pi x)} = \frac{\cos\frac{\pi}{2}}{\sin\pi} = \frac{0}{0}$

L' Hospital kuralını uygulayalım.

$\lim_{x\to1}\frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right).\frac{\pi}{2}}{\cos(\pi x)\,.\,\pi} = \frac{-\sin\frac{\pi}{2}\,.\,\frac{\pi}{2}}{\cos\pi\,.\,\pi}$

$= \frac{-1.\frac{\pi}{2}}{-1.\pi} = \frac{1}{2}$ olur.

Yanıt E

21. **1. yol**

$\lim_{y\to x}\frac{y^3-x^3}{y^2-x^2} = \frac{x^3-x^3}{x^2-x^2} = \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

Çarpanlara ayıralım.

$\lim_{y\to x}\frac{(y-x)(y^2+yx+x^2)}{(y-x)(y+x)} = \frac{x^2+x\,.\,x+x^2}{x+x}$

$= \frac{3x^2}{2x} = \frac{3x}{2}$ bulunur.

2. yol

L´ Hospital kuralından

$\lim_{y\to x}\frac{3y^2}{2y} = \lim_{y\to x}\frac{3y}{2} = \frac{3x}{2}$ bulunur.

Yanıt B

22. $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{2\sin x-\tan x}{\cos x} = \frac{2\sin\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}$

$= \frac{2\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$ olur.

Yanıt C

23. $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to2^+}f(x)=3\\ \lim_{x\to2^-}f(x)=3\end{array}\right\}\ \lim_{x\to2}f(x)=3$

$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to3^+}f(x)=0\\ \lim_{x\to3^-}f(x)=2\end{array}\right\}$ limit yoktur.

$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to4^+}f(x)=1\\ \lim_{x\to4^-}f(x)=1\end{array}\right\}\ \lim_{x\to4}f(x)=1$

$3 + 1 = 4$ bulunur.

Yanıt A

24. $\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\cos a}{\cos x-\sin a} = \lim_{x\to a}\frac{-(\cos a-\sin x)}{\cos x-\sin a}$

$= \frac{-(\cos a-\sin a)}{\cos a-\sin a} = -1$

Yanıt D

25. $\lim_{\alpha\to1}\frac{\sin\pi\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\sin\pi}{1-1} = \frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital kuralını uygulayalım.

$\lim_{\alpha\to1}\frac{(\sin\pi\alpha)'}{(1-\alpha^2)'} = \lim_{\alpha\to1}\frac{\cos\pi\alpha\,.\,\pi}{-2\alpha}$

$= \frac{\cos\pi\,.\,\pi}{-2\,.\,1} = \frac{-\pi}{-2} = \frac{\pi}{2}$ olur.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3^x-\frac{1}{3^x}}{3^x+\frac{1}{3^x}} = 1$ olur. $\left(\frac{1}{3^x}\to 0\right)$

Yanıt D

2. 1. yol

$\lim\limits_{a\to x} \dfrac{x^2-a^2}{\sin(2x-2a)} = \dfrac{x^2-x^2}{\sin(2x-2x)} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralını uygulayalım;

$\lim\limits_{a\to x} \dfrac{-2a}{\cos(2x-2a)\,.\,(-2)}$

$= \lim\limits_{a\to x} \dfrac{a}{\cos(2x-2a)} = \dfrac{x}{\cos(2x-2x)} = \dfrac{x}{1} = x$

2. yol

$\lim\limits_{a\to x} \dfrac{x^2-a^2}{\sin(2x-2a)} = \lim\limits_{a\to x} \dfrac{(x-a)(x+a)}{\sin[2(x-a)]}$

$= \lim\limits_{a\to x} \dfrac{\frac{2(x-a)(x+a)}{2}}{\sin[2(x-a)]}$

$= \underbrace{\lim\limits_{a\to x} \dfrac{2(x-a)}{\sin(2(x-a))}}_{1} \cdot \lim\limits_{a\to x} \dfrac{x+a}{2} = 1 \cdot \dfrac{x+x}{2} = x$ olur.

($\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x} = 1$ olduğu için)

Yanıt B

3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3-\sqrt{a-x}}{x-2}$ ifadesinin paydası x = 2 de sıfır olmaktadır. Limitin olması için x = 2 de payında sıfır olması gerekir.

$3-\sqrt{a-2} = 0$

$\Rightarrow 3 = \sqrt{a-2}$

$\Rightarrow 9 = a-2$

$\Rightarrow a = 11$ olmalıdır.

Yanıt B

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin^2 x-\left(\frac{2x}{\pi}\right)^2}{\cos^2 x} = \dfrac{1-1}{0} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralını uygulayalım;

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{2\sin x\,.\,\cos x-\frac{8x}{\pi^2}}{-2\cos x\,.\,\sin x}$

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 2x-\frac{8x}{\pi^2}}{-\sin 2x} = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\frac{8x}{\pi^2}-\sin 2x}{\sin 2x}$

$x = \dfrac{\pi}{2}$ de payda sıfır olduğu için sağdan ve soldan limitlere bakalım;

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \dfrac{\frac{8x}{\pi^2}-\sin 2x}{\sin 2x} = \dfrac{\frac{8\,.\,\frac{\pi}{2}}{\pi^2}-0^+}{0^+} = \dfrac{\frac{4}{\pi}}{0^+} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \dfrac{\frac{8x}{\pi^2}-\sin 2x}{\sin 2x} = \dfrac{\frac{8\,.\,\frac{\pi}{2}}{\pi^2}-0^-}{0^-} = \dfrac{\frac{4}{\pi}}{0^-} = -\infty$

Sağdan ve soldan limitler farklı olduğu için limit yoktur.

Yanıt E

5. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sin x-\sin a}{x-a} = \dfrac{\sin a-\sin a}{a-a} = \dfrac{0}{0}$

belirsizliği olduğu için L'Hospital kuralı uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\cos x}{1} = \cos a$ elde edilir.

Yanıt D

6. $\lim\limits_{x\to 1^-} \left(\dfrac{|1-x|}{1-x}+x\right) = \lim\limits_{x\to 1^-} \left(\dfrac{1-x}{1-x}+x\right)$

$= \lim\limits_{x\to 1^-} (1+x) = 1+1 = 2$ olur.

Yanıt B

7. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1-\cos 2x}{x^2+x\,.\,\sin 2x}\right) = \dfrac{1-\cos 0}{0+0\,.\,\sin 0} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralından,

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sin 2x}{2x+\sin 2x+2x\cos 2x} = \dfrac{2\,.\,0}{0+(0+0)} = \dfrac{0}{0}$

Yine L' Hospital kuralını uygularsak,

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4\cos 2x}{2+2\cos 2x+2\cos 2x-4x\sin 2x}$

$= \dfrac{4\,.\,1}{2+2+2-0} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$ bulunur.

Yanıt C

8. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+|x|}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-x}}{-\sqrt{x^2}}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \left(-\sqrt{\dfrac{x^2-x}{x^2}}\right) = -\sqrt{1} = -1$ olur.

Yanıt B

9. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{y}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{\frac{-x^3}{-x-1}}}{-x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{\frac{x^3}{x+1}}}{-\sqrt{x^2}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(-\sqrt{\dfrac{\frac{x^3}{x+1}}{x^2}}\right)$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \left(-\sqrt{\dfrac{x^3}{x+1}\cdot\dfrac{1}{x^2}}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(-\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}\right)$

$= -\sqrt{1} = -1$ bulunur.

Yanıt C

10. 1. yol

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{tg}x-x}{\sin x} = \dfrac{\text{tg}0-0}{\sin 0} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralından

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sec^2 x-1}{\cos x} = \dfrac{\sec^2 0-1}{\cos 0} = \dfrac{1-1}{1} = 0$

2.yol

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{tg}x-x}{\sin x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{\sin x} - \underbrace{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x}}_{1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x} - 1$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{\cos x} - 1 = 1-1 = 0$ olur.

Yanıt C

11. 1. yol

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x} = \dfrac{0}{1-1} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralından,

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{\sin x} = \dfrac{2\,.\,0}{\sin 0} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralını tekrar uygulayalım;

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2}{\cos x} = \dfrac{2}{\cos 0} = \dfrac{2}{1} = 2$ olur.

2. yol

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x}$ (cos2x = 1 – 2 sin² x özdeşliğinden yararlanarak)

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-(1-2\sin^2\frac{x}{2})} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{2}\cdot 4}{2\cdot\sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}} = \dfrac{1.1.4}{2} = 2$ olur.

Bilgi: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin x} = 1$ dir.

Yanıt B

12. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}} = \dfrac{1}{3+0} = \dfrac{1}{3}$ olur.

$(x \to 0^-,\ \dfrac{1}{x} \to -\infty,\ 2^{\frac{1}{x}} \to 0$ olduğu için$)$

Yanıt D

13. 1. yol

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x^3-\frac{1}{8}}{x^2-\frac{1}{4}} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{(x-\frac{1}{2})(x^2+\frac{x}{2}+\frac{1}{4})}{(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

2. yol

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x^3-\frac{1}{8}}{x^2-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{8}-\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}} = \frac{0}{0}$$

L' Hospital kuralından,

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{3x^2}{2x} = \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{3x}{2} = \frac{3\cdot\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Yanıt C

14. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin 3x}{3x}$

$-1 \le \sin x \le +1$ olduğu için $(\forall x \in R)$

$-1 \le \sin 3x \le 1$ dir.

$\dfrac{-1}{3x} \le \dfrac{\sin 3x}{3x} \le \dfrac{1}{3x}$

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{-1}{3x}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{3x} = 0$ olduğu için

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin 3x}{3x} = 0$ olur.

Yanıt A

15. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (2) = 2$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} (2x) = 2$

Sağdan ve soldan limitler eşit olduğu için

$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$ olur.

Yanıt C

16. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sin x - \sin a}{x-a} = \dfrac{\sin a - \sin a}{a-a} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralından,

$\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\cos x}{1} = \cos a$ bulunur.

Yanıt E

17. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{\sqrt{4}-\sqrt{4}}{\sqrt{1}-1} = \dfrac{0}{0}$

Paydaki ifadenin eşleniği ile çarpıp bölelim;

$$\lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}{\sqrt{x}-1\,.\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x+3-3x-1}{\sqrt{x}-1\,.\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{-2(x-1)}{\sqrt{x}-1\,.\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}$$

Pay ve paydayı $\sqrt{x}-1$ ile çarpalım:

$$= \lim_{x\to 1} \frac{-2(x-1)\sqrt{x}-1}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{-2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}}$$

$$= \frac{-2\sqrt{1}-1}{\sqrt{1+3}+\sqrt{3+1}} = \frac{0}{4} = 0 \text{ olur.}$$

Yanıt D

18. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x+\sqrt{4x^2+7x+1}}{x+\sqrt{x^2-x+4}}$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x+\sqrt{4x^2\left(1+\frac{7}{4x}+\frac{1}{4x^2}\right)}}{x+\sqrt{x^2\left(1-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{3x+2x.\sqrt{1+\frac{7}{4x}+\frac{1}{4x^2}}}{x+x.\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2} = 2{,}5 \text{ olur.}$$

Yanıt C

19. 1. yol

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^5-1}{x-1} = \dfrac{1^5-1}{1-1} = \dfrac{0}{0}$

L' Hospital kuralından,

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{5x^4}{1} = 5\,.\,1^4 = 5$ bulunur.

2. yol

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^4+x^3+x^2+x+1)}{\cancel{x-1}}$

$= 1^4+1^3+1^2+1+1 = 5$ bulunur.

Yanıt A

B. Süreklilik

LYS SORUSU

1. $f(x) = \begin{cases} 1, & x \le 1 \text{ ise,} \\ x^2+ax+b, & 1 < x < 3 \text{ ise,} \\ 5, & x \ge 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

A) –4 B) –1 C) 2 D) 3 E) 5

(2012-LYS1)

ÖYS SORULARI

1. $f(x) = \begin{cases} mx+n & x > 1 \text{ ise} \\ 5 & x = 1 \text{ ise} \\ x^2+m & x < 1 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu R de sürekli olduğuna göre n kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 6 E) 7

(1993-ÖYS)

2. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{3} &, x > -1 \text{ ise} \\ \dfrac{1}{x^2-4} &, x \le -1 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu hangi x değerinde süreksizdir?

A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

(1988-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $f(x) = \begin{cases} x+1 &, x \le 1 \\ 3-ax^2 &, 1 < x \end{cases}$ **fonksiyonunun sürekli bir fonksiyon olması için a nın değeri ne olmalıdır?**

A) 2 B) 1 C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

(1980-ÜSS)

2. **Aşağıdakilerden hangisi x = 2 de sürekli değildir?**

A) $y = \begin{cases} x^2 & , x < 2 \\ 2x & , x = 2 \\ 4 & , x > 2 \end{cases}$ B) $y = \begin{cases} x+1 & , x > 2 \\ x^2-1 & , x < 2 \end{cases}$

C) $y = \begin{cases} 2x-1 & , x > 2 \\ |x^2-1| & , x \le 2 \end{cases}$ D) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

E) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

(1975-ÜSS)

3. $f(x) = \dfrac{|x^2-4|}{x^2-4} + \dfrac{1}{x^2-1}$ **fonksiyonu, aşağıdaki noktalardan hangisinde süreklidir?**

A) 2 B) –2 C) 1 D) 0 E) –1

(1974-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS
1.A

ÖYS
1.C 2.D

ÜSS
1.B 2.B 3.D

B. Süreklilik

LYS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $f(x) = \begin{cases} 1, & x \le 1 \\ x^2 + ax + b, & 1 < x < 3 \\ 5, & x \ge 3 \end{cases}$

f fonksiyonu x = 1 ve x = 3 için sürekli olduğuna göre,

x = 1 için $\lim\limits_{x \to 1^-} 1 = \lim\limits_{x \to 1^+} (x^2 + ax + b)$

$\Rightarrow \quad 1 = 1 + a + b$

$\Rightarrow \quad a + b = 0$ dır.

x = 3 için $\lim\limits_{x \to 3^+} 5 = \lim\limits_{x \to 3^-} (x^2 + ax + b)$

$\Rightarrow \quad 5 = 9 + 3a + b$

$\Rightarrow \quad 3a + b = -4$ tür.

$3a + b = -4$
$-\ a + b = 0$

$2a = -4 \Rightarrow a = -2$ ve $b = 2$ dir.

$a - b = -2 - 2$
$= -4$ bulunur.

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = \begin{cases} mx+n & , x > 1 \\ 5 & , x = 1 \\ x^2+m & , x < 1 \end{cases}$

f(x), reel sayılarda sürekli ise x = 1 de de sürekli olmalıdır.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} f(x) = f(1)$ olmalıdır.

$\lim\limits_{x\to1^+} (mx+n) = m+n$

$\lim\limits_{x\to1^-} (x^2+m) = 1+m$

f(1) = 5 ise

$1 + m = 5 \Rightarrow m = 4$

$m + n = 5 \Rightarrow 4 + n = 5 \Rightarrow n = 1$ bulunur.

Yanıt C

2. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{3}, & x > -1 \\ \dfrac{1}{x^2-4}, & x \le -1 \end{cases}$

fonksiyonunun kritik değerleri –1, –2, 2 dir.

$\lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{x}{3} = -\dfrac{1}{3}$

$\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{1}{x^2-4} = -\dfrac{1}{3}$

$f(-1) = -\dfrac{1}{3}$

x = –1 değerinde fonksiyon süreklidir.

$\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{x}{3} = \lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{x}{3} = f(2) = \dfrac{2}{3}$

olduğu için x = 2 de süreklidir.

$\lim\limits_{x\to-2^-} \dfrac{1}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to-2^+} \dfrac{1}{x^2-4}$ ancak f(–2) değeri tanımsız olduğu için x = –2 de sürekli değildir.

Yanıt D

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = \begin{cases} x+1 & , x \le 1 \\ 3-ax^2 & , x > 1 \end{cases}$

fonksiyonunun sürekli olması için

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} f(x) = f(1)$ olmalıdır.

$\lim\limits_{x\to1^+} (3-ax^2) = 3-a$

$\lim\limits_{x\to1^-} (x+1) = 1+1 = 2$

ve $3 - a = 2$

$\Rightarrow a = 1$ olmalıdır.

Yanıt B

2. $y = \begin{cases} x+1 & , x > 2 \\ x^2-1 & , x < 2 \end{cases}$

fonksiyonu x = 2 deki sağdan ve soldan limitleri eşit olmasına rağmen x = 2 de tanımlı olmadığı için sürekli değildir.

Yanıt B

3. $f(x) = \dfrac{|x^2-4|}{x^2-4} + \dfrac{1}{x^2-1}$ fonksiyonu x = 0 da süreklidir.

$\lim\limits_{x\to0^+} \left(\dfrac{-(x^2-4)}{x^2-4} + \dfrac{1}{x^2-1} \right) = -1 + \dfrac{1}{-1} = -2$

$\lim\limits_{x\to0^-} \left(\dfrac{-(x^2-4)}{x^2-4} + \dfrac{1}{x^2-1} \right) = -1 + \dfrac{1}{-1} = -2$

ve $f(0) = \dfrac{|-4|}{-4} + \dfrac{1}{0-1} = -1 - 1 = -2$ dir.

Yanıt D

BÖLÜM 11

TÜREV

A. Türev Alma Kuralları

B. Türev Yardımıyla Teğet-Normal Denklemlerini Bulma

C. Türevin Polinomlara Uygulanması

D. Türevle Artan ve Azalan Fonksiyonları Bulma

E. Maksimum-Minimum Problemleri

F. Türevle Grafik Çizimi ve Asimptot Bulma

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	Türev	7	4	5			

		YILLAR																												
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Türev															1				1	1										

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Türev	4	3	6	3	5	3	2	2	3	7	2	3	5	2	3	6	3	5	4	4	3	2

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Türev	1	4	3	4	4	3	1	10	5	4	6	3	4	1	1

A. Türev Alma Kuralları

LYS SORULARI

1. $f(2x+5) = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

eşitliği ile verilen f fonksiyonu için f'(6) değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) π D) 2π E) 3π

(2012-LYS1)

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$f(g(x)) = x^2 + 4x - 1$

$g(x) = x + a$

$f'(0) = 1$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) −2 B) $\frac{-1}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 3

(2012-LYS1)

3. $f(x) = \sin^2(3x^2 + 2x + 1)$

olduğuna göre, f'(0) değeri kaçtır?

A) 2cos2 B) 2cos3 C) 6sin1 D) 4sin2 E) 2sin2

(2011-LYS1)

4. $f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

A) e B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 2

(2010-LYS1)

5. Türevlenebilir bir f : R → R fonksiyonu için

$f'(x) = 2x^2 - 1$

$f(2) = 4$

olduğuna göre, $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ **limitinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $f(x) = \left[1 + \left(x + x^2\right)^3\right]^4$

olduğuna göre, f′(x) türev fonksiyonunun x=1 deki değeri kaçtır?

A) $2^3 . 3^5$ B) $2^3 . 3^7$ C) $2^4 . 3^6$ D) $2^4 . 3^8$ E) $2^5 . 3^{10}$

(2009-ÖSS Mat 2)

2. $\frac{\pi}{4}$ **noktasında türevlenebilir bir f fonksiyonu için**

$2f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2008-ÖSS Mat 2)

3. Gerçel sayılar kümesi üzerinde, tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için

$f(x + y) = f(x) + f(y) + xy$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(h)}{h} = 3$

olduğuna göre, f′(1) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2007-ÖSS Mat 2)

4. **Gerçel sayılar kümesi üzerinde, tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonu için f(0) = f′(0)= 4 olduğuna göre,**

$g(x) = f(x \cdot f(x))$

ile tanımlanan g fonksiyonu için g′(0) kaçtır?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

(2007-ÖSS Mat 2)

5. $f : R \to R$ her noktada türevli bir fonksiyon ve $f'(1) = 3$ olduğuna göre,

$\lim_{h \to 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h}$ **kaçtır?**

A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. **$0 < y < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere, $y = \arcsin \frac{x}{x^2+1}$ fonksiyonunun x = 1 noktasındaki türevinin değeri kaçtır?** ($\arcsin\theta = \sin^{-1}\theta$)

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

(1998-ÖYS)

2. $3y - 3yx - 2x = 0$ **olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{3y-2}{3-y}$ B) $\frac{3y+2}{3-3x}$ C) $\frac{x-2}{3+x}$

D) $\frac{3x+2}{3y}$ E) $\frac{3x-2}{1-3y}$

(1997-ÖYS)

3. $f(x) = e^{\tan x}$ olduğuna göre,

$$\lim_{x \to \pi/4} \frac{f(x) - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x - \frac{\pi}{4}}$$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-e^{-\frac{3}{2}}$ B) $\frac{1}{3}e^{-1}$ C) $-e^{-1}$ D) 2e E) $3e^2$

(1996-ÖYS)

4. $x = 6\sin 3t$

$y = 6\cos^2 3t$

denklemi ile verilen y = f(x) fonksiyonunun x=3 apsisli noktadaki türevinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

(1995-ÖYS)

5. $f(x) = \ell n(3^{\cos 5x})$ olduğuna göre, $f'\left(\frac{3\pi}{10}\right)$ **kaçtır?**

A) $2\ell n3$ B) $5\ell n3$ C) $\ell n5$ D) $2\ell n5$ E) $\ell n15$

(1995-ÖYS)

6. $f(x) = \ell n(3x - 1)$

olduğuna göre, **$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0)$ kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(1994-ÖYS)

7. $f(x) = 2x^2 + 3$ olduğuna göre $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ **değeri kaçtır?**

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(1993-ÖYS)

8. $f(3x - 5) = 2x^2 + x - 1$

olduğuna göre **f′(1) + f(1) kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

(1993-ÖYS)

9. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 18 sin 6x B) 18 cos 6x

C) 6(sin 3x + cos 3x) D) 6(sin 3x – cos 3x)

E) $6\cos^2 3x$

(1992-ÖYS)

10. $\frac{d}{dx}(\ell n(\cos x))$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) –tan x B) –sec x C) –cot x

D) $-\frac{1}{\sin x}$ E) $\frac{1}{\cos x}$

(1992-ÖYS)

11. $f(x) = (x-1)^2(2x-t)$

$f''(0) = 0$

olduğuna göre, **t kaçtır?**

A) 4 B) 2 C) 0 D) –2 E) –4

(1991-ÖYS)

12. $e^{-x}\frac{d^2}{dx^2}(x^3e^x)$ **in kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^3 + 3x^2 + 3x$ B) $x^3 + 3x^2 + 6x$

C) $x^3 + 3x^2 + 9x$ D) $x^3 + 6x^2 + 6x$

E) $x^3 + 9x^2 + 3x$

(1990-ÖYS)

13. y = f(x) fonksiyonu $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ olarak tanımlı olduğuna göre **f′(2) değeri kaçtır?**

A) $-\frac{3}{2}$ B) –1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

(1989-ÖYS)

14. $f(x) : R \to R$, $f(x) = |2 - x| + 2$ olduğuna göre, **f(1) + f′(3) ün değeri nedir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(1988-ÖYS)

15. $0 < a < b$ ve $\forall x \in [a, b]$ için $f'(x) > 0$ olduğuna göre **$\forall x \in (a, b)$ için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

A) f(x) = f(b) B) f(x) > f(b) C) f(x) < 0

D) f(x) > 0 E) f(x) > f(a)

(1986-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $f(x) = |x^3 - 8| - x^2$ olduğuna göre, **f″ (–1) in değeri nedir?**

A) –8 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

(1978-ÜSS)

2. $f(x) = \cos x$ fonksiyonu $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığı veriliyor.

$f'(u) = \frac{f(\frac{\pi}{2}) - f(0)}{\frac{\pi}{2}}$ **şartını sağlayan u sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\arccos\frac{\pi}{2}$ B) $-\arccos\frac{2}{\pi}$ C) $\arccos\frac{2}{\pi}$

D) $\arcsin\frac{2}{\pi}$ E) $-\arcsin\frac{2}{\pi}$

(1977-ÜSS)

3. a, b, c reel sayıları arasında a < b < c bağıntısı olup, $f : R \to R$; $f : x \to [(x-a)(x-b)(x-c)]$ fonksiyonunun x değişkenine göre türevi f′(x) dir.

Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

A) f′(a) > 0 B) f″(a) < 0 C) f′(c) > 0

D) f″(c) < 0 E) f′(b) < 0

(1976-ÜSS)

4. $\left.\begin{aligned} x &= t^3 + 3t \\ y &= t^3 - 3t \end{aligned}\right\}$ **olursa, t = 1 için $\frac{d^2y}{dx^2}$ nin değeri ne olur?**

A) –1 B) 0 C) $\frac{1}{6}$ D) 1 E) 6

(1975-ÜSS)

5. $f(x) = \text{tg}\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right)$ ise, $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ **ün değeri ne olur?**

A) $-\pi\sqrt{3}$ B) $-\pi\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\pi\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\pi\sqrt{3}$ E) $2\pi\sqrt{3}$

(1975-ÜSS)

6. **$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 7)$ fonksiyonunun türevi hangisidir?**

A) $2x - 2$ B) $\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 7)$

C) $\frac{2}{2x-2}$ D) $\frac{2}{x^2 - 2x + 7}$

E) $\frac{2x-2}{x^2 - 2x + 7}$

(1974-ÜSS)

7. **$y = \cos^3 3x$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y' = \sin 3x$
B) $y' = -9 \sin 3x . \cos^2 3x$
C) $y' = 9 \sin^2 3x . \cos x$
D) $y' = -9 \sin^2 3x . \cos 3x$
E) $y' = -9 \sin^2 3x$

(1973-ÜSS)

8. **$y = \sin^2 x^3$ ün türevi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x^2 \sin^2 x^2$ B) $6x^2 \sin^2 x^2$
C) $2 \sin x^3 . 3x^2$ D) $3 \sin^2 x^2$
E) $3x^2 \sin 2x^3$

(1973-ÜSS)

9. **$f : x \to f(x) = |\sin x|$ fonksiyonunun $x = 0$ için türevi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) −1
C) 0 D) ±1
E) x = 0 için türev yoktur.

(1973-ÜSS)

10. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ fonksiyonunun türevi **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y' = \sqrt[3]{\frac{x}{y}}$ B) $y' = -\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$ C) $y' = \sqrt[3]{\frac{x^2}{y^2}}$
D) $y' = \sqrt[3]{\frac{x^2}{y}}$ E) $y' = \sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}}$

(1972-ÜSS)

11. $f(x) = |3x - 2|$ fonksiyonunun $x_0 = \frac{2}{3}$ apsisli noktasında, **türevinin değerini, varsa bulunuz?**

A) 3 B) −3 C) 0 D) 1 E) Türevi yoktur

(1971-ÜSS)

12. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi $f(x) = (2x^3 + 1)^4$ fonsiyonunun türevidir?**

A) $24x(2x^3 + 1)^3$ B) $24x^2(2x^3 + 1)^3$
C) $24x^2(x^3 + 1)^3$ D) $24x(x^3 + 1)^3$
E) $24(2x^3 + 1)^3$

(1971-ÜSS)

13. **$y = (\sin 2x)^2$ fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4\sin 2x$ B) $4\cos 2x$
C) $4\sin 2x . \cos 2x$ D) $4\sin 2x . \cos^2 2x$
E) $2\sin 2x . \cos x$

(1970-ÜSS)

14. **$y = \cot x$ fonksiyonunun türevi aşağıdaki ifadelerden hangisidir?**

A) $y' = \operatorname{tg} x$ B) $y' = -\operatorname{tg} x$ C) $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
D) $y' = \frac{1}{\sin^2 x}$ E) $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$

(1969-ÜSS)

15. $y = \frac{4x^2 - 6x + 2}{6x^2 - 9x + 5}$ **fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y' = \frac{-72x^2 + 16x - 12}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$
B) $y' = \frac{16x - 12}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$
C) $y' = \frac{72x^2 + 16x - 18}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$
D) $y' = \frac{-16x - 12}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$
E) $y' = \frac{-72x^2 + 8x - 12}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$

(1968-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS						
	1.A	2.D	3.E	4.E	5.E	
ÖSS						
	1.D	2.B	3.C	4.E	5.A	
ÖYS						
	1.C	2.B	3.D	4.A	5.B	6.D
	7.D	8.B	9.B	10.A	11.E	12.D
	13.B	14.C	15.E			
ÜSS						
	1.E	2.D	3.D	4.C	5.B	6.E
	7.B	8.E	9.E	10.B	11.E	12.B
	13.C	14.C	15.B			

A. Türev Alma Kuralları

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(2x+5) = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ ise

$f'(2x+5).(2x+5)' = \sec^2\left(\frac{\pi}{2}x\right).\left(\frac{\pi}{2}x\right)'$

$f'(2x+5).2 = \sec^2\left(\frac{\pi}{2}x\right).\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ için $f'(6).2 = \sec^2\left(\frac{\pi}{2}.\frac{1}{2}\right).\frac{\pi}{2}$

$f'(6).2 = \sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right).\frac{\pi}{2}$

$f'(6).2 = 2.\frac{\pi}{2}$

$f'(6) = \frac{\pi}{2}$ bulunur.

Yanıt A

2. $g(x) = x + a$ ise,
$f(g(x)) = x^2 + 4x - 1$
$\Rightarrow f(x + a) = x^2 + 4x - 1$ dir.
Her iki tarafında türevi alınırsa;
$f'(x + a).(x + a)' = 2x + 4$
$f'(x + a).1 = 2x + 4$
$f'(x + a) = 2x + 4$ tür.
$x = -a$ için $f'(0) = -2a + 4$
$1 = -2a + 4$
$2a = 3$
$a = \frac{3}{2}$ olur.

Yanıt D

3. $f(x) = \sin^2(3x^2 + 2x + 1)$
$\Rightarrow f'(x) = 2.\sin(3x^2+2x+1).\cos(3x^2+2x+1).(6x+2)$
$\Rightarrow f'(0) = \underbrace{2.\sin 1.\cos 1}.2$
$\Rightarrow f'(0) = (\sin 2).2$
$= 2\sin 2$ bulunur.

Yanıt E

4. $f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$ ise

$f'(x) = \frac{1}{\sin^2 x + e^{2x}}.(2\sin x.\cos x + e^{2x}.2)$

$f'(0) = \frac{1}{\sin^2 0 + e^{2.0}}.(2\sin 0.\cos 0 + e^{2.0}.2)$

$= \frac{1}{0+1}(2.0.1 + 1.2)$

$= \frac{2}{1}$

$= 2$ bulunur.

Yanıt E

5. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2} = \frac{f(2) - 4}{2 - 2} = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$

olduğu için L' Hospital kuralından

$\lim\limits_{x\to 2} \frac{(f(x) - 4)'}{(x - 2)'} = \lim\limits_{x\to 2} \frac{f'(x) - 0}{1 - 0}$

$= f'(2)$
$= 2.(2)^2 - 1$
$= 8 - 1$
$= 7$ bulunur.

Yanıt E

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = [1 + (x + x^2)^3]^4$ ise
$f'(x) = 4.[1 + (x + x^2)^3]^3.[0+3.(x + x^2)^2] . (1 + 2x)$
olur ve
$f'(1) = 4.[1 + (1 + 1)^3]^3 . [3.(1 + 1)^2] . (1 + 2)$
$= 4.9^3.3.2^2.3$
$= 2^2.3^6.3.2^2.3$
$= 2^4.3^8$ elde edilir.

Yanıt D

2. $2.f(x)+f(\frac{\pi}{2}-x)=\tan x$ ifadesinin her iki tarafının da türevi alınarak $x=\frac{\pi}{4}$ yazılırsa,

$2.f'(x)+f'(\frac{\pi}{2}-x).(\frac{\pi}{2}-x)'=\sec^2 x$

$\Rightarrow 2.f'(x)+f'(\frac{\pi}{2}-x).(-1)=\sec^2 x$

$\Rightarrow 2.f'(\frac{\pi}{4})+f'(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}).(-1)=\sec^2(\frac{\pi}{4})$

$\Rightarrow 2.f'(\frac{\pi}{4})-f'(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{4}}$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2}$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=2$ elde edilir.

Yanıt B

3. $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ tanımına göre

$f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$ için $y=h$ yazıldığında

$f(x+h)=f(x)+f(h)+x.h$ olur.

$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)+f(h)+xh-f(x)}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)+xh}{h}$

$=\underbrace{\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}}_{3}+\lim_{h\to 0}\frac{xh}{h}$

$=3+\lim_{h\to 0}x$

$=3+x$ olur.

$x=1$ için

$f'(1)=3+1$

$=4$ bulunur.

Yanıt C

4. $g(x)=f(x.f(x))$ eşitliğinde her iki tarafın türevi alınırsa

$g'(x)=f'(x.f(x)).(1.f(x)+x.f'(x))$

$\Rightarrow g'(0)=f'(0.f(0)).(f(0)+0.f'(0))$

$=f'(0).f(0)$

$=4.4$

$=16$ bulunur.

Yanıt E

5. $f'(1)=3$ olduğuna göre,

$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+2h)-f(1-3h)}{h}=\frac{f(1)-f(1)}{0}$

$=\frac{0}{0}$ belirsizliği var.

L' Hospital kuralı uygulanırsa

$\lim_{h\to 0}(\frac{f'(1+2h).2-f'(1-3h).(-3)}{1})$

$=f'(1).2-f'(1).(-3)$

$=3.2-3.(-3)=6+9=15$ bulunur.

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y=\arcsin\frac{x}{x^2+1}$ ise

$y'=\frac{1}{\sqrt{1-[\frac{x}{x^2+1}]^2}}.[\frac{x}{x^2+1}]'$

$=\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{x^2+1})^2}}.\frac{1.(x^2+1)-x.2x}{(x^2+1)^2}$

$x=1$ için

$y'(1)=\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}}.\frac{1+1-2}{(1+1)^2}=0$ olur.

Yanıt C

2. <u>I. yol</u>

$3y-3yx-2x=0$ ifadesinin türevi alınırsa

$3.y'-3(y'.x+y.1)-2=0$

$\Rightarrow 3.y'-3y'.x-3.y-2=0$

$\Rightarrow y'(3-3x)=3y+2$

$\Rightarrow y'=\frac{3y+2}{3-3x}$ elde edilir.

<u>II. yol</u>

$F(x,y)=3y-3yx-2x=0$ ifadesinde

$\frac{dy}{dx}=-\frac{F_x'}{F_y'}$

$=-\frac{-3y-2}{3-3x}$

$=\frac{3y+2}{3-3x}$ bulunur.

Yanıt B

3. $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)-f(\frac{\pi}{4})}{x-\frac{\pi}{4}}=f'(\frac{\pi}{4})$ tür.

$f(x)=e^{\tan x}$ ise

$f'(x)=e^{\tan x}.\sec^2 x$ ve

$f'(\frac{\pi}{4})=e^{\tan\frac{\pi}{4}}\sec^2(\frac{\pi}{4})=e^1.2=2e$ olur.

Yanıt D

4. $x=6\sin 3t$ ve $y=6\cos^2 3t$ ise

$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{6.2\cos 3t.(-\sin 3t).3}{6\cos 3t.3}$

$=-2\sin 3t$ olur.

$x=3$ için

$3=6\sin 3t\Rightarrow \sin 3t=\frac{1}{2}$ olur.

$\Rightarrow -2\sin 3t=-2.\frac{1}{2}=-1$ bulunur.

Yanıt A

5. $f(x)=\ell n(3^{\cos 5x})$

$f'(x)=\frac{1}{3^{\cos 5x}}.(3^{\cos 5x})'$

$=\frac{1}{3^{\cos 5x}}.3^{\cos 5x}.\ell n3.(\cos 5x)'$

$=\ell n3.(-\sin 5x).5$ ve

$f'(\frac{3\pi}{10})=\ell n3(-\sin(5.\frac{3\pi}{10})).5$

$=\ell n3(-\sin\frac{3\pi}{2}).5$

$=\ell n3(-(-1)).5$

$=5\ln 3$ bulunur.

Yanıt B

6. $f(x)=\ell n(3x-1)$ fonksiyonunun tersi

$y=\ell n(3x-1)$

$x=\ell n(3y-1)$

$e^x=3y-1\Rightarrow y=f^{-1}(x)=\frac{e^x+1}{3}$

$f^{-1}(0)=\frac{e^0+1}{3}=\frac{1+1}{3}=\frac{2}{3}$

$[f^{-1}]'(x)=\frac{e^x}{3}\Rightarrow (f^{-1})'(0)=\frac{e^0}{3}=\frac{1}{3}$ tür.

$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=1$ bulunur.

Yanıt D

7. $f(x)=2x^2+3$

$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ifadesi f fonksiyonunun $x=1$ deki türevi anlamına gelir. O hâlde,

$f'(x)=(2x^2+3)'=4x$ ve

$f'(1)=4.1=4$ bulunur.

Yanıt D

8. $f(3x-5)=2x^2+x-1$

$x=2$ için $f(1)=8+2-1=9$

$f'(3x-5).(3x-5)'=4x+1$

$f'(3x-5).3=4x+1$

$x=2$ için $f'(1).3=8+1\Rightarrow f'(1)=3$

$f'(1)+f(1)=3+9=12$ olur.

Yanıt B

9. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)=\frac{d}{dx}(\frac{d}{dx}\sin^2 3x)$

$=\frac{d}{dx}(2\sin 3x.\cos 3x.3)$

$=\frac{d}{dx}(3.\sin 6x)$

$=3\cos 6x.6=18\cos 6x$ olur.

Yanıt B

10. $\frac{d}{dx}(\ell n(\cos x))=\frac{1}{\cos x}.(\cos x)'$

$=\frac{1}{\cos x}.(-\sin x)=-\frac{\sin x}{\cos x}=-\tan x$

Yanıt A

11. $f(x)=(x-1)^2.(2x-t)$ ve $f''(0)=0$ ise

$f'(x)=[(x-1)^2]'.(2x-t)+(x-1)^2.(2x-t)'$

$=2(x-1).(2x-t)+(x-1)^2.2$

$f''(x)=[2(x-1)]'.(2x-t)+2(x-1).(2x-t)'+2(x-1).2$

$f''(x)=2.(2x-t)+2(x-1).2+4(x-1)$

$f''(0)=2.(-t)+2.(-1).2+4.(-1)=0$

$f''(0)=-2t-4-4=0$

$t=-4$ bulunur.

Yanıt E

12. $e^{-x}.\frac{d^2}{dx^2}(x^3e^x) = e^{-x}.\frac{d}{dx}(\frac{d}{dx}x^3.e^x)$

$= e^{-x}.\frac{d}{dx}\left((x^3)'.e^x + x^3.(e^x)'\right)$

$= e^{-x}.\frac{d}{dx}(3x^2.e^x + x^3.e^x)$

$= e^{-x}[(3x^2)'.e^x + 3x^2.(e^x)' + (x^3)'.e^x + x^3.(e^x)']$

$= e^{-x}(6x.e^x + 3x^2.e^x + 3x^2.e^x + x^3.e^x)$

$= e^{-x}.e^x(6x + 3x^2 + 3x^2 + x^3)$

$= x^3 + 6x^2 + 6x$ olur.

Yanıt D

13. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \Rightarrow \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{x-1}{x}$

$\Rightarrow y = \frac{x}{x-1}$ olur.

$y' = \frac{(x)'.(x-1) - x.(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$

$f'(2) = \frac{-1}{(2-1)^2} = -1$ bulunur.

Yanıt B

14. $f(x) = |2 - x| + 2$ fonksiyonu için

$f(1) = |2 - 1| + 2 = 1 + 2 = 3$ ve

$x = 3$ için $2 - x < 0$ olduğu için

$f(x) = -(2 - x) + 2$

$= x$

$f'(x) = 1$ ve $f'(3) = 1$ olur.

$f(1) + f'(3) = 3 + 1 = 4$ tür.

Yanıt C

15. $\forall x \in [a, b]$ için $f'(x) > 0$ ise

$f(x)$ artan bir fonksiyondur.

$0 < a < b$ ve $a \le x \le b$ için $f(x) > f(a)$ olmalıdır.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x) = |x^3 - 8| - x^2$

$x = -1$ için $(-1)^3 - 8 = -1 - 8 = -9 < 0$ ise

$f(x) = -x^3 + 8 - x^2$

$f'(x) = -3x^2 - 2x$

$f''(x) = -6x - 2$ ve

$f''(-1) = -6(-1) - 2 = 6 - 2 = 4$ olur.

Yanıt E

2. $f(x) = \cos x$ ise

$f'(u) = \frac{f(\frac{\pi}{2}) - f(0)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0}{\frac{\pi}{2}} = \frac{-1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{\pi}$

$f'(x) = -\sin x \Rightarrow f'(u) = -\sin u$

$\Rightarrow -\sin u = \frac{-2}{\pi} \Rightarrow \sin u = \frac{2}{\pi} \Rightarrow u = \arcsin\frac{2}{\pi}$ olur.

Yanıt D

3. $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$ ise

$f'(x) = (x - b)(x - c) + (x - a)(x - c) + (x - a)(x - b)$ ve

$f''(x) = 2(x - c) + 2(x - b) + 2(x - a)$ olur.

$a < b < c$ olduğuna göre,

$f''(c) = \underbrace{2(c-c)}_{0} + \underbrace{2(c-b)}_{+} + \underbrace{2(c-a)}_{+} > 0$ olur.

$f''(c) > 0$ olduğuna göre, (D) seçeneği yanlış olur.

Yanıt D

4. $x = t^3 + 3t$ ve $y = t^3 - 3t$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}(\frac{y'(t)}{x'(t)})}{x'(t)} = \frac{\frac{d}{dt}(\frac{3t^2-3}{3t^2+3})}{3t^2+3}$

$= \frac{6t(3t^2+3) - (3t^2-3).(6t)}{(3t^2+3)^2}.\frac{1}{3t^2+3}$

$= \frac{36t}{(3t^2+3)^3}$

$t = 1$ için $\frac{36.1}{(3.1^2+3)^3} = \frac{36}{6.6.6} = \frac{1}{6}$ olur.

Yanıt C

5. $f(x) = \tan(\frac{\pi}{2}.\cos x)$ ise

$f'(x) = \sec^2(\frac{\pi}{2}.\cos x).(\frac{\pi}{2}.\cos x)'$

$= \sec^2(\frac{\pi}{2}.\cos x).(-\frac{\pi}{2}.\sin x)$

$f'(\frac{\pi}{3}) = \sec^2(\frac{\pi}{2}.\cos\frac{\pi}{3})(-\frac{\pi}{2}.\sin\frac{\pi}{3})$

$= \sec^2(\frac{\pi}{2}.\frac{1}{2}).(-\frac{\pi}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2})$

$= \sec^2(\frac{\pi}{4}).(-\frac{\sqrt{3}\pi}{4})$

$= 2.(-\frac{\sqrt{3}\pi}{4})$

$= \frac{-\sqrt{3}\pi}{2}$ bulunur.

Yanıt B

6. $f(x) = \ell n(x^2 - 2x + 7)$ ise

$f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 7}.(x^2 - 2x + 7)'$

$= \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 7}$ olur.

Yanıt E

7. $y = \cos^3 3x$ ise

$y' = 3\cos^2 3x . (\cos 3x)'$

$= 3\cos^2 3x . (-\sin 3x) . (3x)'$

$= -3\sin 3x . \cos^2 3x . 3$

$= -9\sin 3x . \cos^2 3x$ bulunur.

Yanıt B

8. $y = \sin^2(x^3)$ ise

$y' = 2\sin(x^3) . (\sin x^3)'$

$= \underbrace{2\sin(x^3).\cos x^3}.(x^3)'$

$= \sin(2 . x^3) . 3x^2$

$= 3x^2 . \sin(2x^3)$ olur.

Yanıt E

9. $f(x) = |\sin x|$ fonksiyonunun kökü $x = 0$ olduğu için bu noktada türevi olmaz.

$f'(0^+) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x - \sin 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$

$f'(0^-) = \lim_{x \to 0^-} \frac{-\sin x - \sin 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-\sin x}{x} = -1$

$f'(0^+) \ne f'(0^-)$

$1 \ne -1$

Yanıt E

10. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ifadesinde y nin x e göre türevi alınırsa

$\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} + \frac{2}{3}.y^{\frac{2}{3}-1}.y' = 0$

$\Rightarrow \quad x^{-\frac{1}{3}} + y^{-\frac{1}{3}}.y' = 0$

$\Rightarrow \quad y' = \frac{-x^{-\frac{1}{3}}}{y^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} = -\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}} = -\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$

Yanıt B

11. $f(x) = |3x - 2|$ fonksiyonunun

$3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ noktasında türevi olamaz.

$f'(\frac{2}{3}^+) = \lim_{x \to 2/3^+} \frac{f(x) - f(2/3)}{x - 2/3}$

$= \lim_{x \to 2/3^+} \frac{3x - 2 - 0}{x - 2/3}$

$= \lim_{x \to 2/3^+} \frac{3(x - 2/3)}{x - 2/3} = 3$ tür.

$f'(2/3^-) = \lim_{x \to 2/3^-} \frac{f(x) - f(2/3)}{x - 2/3}$

$= \lim_{x \to 2/3^-} \frac{-3x + 2 - 0}{x - 2/3}$

$= \lim_{x \to 2/3^-} \frac{-3(x - 2/3)}{x - 2/3} = -3$ olur.

$f'(\frac{2^+}{3}) \ne f'(\frac{2^-}{3})$

Yanıt E

12. $f(x) = (2x^3 + 1)^4$ ise

$f'(x) = 4 \,.\, (2x^3 + 1)^3 \,.\, (2x^3 + 1)'$

$= 4 \,.\, (2x^3 + 1)^3 \,.\, (6x^2)$

$= 24x^2 \,.\, (2x^3 + 1)^3$ olur.

Yanıt B

13. $y = (\sin 2x)^2$ ise

$y' = 2(\sin 2x) \,.\, (\sin 2x)'$

$= 2\sin 2x \,.\, \cos 2x\,(2x)'$

$= 4\sin 2x \,.\, \cos 2x$ bulunur.

Yanıt C

14. $y = \cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ ise

$y' = \dfrac{(\cos x)'.\sin x - \cos x.(\sin x)'}{(\sin x)^2}$

$= \dfrac{-\sin x.\sin x - \cos x.\cos x}{(\sin x)^2}$

$= \dfrac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \dfrac{-1}{\sin^2 x}$ olur.

Yanıt C

15. $y = \dfrac{4x^2 - 6x + 2}{6x^2 - 9x + 5}$ ise

$y' = \dfrac{(4x^2 - 6x + 2)'.(6x^2 - 9x + 5) - (4x^2 - 6x + 2).(6x^2 - 9x + 5)'}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$

$y' = \dfrac{(8x - 6)(6x^2 - 9x + 5) - (4x^2 - 6x + 2).(12x - 9)}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$

$y' = \dfrac{(4x - 3)[12x^2 - 18x + 10 - 12x^2 + 18x - 6]}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$

$y' = \dfrac{(4x - 3)(4)}{(6x^2 - 9x + 5)^2} = \dfrac{16x - 12}{(6x^2 - 9x + 5)^2}$ olur.

Yanıt B

B. Türev Yardımıyla Teğet-Normal Denklemlerini Bulma

LYS SORULARI

1. **$y = \sin(\pi x) + e^x$ eğrisine $x = 1$ noktasında çizilen teğet y eksenini hangi noktada keser?**

A) $-\pi$ B) -1 C) 0 D) $e - 1$ E) π

(2011-LYS1)

2. **$f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3$ fonksiyonunun gösterdiği eğrinin bir noktasındaki teğet doğrusunun denkleminin $y = 4$ olması için a kaç olmalıdır?**

A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

(2010-LYS1)

3. **$y = x^2 + bx + c$ parabolüne $x = 2$ noktasında teğet olan doğru $y = x$ ise b+c toplamı kaçtır?**

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(2010-LYS1)

4. $y^2 = 4x$ parabolüne üzerinde bulunan A(x,y) noktasından çizilen teğetin eğimi 1'dir.

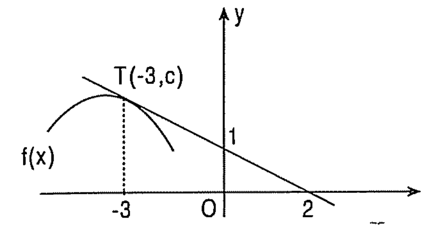
Buna göre, A noktasının koordinatlarının toplamı olan x+y kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1.



Yukarıdaki şekilde, f(x) fonksiyonunun bir parçasının grafiği ve T(–3,c) noktasındaki teğet doğrusu verilmiştir.

$k(x) = \ln(f(x))$ olduğuna göre, $k'(x)$ türev fonksiyonunun $x=-3$ teki değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-1}{5}$ C) $\frac{-2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

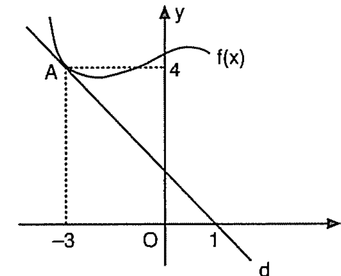
(2009-ÖSS Mat 2)

2. **$y = 7x - k$ doğrusu $y = \dfrac{x^4}{4} - x + 2$ fonksiyonunun grafiğine teğet olduğuna göre, k kaçtır?**

A) -9 B) -8 C) -7 D) 8 E) 10

(2008-ÖSS Mat 2)

3.



Şekildeki d doğrusu, f(x) fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.

$h(x) = x \,.\, f(x)$ olduğuna göre, $h'(-3)$ kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 7

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. **$y = x^3 + ax^2 + b$ fonksiyonunun grafiği, apsisi -4 olan noktada x– eksenine teğet olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?**

A) 30 B) 24 C) 16 D) -32 E) -48

(1998-ÖYS)

2. **Denklemi $f(x) = \sin(\cos 5x)$ olan eğrinin $x = \dfrac{\pi}{10}$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?**

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

(1993-ÖYS)

3. **$y < 0$ olmak üzere, $x^2 + y^2 = 9$ çemberinin $x = \sqrt{3}$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

A) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

(1993-ÖYS)

4. $a > 0$ olmak üzere,

$y = \dfrac{x^3}{|x|}$ fonksiyonunun $x = a$ ve $x = -a$ noktalarındaki teğetleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Birbirine diktir.
B) Birbirine paraleldir.
C) 30° lik bir açıyla kesişir.
D) x ekseni üzerinde sabit bir noktada kesişir.
E) y ekseni üzerinde sabit bir noktada kesişir.

(1990-ÖYS)

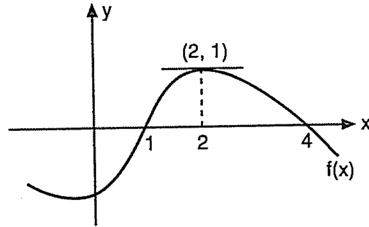
5. **$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 2$ çemberine üzerindeki A(3, 2) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = -2x + 3$ B) $y = 2x - 1$
C) $y = x - 1$ D) $y = -2x + 1$
E) $y = -x + 5$

(1986-ÖYS)

6. $y = x^3$ fonksiyonunun grafiğindeki A(2, 8) noktasından çizilen teğet, eğriyi başka bir B noktasında kesiyor.
B nin apsisi kaçtır?
A) –5 B) –4 C) –3 D) $-\frac{5}{2}$ E) $-\frac{3}{2}$
(1986-ÖYS)

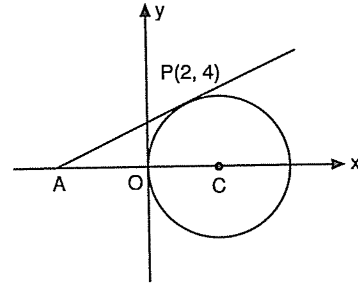
7.



Yukarıdaki eğri f(x) fonksiyonuna aittir.
$q(x) = \frac{f(x)}{x}$ **olduğuna göre q(x) fonksiyonunun x = 2 noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**
A) 0 B) 1 C) 2 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$
(1985-ÖYS)

8. $y = x^2$ parabolünün üzerindeki $A\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{9}\right)$ noktasından çizilen teğetin üzerinde, değme noktasından itibaren |AB| = 1 birim olacak şekilde bir B noktası alınıyor.
B nin ve A nın ordinatları farkı kaçtır?
A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$
(1985-ÖYS)

9.

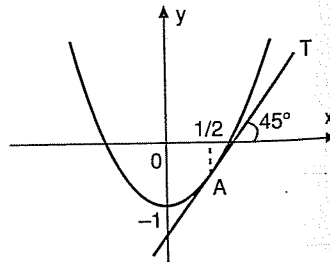


Yukarıdaki şekilde C merkezli çemberin yarıçapı 5 birimdir.
AP doğrusu çemberin P(2, 4) noktasındaki teğeti olduğuna göre tg$\widehat{PAC}$ nın değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$
(1983-ÖYS)

10. $y = x^3 + bx^2 + cx + 1$ fonksiyonunda apsisi x=1 olan nokta dönüm (büküm) noktasıdır.
Fonksiyonun bu noktadaki teğetinin eğimi 1 olduğuna göre c nin değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1
(1983-ÖYS)

11. **$y^2 = 4x$ parabolünün hangi noktasındaki teğeti y eksenini N(0, 2) noktasında keser?**
A) $(3, 2\sqrt{3})$ B) $(2, \sqrt{8})$ C) (4, 4) D) (1, 2) E) $(5, 2\sqrt{5})$
(1982-ÖYS)

12. Şekildeki parabolün denklemi $y = ax^2 + bx + c$ dir.
AT doğrusu bu parabolün A noktasındaki teğeti olduğuna göre a + b + c toplamının değeri nedir?

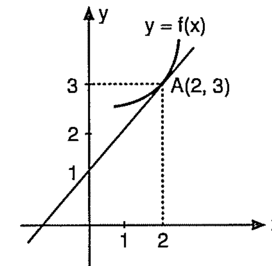


A) –2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{2}{3}$ E) 1
(1982-ÖYS)

13. R den R ye, $f: x \to f(x) = x^2 - 2x + 3$
$g: x \to g(x) = ax^2 + bx + 1$ fonksiyonları veriliyor.
Bu fonksiyonların grafiklerinde aynı apsisli noktalardaki teğetlerin birbirine paralel olması için (a, b) ikilisi ne olmalıdır?
A) (1, –2) B) (2, 3) C) (–1, 1) D) (2, 2) E) (1, 2)
(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1.



Verilen şekilde y = f(x) eğrisinin bir parçası ile bu eğrinin A(2, 3) noktasındaki teğeti verilmiştir.
Teğetin denklemi y = x + 1 ve $g(x) = f(x)(x^2 - 5)$ ise $g'(x)$ türev fonksiyonunun x = 2 için değeri nedir?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
(1980-ÜSS)

2. $y = x^2 + 4\lambda$ eğrisinin x = 2 noktasındaki teğeti x eksenini $x = x_1$ de kesiyorsa, **$x = x_1$ deki teğetinin başlangıç noktasından geçmesi için λ nın değeri ne olmalıdır?**
A) $\frac{1}{5}$ B) $3 - 2\sqrt{2}$ C) $2 + 3\sqrt{3}$ D) $-3 + 2\sqrt{2}$ E) $2 - 3\sqrt{3}$
(1975-ÜSS)

3. **Aşağıdakilerden hangisi $x^3y^2 - 5xy^3 + 8x^2 - 4y + 24 = 0$ eğrisinin (2, 2) noktasındaki teğetinin denklemidir?**
A) $y - 2 = \frac{10}{23}(x - 2)$ B) $y = \frac{10}{23}(x + 2)$
C) $23y = 10(x - 2)$ D) $x + y = 4$
E) $x - y = 4$
(1975-ÜSS)

4. **$y = x^2 + ax + 3$ eğrisinin x = 2 ve x = 0 noktalarındaki teğetleri arasında kalan açının tanjantının 4 olabilmesi için, a nın değeri ne olmalıdır?**
A) –4 B) 3 C) –3 D) 4 E) 6
(1975-ÜSS)

5. $y = \frac{4x^2 - 5}{5x^2 + 3}$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin, apsisi x = –1 noktasındaki normalinin eğimi aşağıdakilerden hangisidir?**
A) $\frac{31}{23}$ B) $-\frac{37}{32}$ C) $\frac{23}{31}$ D) $-\frac{23}{31}$ E) $\frac{32}{37}$
(1973-ÜSS)

6. $y = \frac{x^3 + 8}{x^2 + 2}$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin x = 1 noktasındaki teğeti aşağıdakilerden hangisidir?**
A) $x - y + 3 = 0$ B) $x + y - 8 = 0$
C) $2x + 8y - 1 = 0$ D) $8x + 2y - 1 = 0$
E) $x + y - 4 = 0$
(1973-ÜSS)

7. $y^2 = \dfrac{x^2}{2-x}$ **eğrisinin A(1, 1) noktasındaki teğeti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y-1=x-1$ B) $y-1=\frac{2}{3}(x-1)$

C) $y-1=\frac{3}{2}(x-1)$ D) $y+1=\frac{3}{2}(x+1)$

E) $y-1=-\frac{3}{2}(x-1)$

(1973-ÜSS)

8. $x^2 + 5y^2 = 14$ **eğrisinin P(3, 1) noktasındaki teğet denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x - 5y + 12 = 0$ B) $3x + 5y + 12 = 0$

C) $3x + 5y - 14 = 0$ D) $5x - 3y + 14 = 0$

E) $5x + 3y - 12 = 0$

(1970-ÜSS)

9. $y^2 = 2x^2 - x^3$ **eğrisinin apsisi x = 1 ve ordinatı y = 1 olan noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x + 2y = 0$ B) $x - 2y + 1 = 0$

C) $2x - 3y + 1 = 0$ D) $x - 2y + 3 = 0$

E) $-x + 2y + 1 = 0$

(1969-ÜSS)

10. $y = \dfrac{x^2 - ax - 5}{x-7}$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin, apsisi x = –1 olan noktasındaki teğetinin** $y = \frac{3}{4}x$ **doğrusuna paralel olması için a nın alacağı değer, aşağıdaki sayılardan hangisidir?**

A) $-\frac{68}{7}$ B) –4 C) 3 D) 4 E) $\frac{68}{7}$

(1968-ÜSS)

11. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ **eğrisinin hangi noktasındaki teğetinin eğimi** $m = -\frac{1}{3}$ **olur?**

A) $(\frac{2}{3}, \frac{20}{9})$ B) $(\frac{1}{3}, \frac{55}{18})$ C) $(\frac{4}{3}, \frac{8}{9})$

D) $(\frac{8}{3}, -\frac{4}{9})$ E) $(-\frac{2}{3}, \frac{56}{9})$

(1968-ÜSS)

12. $y = x^2 - 1$ **eğrisine teğet ve** $y = 4x - 3$ **doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = 4x - 5$ B) $y = 2x - 5$ C) $y = x - 5$

D) $y = -4x - 5$ E) $y = -2x + 5$

(1967-ÜSS)

13. $y = x^3 - 3x + 2$ **eğrisi üzerinde hangi noktadaki teğet OX eksenine paraleldir?**

A) (1, –1) B) (1, 0) C) (–1, 1)

D) (0, –1) E) (–1, 0)

(1967-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E	2.A	3.D	4.C		

ÖSS

1.B	2.E	3.E

ÖYS

1.D	2.C	3.C	4.B	5.C	6.B
7.E	8.E	9.B	10.B	11.C	12.C
13.A					

ÜSS

1.E	2.B	3.A	4.A	5.E	6.E
7.C	8.C	9.B	10.D	11.D	12.A
13.B					

B. Türev Yardımıyla Teğet-Normal Denklemlerini Bulma

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = \sin(\pi x) + e^x$

$x = 1$ için $y = \sin\pi + e^1$

$= 0 + e$

$= e$ dir.

Teğet doğrusunun geçtiği nokta (1, e) olur.

Teğetin eğimi ise f′(1) değeridir.

$f'(x) = \cos(\pi x) \,.\, \pi + e^x$

$f'(1) = \cos\pi \,.\, \pi + e^1$

$= -1 \,.\, \pi + e$

$= (e - \pi)$ dir.

(1, e) noktasından geçen ve eğimi $(e - \pi)$ olan doğrunun denklemi

$y - y_0 = m \,.\, (x - x_0)$

$y - e = (e - \pi)(x - 1)$ ve bu doğrunun y eksenini kestiği nokta x = 0 için

$y - e = (e - \pi).(0 - 1)$

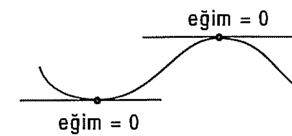
$y - e = (e - \pi)(-1)$

$y - e = \pi - e$

$y = \pi$ dir.

Yanıt E

2.



Teğet doğrusu y=4 olacağı için eğimin sıfır (yani f′(x) = 0 denkleminin kökleri) olduğu noktaları bulmak gerekir.

$f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3$

$f'(x) = 6x^2 - 2ax$

$0 = 2x \,.\, (3x - a)$

$2x = 0$ veya $3x - a = 0$

$x = 0$ veya $x = \frac{a}{3}$ olur.

$x = 0$ için $f(0) = 3$ olamaz.

$x = \frac{a}{3}$ için $f\left(\frac{a}{3}\right) = 4$ olmalıdır.

$2.\left(\frac{a}{3}\right)^3 - a.\left(\frac{a}{3}\right)^2 + 3 = 4$

$\Rightarrow \frac{2a^3}{27} - \frac{a^3}{9} = 1$
(3)

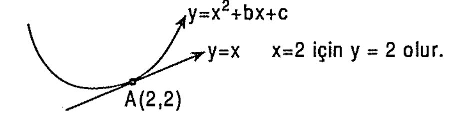
$\Rightarrow 2a^3 - 3a^3 = 27$

$\Rightarrow -a^3 = 27$

$\Rightarrow a = -3$ bulunur.

Yanıt A

3.



Teğet noktası A(2,2) dir.

y = x doğrusunun eğimi 1 olduğu için f′(2)=1 dir.

$f(x) = x^2 + bx + c$

$\Rightarrow f'(x) = 2x + b$

$\Rightarrow f'(2) = 2 \,.\, 2 + b$

$\Rightarrow 1 = 4 + b$

$\Rightarrow b = -3$ olur.

$A(2,2) \Rightarrow y = x^2 - 3x + c$

$\Rightarrow 2 = 4 - 6 + c$

$\Rightarrow c = 4$ bulunur.

O hâlde, $b + c = -3 + 4 = 1$ dir.

Yanıt D

4. $y^2 = 4x$ parabolüne üzerindeki $A(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin eğimi 1 ise

$(y^2)' = (4x)' \Rightarrow 2y \,.\, y' = 4 \Rightarrow y' = \frac{2}{y}$ olur.

$y = y_0$ için eğim $\frac{2}{y_0} = 1 \Rightarrow y_0 = 2$ ve

$y_0 = 2$ için $2^2 = 4x_0 \Rightarrow x_0 = 1$ bulunur.

O hâlde,

$x_0 + y_0 = 1 + 2 = 3$ tür.

Yanıt C

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $k(x) = \ln f(x) \Rightarrow k'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ ve $k'(-3) = \frac{f'(-3)}{f(-3)}$ tür.

f′(–3) ve f(–3) değerlerini bulmak için T(–3, c) noktasından geçen doğrunun denklemi bulunmalıdır.

Doğru, x eksenini (2, 0) ve y eksenini (0, 1) noktalarından kestiği için denklemi

$\frac{x}{2} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$ olur.

f′(–3) değeri T noktasından geçen doğrunun eğimi ile aynı olduğu için $f'(-3) = -\frac{1}{2}$ ve

$f(-3) = -\frac{1}{2}.(-3) + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$ olur. O hâlde

$k'(-3) = \frac{f'(-3)}{f(-3)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{1}{5}$ bulunur.

Yanıt B

2. $y = 7x - k$ doğrusu $y = \frac{x^4}{4} - x + 2$ eğrisine teğet olduğuna göre, değme noktasındaki teğetin eğimi 7 dir. Değme noktasının apsisini bulmak için fonksiyonun türevi alınarak 7 ye eşitlenir.

$$y = \frac{x^4}{4} - x + 2 \Rightarrow y' = \frac{4.x^3}{4} - 1$$

$$7 = x^3 - 1$$

$$8 = x^3$$

$$2 = x$$

Apsisi x = 2 olan noktanın ordinatı

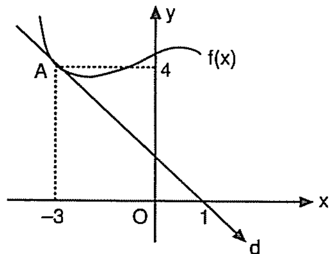
$$y = \frac{2^4}{4} - 2 + 2 = 4 \text{ bulunur.}$$

Teğet noktası (2, 4), $y = 7x - k$ doğrusu üzerinde olduğu için denklemi sağlar.

$4 = 7.2 - k \Rightarrow k = 10$ bulunur.

Yanıt E

3.



$h(x) = x \,.\, f(x)$ olduğuna göre,

$h'(x) = (x)' \,.\, f(x) + x \,.\, f'(x)$

$= 1 \,.\, f(x) + x \,.\, f'(x)$ olur.

$h'(-3) = \underbrace{f(-3)}_{4} - 3.\underbrace{f'(-3)}$

f fonksiyonunun x = –3 teki eğimidir. Teğet doğrusu (–3, 4) ve (1, 0) noktalarından geçtiğine göre eğim

$\frac{4-0}{-3-1} = -1$ olur.

$h'(-3) = 4 - 3 \,.\, (-1) = 7$ bulunur.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = x^3 + ax^2 + b$ eğrisi, $x = -4$ te x– eksenine teğet ise (–4, 0) noktasından geçiyor ve $x = -4$ teki teğetinin eğimi 0 demektir.

$f(-4) = 0$ ve $f'(-4) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax$

$f'(-4) = 48 - 8a = 0 \Rightarrow a = 6$ dır.

$f(-4) = 0 \Rightarrow (-4)^3 + a \,.\, (-4)^2 + b = 0$

$\Rightarrow -64 + 6 \,.\, 16 + b = 0$

$\Rightarrow \quad b = -32$ olur.

Yanıt D

2. $f(x) = \sin(\cos 5x)$ in $x = \frac{\pi}{10}$ daki normalinin eğimini bulmak için önce teğetinin eğimi bulunmalıdır.

$f'(x) = \cos(\cos 5x) \,.\, (-\sin 5x).5$

$$m_{teğet} = f'(\frac{\pi}{10}) = \cos(\cos\frac{5\pi}{10}).(-\sin\frac{5\pi}{10}).5$$

$$= \cos(\cos\frac{\pi}{2}).(-\sin\frac{\pi}{2}).5$$

$$= \cos(0).(-1).5$$

$$= 1.(-1).5 = -5 \text{ tir.}$$

$m_{teğet} \cdot m_{normal} = -1$

$\Rightarrow -5 \,.\, m_{normal} = -1$

$\Rightarrow m_{normal} = \frac{1}{5}$ olur.

Yanıt C

3. $x^2 + y^2 = 9$ ise,

$x = \sqrt{3}$ için $(\sqrt{3})^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 6 \Rightarrow y = \mp\sqrt{6}$

$y < 0$ olduğu için $A(\sqrt{3}, -\sqrt{6})$ noktasındaki teğetin eğimi istenmektedir.

$(x^2 + y^2)' = (9)'$

$2x + 2y \,.\, y' = 0$

$$y' = -\frac{x}{y} \Rightarrow \text{Eğim} = m = -\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ olur.}$$

Yanıt C

4.

$$y = \frac{x^3}{|x|} = \begin{cases} \frac{x^3}{x}, & x > 0 \\ \frac{x^3}{-x}, & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$$

a > 0 olduğuna göre,

$x = a$ için $m_1 = 2.\,(a) = 2a$

$x = -a$ için $m_2 = -2 \,.\, (-a) = 2a$ olur.

$m_1 = m_2$ olduğu için doğrular paraleldir.

Yanıt B

5. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 2$ ifadesinin türevi alınarak x = 3 veya y = 2 yazıp teğet doğrusunun eğimini bulalım;

$2(x-2) + 2(y-3) \,.\, y' = 0$

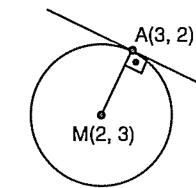
$$\Rightarrow y' = -\frac{x-2}{y-3} \Rightarrow m = -\frac{3-2}{2-3} = 1$$

Teğetin denklemi;

$$\left.\begin{array}{l} A(3,\ 2) \\ m = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow y - 2 = 1(x-3)$$

$y = x - 1$ olur.

Kısa yol:



Teğet doğrusunun eğimini bulmak için türev yerine "Dik olan doğruların eğimleri çarpımı –1 dir." bilgisini kullanabiliriz.

A ve M noktalarından geçen doğrunun eğimi

$\frac{2-3}{3-2} = \frac{-1}{1} = -1$ dir.

Teğetin eğimi ise

$-1 \,.\, m = -1 \Rightarrow m = 1$ olur.

$$\left.\begin{array}{l} A(3,2) \\ m = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow y - 2 = 1(x-3)$$

$y = x - 1$ bulunur.

Yanıt C

6. $y = x^3$ ün A(2, 8) noktasındaki teğet doğrusunu bularak ortak çözüm yapılmalıdır.

$y' = 3x^2 \Rightarrow x = 2$ için eğim $= m = 3 \,.\, 2^2 = 12$ olur.

Teğetin denklemi

$y - 8 = 12(x-2) \Rightarrow y = 12x - 16$ olur.

$$\left.\begin{array}{l} y = x^3 \\ y = 12x - 16 \end{array}\right\} \Rightarrow x^3 = 12x - 16$$

$x^3 - 12x + 16 = 0$ denkleminin köklerinden biri x = 2 olduğu için bu ifade x – 2 ile tam bölünür.

$$\begin{array}{l|l} x^3 - 12x + 16 & x - 2 \\ \underline{-\,x^3 - 2x^2} & x^2 + 2x - 8 \\ 2x^2 - 12x + 16 & \\ \underline{-\,2x^2 - 4x} & \\ -8x + 16 & \\ \underline{-\,-8x + 16} & \\ 0 & \end{array}$$

(4, –2)

$x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$ bulunur.

Yanıt B

7. $q(x) = \frac{f(x)}{x}$ fonksiyonunun x = 2 deki teğetinin eğimini bulmak için $q'(2)$ bulunmalıdır.

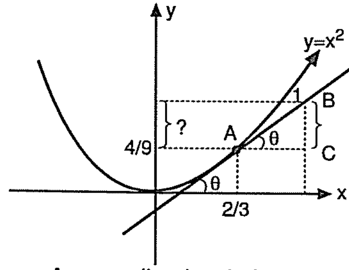
$$q'(x) = \frac{f'(x).x - f(x).1}{x^2}$$

$$\Rightarrow q'(2) = \frac{f'(2).2 - f(2)}{2^2} = \frac{0.2 - 1}{4} = -\frac{1}{4} \text{ tür.}$$

(x = 2 deki teğeti x– eksenine paralel olduğu için eğimi, yani $f'(2)$, sıfırdır.)

Yanıt E

8.



B nin ve A nın ordinatları farkı, yani |BC| uzunluğu istenmektedir.

ABC üçgeninde $\sin\theta = \frac{|BC|}{|AB|} = \frac{|BC|}{1}$

$\Rightarrow |BC| = \sin\theta$ bulunmalıdır.

Teğet doğrusunun eğimi tanθ olduğu için;

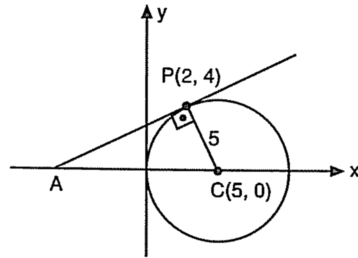
$y = x^2 \Rightarrow y' = 2x$

$x = \frac{2}{3}$ için $y'(\frac{2}{3}) = \tan\theta = 2.\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ olur.

$\tan\theta = \frac{4}{3}$ ise (A, B, C üçgeni: AB = 5, BC = 4, AC = 3) $\Rightarrow \sin\theta = \frac{4}{5}$ olur.

Yanıt E

9.



1. yol

Çemberin merkezi C(5, 0) ve yarıçapı 5 br olduğu için denklemi

$(x-5)^2 + y^2 = 25$ tir.

Çemberin x = 2, y = 4 teki teğetinin eğimi;

$2(x-5) + 2y \,.\, y' = 0$

$\Rightarrow y' = -\frac{x-5}{y} \Rightarrow -\frac{2-5}{4} = \frac{3}{4}$ tür.

2. yol

C ve P noktalarından geçen doğru ile A ve P den geçen doğru dik olduğu için eğimleri çarpımı −1 olmalıdır.

$m_{CP} \,.\, m_{AP} = -1$

$\Rightarrow \frac{4-0}{2-5} . m_{AP} = -1$

$\Rightarrow m_{AP} = \frac{3}{4}$ bulunur.

Yanıt B

10. $f(x) = y = x^3 + bx^2 + cx + 1$ fonksiyonunun x = 1 de büküm noktası varsa,

$f''(1) = 0$ olmalıdır.

$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$

$\Rightarrow f''(x) = 6x + 2b$

$\Rightarrow f''(1) = 6 + 2b = 0 \Rightarrow b = -3$ tür.

f(x) in x = 1 deki teğetinin eğimi 1 ise $f'(1) = 1$ olmalıdır.

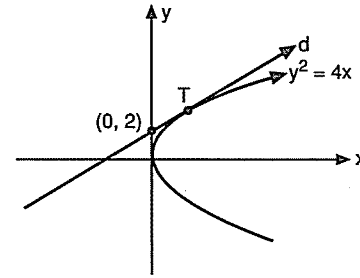
$f'(1) = 3 + 2b + c = 1$

$\Rightarrow 3 + 2.(-3) + c = 1$

$\Rightarrow \quad c = 4$ olur.

Yanıt B

11.



T(a, b)olsun.

Parabolün üzerinde olduğu için,

$y^2 = 4x \Rightarrow b^2 = 4a$ dır.

T noktasındaki teğetin eğimini bulmak için,

$y^2 = 4x \Rightarrow 2y \,.\, y' = 4 \Rightarrow y' = \frac{2}{y}$ ve

eğim $y'(b) = \frac{2}{b}$ olur.

T(a, b) noktasından geçen ve eğimi $\frac{2}{b}$ olan doğru denklemi;

$y - b = \frac{2}{b}(x - a)$dır. Bu doğru,

(0, 2) noktasından geçtiğine göre,

$2 - b = \frac{2}{b}(0 - a) \Rightarrow 2b - b^2 = -2a$

ve $b^2 = 4a$ olduğuna göre,

$2b - 4a = -2a$

$\Rightarrow \quad 2b = 2a$

$\Rightarrow \quad b = a$ bulunur.

Seçeneklerde apsisi ordinatına eşit olan tek nokta (4, 4) tür.

Yanıt C

12. $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün $x = \frac{1}{2}$ deki teğetinin eğitimi tan45° = 1 dir. Yani

$f'(\frac{1}{2}) = 1$ olmalıdır.

$f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f'(\frac{1}{2}) = 2a.\frac{1}{2} + b = 1$

a + b = 1 dir.

Parabol y– eksenini (0, –1) noktasında kestiği için

$-1 = a \,.\, 0^2 + b \,.\, 0 + c \Rightarrow c = -1$ olur.

$\underbrace{a + b}_{1} + c = 1 + (-1) = 0$ bulunur.

Yanıt C

13. $\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 - 2x + 3 \\ g(x) = ax^2 + bx + 1 \end{array}\right\}$ fonksiyonlarının grafiklerinde aynı apsisli noktalarındaki teğetlerin birbirine paralel olması için teğet doğrularının eğimlerinin eşit olması gerekir.

$\left.\begin{array}{l} m_f = f'(x) = 2x - 2 \\ m_g = g'(x) = 2ax + b \end{array}\right\}$ $2x - 2 = 2ax + b$

$2a = 2 \Rightarrow a = 1$

$b = -2$ ise

$(a, b) = (1, -2)$ olur.

Yanıt A

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = x + 1 \Rightarrow$ eğim $= f'(2) = 1$ dir.

$g(x) = f(x) \,.\, (x^2 - 5)$

$g'(x) = f'(x) \,.\, (x^2 - 5) + f(x) \,.\, (2x)$

$g'(2) = f'(2) \,.\, (4 - 5) + f(2) \,.\, (2 \,.\, 2)$

$= 1 \,.\, (-1) + 3 \,.\, 4$

$= 11$ bulunur.

Yanıt E

2. $y = x^2 + 4\lambda$ için x = 2 ise $y = 4 + 4\lambda$ olur.

Teğetin geçtiği nokta $(2, 4 + 4\lambda)$ dır. Bu noktadaki teğetinin eğimi

$y' = 2x \Rightarrow m_T = 2 \,.\, 2 = 4$ olur.

Teğetin denklemi ise

$y - (4 + 4\lambda) = 4 \,.\, (x - 2)$ dir.

Bu doğrunun x eksenini kestiği nokta

$y = 0 \Rightarrow 0 - (4 + 4\lambda) = 4(x - 2)$

$-1 - \lambda = x - 2$

$x = 1 - \lambda$

$(1 - \lambda, 0)$ noktasıdır.

Apsisi $x_1 = 1 - \lambda$ olan noktanın ordinatı

$y_1 = (1 - \lambda)^2 + 4\lambda = (1 + \lambda)^2$ olur.

Nokta $(1 - \lambda, (1 + \lambda)^2)$ dir.

$y' = 2x \Rightarrow m_{T_1} = 2 \,.\, (1 - \lambda)$

ve teğetin denklemi

$y - (1 + \lambda)^2 = 2(1 - \lambda)\,(x - (1 - \lambda))$ olur.

Bu teğet başlangıç noktasından geçeceği için x = 0 ve y = 0 değerlerini sağlar.

$-(1 + \lambda)^2 = 2(1 - \lambda)\,(-(1 - \lambda))$

$\Rightarrow (1 + \lambda)^2 = 2(1 - \lambda)^2$

$\Rightarrow 1 + \lambda = \sqrt{2}(1 - \lambda)$

$\Rightarrow 1 + \lambda = \sqrt{2} - \sqrt{2}\lambda$

$\Rightarrow \lambda + \sqrt{2} \,.\, \lambda = \sqrt{2} - 1$

$\Rightarrow \lambda(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$

$\Rightarrow \lambda = \frac{\sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2}}$

$\Rightarrow \lambda = 3 - 2\sqrt{2}$ olur.

Yanıt B

3. $x^3 \,.\, y^2 - 5xy^3 + 8x^2 - 4y + 24 = 0 = F(x, y)$ ifadesinin türevinde x = 2 ve y = 2 yazılırsa, (2, 2) noktasındaki teğetin eğimi bulunur.

$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{3x^2.y^2 - 5y^3 + 16x}{2x^3.y - 15xy^2 - 4}$

$m = -\frac{3.2^2.2^2 - 5.2^3 + 16.2}{2.2^3.2 - 15.2.2^2 - 4} = \frac{10}{23}$

ve teğetinin denklemi;

$\left.\begin{array}{l} m = \frac{10}{23} \\ (2,2) \end{array}\right\} \Rightarrow y - 2 = \frac{10}{23}(x - 2)$ olur.

Yanıt A

4. $y = x^2 + ax + 3 \Rightarrow y' = 2x + a$

x = 2 deki teğetinin eğimi

$m_1 = 2.2 + a = 4 + a$

x = 0 daki teğetinin eğimi

$m_2 = 2.0 + a = a$ olur.

İki doğrunun arasındaki açının tanjantı 4 olacaksa;

$\tan\alpha = \dfrac{m_1 - m_2}{1 + m_1.m_2}$

$\Rightarrow 4 = \dfrac{4 + a - a}{1 + (4 + a).a}$

$\Rightarrow 1 + 4a + a^2 = 1$

$\Rightarrow a(4 + a) = 0$

$\Rightarrow a = 0$ veya $a = -4$ olur.

Yanıt A

5. $y = \dfrac{4x^2 - 5}{5x^2 + 3}$ nin x = –1 deki teğetinin eğimi,

$y' = \dfrac{8x(5x^2 + 3) - (4x^2 - 5).(10x)}{(5x^2 + 3)^2}$

x = –1 için

$m_{teğet} = \dfrac{-8(5 + 3) - (4 - 5)(-10)}{(5 + 3)^2} = \dfrac{-37}{32}$

$m_{teğet} . m_{normal} = -1$

$\Rightarrow \dfrac{-37}{32}.m_{normal} = -1$

$\Rightarrow m_{normal} = \dfrac{32}{37}$ olur.

Yanıt E

6. $y = \dfrac{x^3 + 8}{x^2 + 2}$ ise

$y' = \dfrac{3x^2.(x^2 + 2) - (x^3 + 8).(2x)}{(x^2 + 2)^2}$

x = 1 için eğim;

$m = \dfrac{3(1 + 2) - (1 + 8)(2)}{(1 + 2)^2} = -1$ dir.

x = 1 için $y = \dfrac{1^3 + 8}{1^2 + 2} = \dfrac{9}{3} = 3$ tür.

Teğetin denklemi;

$\left.\begin{array}{l}(1,3)\\ m = -1\end{array}\right\} \Rightarrow y - 3 = -1(x - 1)$

$y - 3 = -x + 1$

$x + y - 4 = 0$ olur.

Yanıt E

7. $y^2 = \dfrac{x^2}{2 - x}$ in A(1, 1) deki teğetinin eğimi;

$2y.y' = \dfrac{2x(2 - x) - x^2.(-1)}{(2 - x)^2}$

$\left.\begin{array}{l}x = 1\\ y = 1\end{array}\right\} 2.1.y' = \dfrac{2.1.(2 - 1) - 1^2.(-1)}{(2 - 1)^2} \Rightarrow y' = m = \dfrac{3}{2}$ dir.

Teğetinin denklemi ise,

$\left.\begin{array}{l}A(1,1)\\ m = \frac{3}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow y - 1 = \dfrac{3}{2}(x - 1)$ olur.

Yanıt C

8. $x^2 + 5y^2 = 14$ ün, P(3, 1) deki teğetinin eğimi;

$2x + 10y . y' = 0$

$y' = \dfrac{-2x}{10y} = \dfrac{-x}{5y} \Rightarrow m = \dfrac{-3}{5.1} = \dfrac{-3}{5}$ tir.

Teğetinin denklemi ise,

$\left.\begin{array}{l}P(3,1)\\ m = \frac{-3}{5}\end{array}\right\}$ $y - 1 = \dfrac{-3}{5}(x - 3)$

$5y - 5 = -3x + 9$

$3x + 5y - 14 = 0$ bulunur.

Yanıt C

9. $y^2 = 2x^2 - x^3$ ün, (1, 1) noktasındaki teğetinin eğimi,

$2y . y' = 4x - 3x^2$

$y' = \dfrac{4x - 3x^2}{2y} \Rightarrow m = \dfrac{4.1. - 3.1^2}{2.1} = \dfrac{1}{2}$ dir.

Teğetin denklemi ise;

$\left.\begin{array}{l}(1,1)\\ m = \frac{1}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow y - 1 = \dfrac{1}{2}(x - 1)$

$2y - 2 = x - 1$

$x - 2y + 1 = 0$ bulunur.

Yanıt B

10. $y = \dfrac{3}{4}x \Rightarrow$ eğim $= \dfrac{3}{4}$

$y = \dfrac{x^2 - ax - 5}{x - 7}$ nin x = –1 deki teğeti, $y = \dfrac{3}{4}x$ doğrusuna paralel ise eğimleri eşit olmalıdır.

$y' = \dfrac{(2x - a)(x - 7) - (x^2 - ax - 5).1}{(x - 7)^2}$

x = –1 için $\dfrac{(-2 - a)(-1 - 7) - (1 + a - 5)}{(-1 - 7)^2} = \dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow a = 4$ olur.

Yanıt D

11. $y = \dfrac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ eğrisinin teğetlerinden birinin eğimi $-\dfrac{1}{3}$ ise,

$y' = \dfrac{1}{2}.2x - 3 = -\dfrac{1}{3}$ olmalıdır.

$x - 3 = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow x = \dfrac{8}{3}$ olur.

$x = \dfrac{8}{3}$ için $y = \dfrac{1}{2}.(\dfrac{8}{3})^2 - 3.\dfrac{8}{3} + 4 = -\dfrac{4}{9}$ olur.

$(\dfrac{8}{3}, -\dfrac{4}{9})$ noktasındaki teğetidir.

Yanıt D

12. $y = x^2 - 1$ eğrisinin bir teğeti, $y = 4x - 3$ doğrusuna paralel ise eğimleri eşit olmalıdır.

$y = 4x - 3 \Rightarrow m = 4$

$y = x^2 - 1 \Rightarrow y' = 2x = 4 \Rightarrow x = 2$ ve

x = 2 için $y = 2^2 - 1 = 3$ tür.

$\left.\begin{array}{l}(2,3)\\ m = 4\end{array}\right\} \Rightarrow y - 3 = 4(x - 2)$

$y = 4x - 5$ teğetin denklemidir.

Yanıt A

13. $y = x^3 - 3x + 2$ nin bir teğeti x– eksenine paralel olacaksa eğimi 0 olmalıdır.

$y' = 3x^2 - 3 = 0$

$3x^2 = 3$

$x = \mp 1$

x = 1 için y = 1 – 3 + 2 = 0 ve

x = –1 için y = –1 + 3 + 2 = 4 olur.

Yani, (1, 0) ve (–1, 4) noktalarındaki teğetleri x eksenine paraleldir.

Seçeneklerde (1, 0) noktası verilmiştir.

Yanıt B

C. Türevin Polinomlara Uygulanması

LYS SORUSU

1. Baş katsayısı 1 olan, üçüncü dereceden gerçel katsayılı bir P(x) polinom fonksiyonunun köklerinden ikisi –5 ve 2'dir.

P(x)'in x = 0 noktasında bir yerel ekstremumu olduğuna göre, üçüncü kökü kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{-5}{2}$ E) $\frac{-10}{3}$

(2012-LYS1)

ÖSS SORUSU

1. P(x) polinom fonksiyonunun türevi P′(x) ve $P(x) - P'(x) = 2x^2 + 3x - 1$ olduğuna göre, P(x) in katsayılarının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORUSU

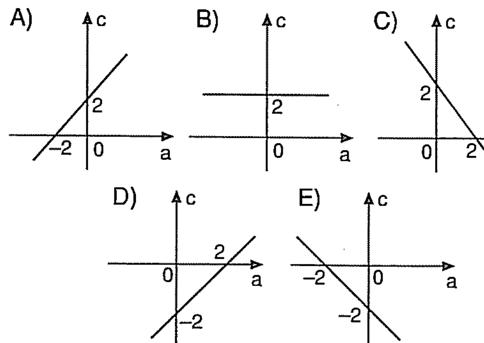
1. $P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$ nin iki katlı bir kökü x = 2 olduğuna göre, a ile b arasındaki bağıntı nedir?

A) $32a + b + 10 = 0$ B) $32a + b + 36 = 0$
C) $16a + b - 24 = 0$ D) $16a + b - 32 = 0$
E) $16a + b - 24 = 0$

(1989-ÖYS)

ÜSS SORUSU

1. $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ çok terimlisinin $(x+1)^2$ ile bölünebilmesi için gerek ve yeter şart f(a, c)=0 fonksiyonu ile verildiğine göre, **bu fonksiyonun aoc dik koordinat sistemindeki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



(1979–ÜSS)

CEVAPLAR

LYS
1.E
ÖSS
1.E
ÖYS
1.B
ÜSS
1.D

C. Türevin Polinomlara Uygulanması

LYS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $P(x) = a.(x - x_1).(x - x_2).(x - x_3)$ polinomunun baş katsayısı 1, köklerinden ikisi –5 ve 2 ise,

$P(x) = 1.(x - (-5)) \,.\, (x - 2).(x - x_3)$

$P(x) = (x + 5).(x - 2).(x - x_3)$ tür.

P(x) in x = 0 da bir yerel ekstremumu olduğu için

$P'(0) = 0$ olur.

O hâlde,

$P'(x)=(x+5)'.(x-2).(x-x_3)+(x+5).[(x-2)(x-x_3)]'$

$\Rightarrow P'(x) = 1.(x-2)(x-x_3)+(x+5).(1.(x-x_3)+(x-2).1)$

$\Rightarrow P'(x)=(x-2)(x-x_3)+(x+5)(x-x_3)+(x+5)(x-2)$

$\Rightarrow P'(0) = (-2)(-x_3) + (5)(-x_3) + (5)(-2)$

$\Rightarrow 0 = 2x_3 - 5x_3 - 10$

$\Rightarrow 3x_3 = -10$

$\Rightarrow x_3 = -\frac{10}{3}$ bulunur.

Yanıt E

ÖSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $P(x) - P'(x) = 2x^2 + 3x - 1$ olduğuna göre P(x) polinomu 2. dereceden bir polinomdur. O hâlde,

$P(x) = ax^2 + bx + c$ olsun.

$P'(x) = 2ax + b$ olur.

$P(x) - P'(x) = ax^2 + bx + c - 2ax - b$

$2x^2 + 3x - 1 = ax^2 + (b - 2a)x + c - b$

$a = 2,\quad b - 2a = 3,\quad c - b = -1$

$b - 2\,.\,2 = 3\quad c - 7 = -1$

$b = 7\quad c = 6$

P(x) in kat sayılar toplamı da

$a + b + c = 2 + 7 + 6 = 15$ bulunur.

Yanıt E

ÖYS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $P(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 + bx + c$ nin iki katlı bir kökü x = 2 ise

$P(2) = 0$ ve $P'(2) = 0$ olur.

$P'(x) = 4ax^3 + 12x^2 - 6x + b$

$P'(2) = 32a + 48 - 12 + b = 0$

$32a + b + 36 = 0$ bulunur.

Yanıt B

ÜSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ polinomunun $(x + 1)^2$ ile bölünebilmesi için

$P(-1) = 0$ ve $P'(-1) = 0$ olmalıdır.

$P(-1) = -1 + a - b + c = 0$

$a - b + c = 1$ (*)

$P'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$P'(-1) = 3 - 2a + b = 0$

$-2a + b = -3$ (**)

(*) ve (**) ifadeleri taraf tarafa toplanırsa

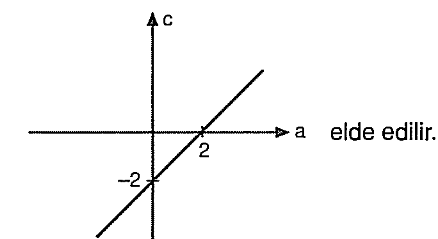
$a - b + c = 1$
$+\; -2a + b = -3$

$-a + c = -2$ bulunur.

Bu denklemin a0c dik koordinat sistemindeki grafiği;

a = 0 için c = –2 ⇒ (0, –2)

c = 0 için a = 2 ⇒ (2, 0)



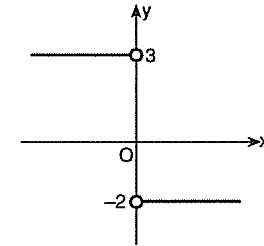
elde edilir.

Yanıt D

D. Türevle Artan ve Azalan Fonksiyonları Bulma

LYS SORULARI

1. Aşağıda, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,

I. f(2) – f(1) = –2'dir.

II. f fonksiyonunun x = 0 noktasında yerel maksimumu vardır.

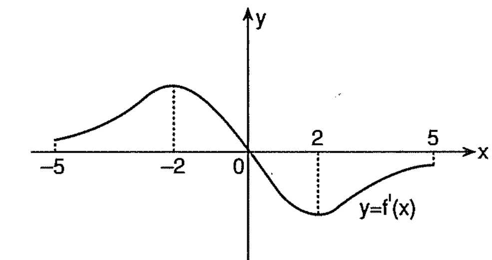
III. İkinci türev fonksiyonu x = 0 noktasında tanımlıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

(2012-LYS1)

2. Aşağıda, [–5, 5] aralığı üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Bu grafiğe göre,

I. f fonksiyonu x > 0 için azalandır.

II. f(–2) > f(0) > f(2) dir.

III. f fonksiyonunun x = –2 ve x = 2 noktalarında yerel ekstremumu vardır.

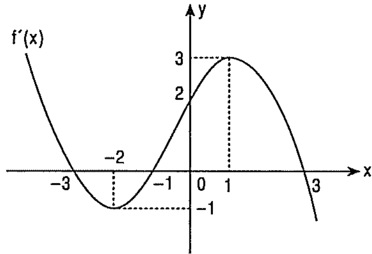
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

(2011-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. Aşağıda, her noktada türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevinin (f′ nün) grafiği verilmiştir.



Yukarıdaki verilere uygun olarak alınacak her f fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $-2 < x < -1$ aralığında artandır.

B) $0 < x < 3$ aralığında azalandır.

C) $x = 1$ de bir yerel maksimumu vardır.

D) $x = -1$ de bir yerel maksimumu vardır.

E) $x = -3$ te bir yerel maksimumu vardır.

(2007-ÖSS Mat 2)

2. $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5$ **fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalandır?**

A) $(\frac{-3}{2}, -1)$ B) $(-1, \frac{-1}{2})$ C) $(\frac{-1}{2}, 0)$

D) $(0, \frac{1}{2})$ E) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. f: R → R

$f(x) = x^3 + 6x^2 + kx$ veriliyor.

f(x) fonksiyonu $(-\infty, +\infty)$ aralığında artan olduğuna göre, k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $k = -7$ B) $k = -1$ C) $k < -2$

D) $k < 0$ E) $k > 12$

(1997-ÖYS)

2. $f(x) = x^2 - 7x + 14$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 3

(1996-ÖYS)

3. k nin hangi aralıktaki değerleri için $y = \frac{kx+1}{x+k}$ fonksiyonu daima eksilendir?

A) $-\infty < k < -2$ B) $-2 < k < -1$ C) $-1 < k < 1$

D) $1 < k < 2$ E) $0 < k < 2$

(1996-ÖYS)

4. Denklemi $f(x) = \frac{x^2 + mx}{x - 1}$ olan fonksiyonun x = 3 noktasında ekstremum noktasının olması için m kaç olmalıdır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(1994-ÖYS)

5. f ve g bir I aralığında türevli olan fonksiyonlardır. **Bu fonsiyonlar için aşağıdaki bağıntıların hangisi sağlanırsa g(x) . f(x) çarpımı I aralığında artandır?**

A) $f'(x) > g(x)$

B) $f(x) . g(x) > f'(x) . g(x)$

C) $f'(x) . g(x) > -f(x) . g'(x)$

D) $f(x) . g'(x > f'(x) . g(x)$

E) $f(x) . g(x) > -f'(x) . g'(x)$

(1987-ÖYS)

6. f(x) fonksiyonu (a, b) aralığından pozitif olarak tanımlı ve artan ise aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta azalandır?

A) $2f(x)$ B) $\frac{1}{f(x)}$ C) $f^3(x)$

D) $f^2(x)$ E) $-\frac{1}{f^2(x)}$

(1985-ÖYS)

7. f(x), $0 < x < \infty$ için azalan bir fonksiyon olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi aynı aralıkta artan bir fonksiyondur?

A) $f(x) - x$ B) $f(x^2)$ C) $x - f(x)$

D) $2f(x)$ E) $[f(x)]^3$

(1983-ÖYS)

ÜSS SORUSU

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi daima artandır?

A) $y = \frac{1}{(x-1)^2}$ B) $y = \frac{x+1}{x-2}$ C) $y = \frac{x-1}{x+2}$

D) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ E) $y = x^2 - 3x + 2$

(1974-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.C 2.A

ÖSS

1.E 2.D

ÖYS

1.E 2.D 3.C 4.B 5.C 6.B

7.C

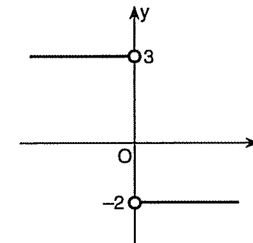
ÜSS

1.C

D. Türevle Artan ve Azalan Fonksiyonları Bulma

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



Türevin grafiğine göre,

$$f'(x) = \begin{cases} 3, & x < 0 \text{ ise} \\ -2, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x + c_1, & x < 0 \text{ ise} \\ -2x + c_2, & x > 0 \text{ ise,} \end{cases}$$

fonksiyonu elde edilir.

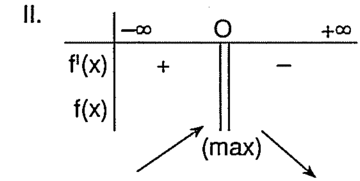
I. $f(2) - f(1) = -2$

$-2.2 + c_2 - (-2.1 + c_2) = -2$

$-4 + c_2 + 2 - c_2 = -2$

$-2 = -2$ olduğu için I. ifade doğrudur.

II.

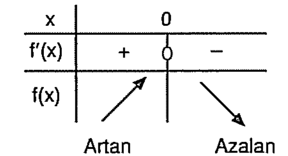


işaret tablosundan f(x)'in x = 0 da yerel maksimumu olduğu görülüyor. (II) ifadesi de doğrudur.

III. f′(x) fonksiyonu x = 0 noktasında sürekli olmadığı için f″(x) (ikinci türev fonksiyonu) x = 0 noktasında tanımlı olamaz. (III) ifadesi doğru değildir.

Yanıt C

2. Türevinin grafiğinden yararlanarak fonksiyonun işaret tablosu yapılırsa



x > 0 için f(x) in azalan olduğu anlaşılır. (I ifadesi doğrudur.)

x = 0 için f(x) in yerel maksimumu vardır.

f(–2) > f(0) ifadesi yanlıştır. (II ifadesi yanlıştır.)

f(x) in sadece x = 0 da yerel ekstremumu olduğu için (III) ifadesi de yanlıştır.

Yanıt A

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Türevinin grafiği verilen f fonksiyonu x = –3 te artarken azalmaya başladığı için x = –3 yerel maksimumu vardır.

Yanıt E

2. $f(x)=\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+5$ fonksiyonunun artan veya azalan olduğu aralıkları belirlemek için türevinin işareti incelenir.

$f'(x)=\frac{2.3x^2}{3}-\frac{2x}{2}+0=0$

$\Rightarrow 2x^2-x=0$

$\Rightarrow x(2x-1)=0$

$\Rightarrow x=0,\ x=\frac{1}{2}$

x		0		1/2	
f'(x)	+		−		+
f(x)	↗		↘		↗
	Artan		Azalan		Artan

f fonksiyonu $(0, \frac{1}{2})$ aralığında azalandır.

Yanıt D

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)=x^3+6x^2+kx$ fonksiyonu, $(-\infty, +\infty)$ aralığında artan ise fonksiyonun türevi bu aralıkta pozitif olmalıdır.

$f'(x)=3x^2+12x+k>0$

olması için $\Delta<0$ olmalıdır.

$a=3,\ b=12$ ve $c=k$

$\Delta=b^2-4ac$

$=12^2-4.3.k<0$

$\Rightarrow 144-12k<0$

$\Rightarrow 144<12k$

$\Rightarrow 12<k$ olmalıdır.

Yanıt E

2. $f(x)=y=x^2-7x+14$ parabolü üzerindeki, koordinatları toplamı en küçük olan nokta A(x, y) olsun.

x + y nin minimum olması için

$x+x^2-7x+14=x^2-6x+14$ ifadesinin türevinin kökü bulunmalıdır.

$(x^2-6x+14)'=2x-6=0$

x = 3 bulunur.

x = 3 için $y=3^2-7.3+14=2$ olur.

x + y = 3 + 2 = 5 tir.

Yanıt D

3. $y=\frac{kx+1}{x+k}$ fonksiyonunun daima azalan olması için türevinin negatif olması gerekir.

$y'=\frac{k(x+k)-(kx+1).1}{(x+k)^2}<0$

$\Rightarrow kx+k^2-kx-1<0$

$\Rightarrow k^2-1<0$

$\Rightarrow k^2<1$

$\Rightarrow |k|<1$

$\Rightarrow -1<k<1$ olmalıdır.

Yanıt C

4. $f(x)=\frac{x^2+mx}{x-1}$ fonksiyonunun x = 3 te extremum noktası olması için

$f'(3)=0$ olmalıdır.

$f'(x)=\frac{(2x+m)(x-1)-(x^2+mx)(1)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow f'(3)=\frac{(6+m).2-(9+3m)}{4}=0$

$\Rightarrow 12+2m-9-3m=0$

$\Rightarrow m=3$ olmalıdır.

Yanıt B

5. f(x) . g(x) çarpımının I aralığında artan olması için bu ifadenin türevinin pozitif olması gerekir.

$[f(x).g(x)]'=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)>0$

$f'(x).g(x)>-f(x).g'(x)$

eşitsizliği sağlanmalıdır.

Yanıt C

6. f(x) fonksiyonu $x\in(a, b)$ için pozitif ve artan ise $f(x)>0$ ve $f'(x)>0$ dır. Seçeneklerdeki ifadelerin türevlerini alarak işaret durumlarını inceleyelim;

A) $2f(x)\Rightarrow 2f'(x)>0\Rightarrow$ artandır.

B) $\frac{1}{f(x)}\Rightarrow -\frac{1}{\underbrace{f^2(x)}_{+}}.\underbrace{f'(x)}_{+}<0\Rightarrow$ azalandır.

C) $f^3(x)\Rightarrow 3.\underbrace{f^2(x)}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{+}>0\Rightarrow$ artandır.

D) $f^2(x)\Rightarrow \underbrace{2f(x)}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{+}>0\Rightarrow$ artandır.

E) $\frac{-1}{f^2(x)}\Rightarrow \frac{2}{\underbrace{f^3(x)}_{+}}.\underbrace{f'(x)}_{+}>0\Rightarrow$ artandır.

Yanıt B

7. f(x) fonksiyonu $0<x<\infty$ aralığında azalan ise $f'(x)<0$ olmalıdır. Seçeneklerdeki ifadelerin türevlerini alarak işaret durumlarını inceleyelim:

A) $f(x)-x\Rightarrow \underbrace{f'(x)}_{-}-1<0$ olduğu için azalandır.

B) $f(x^2)\Rightarrow \underbrace{f'(x^2)}_{-}.\underbrace{2x}_{+}<0$ olduğundan azalandır.

C) $x-f(x)\Rightarrow 1-\underbrace{f'(x)}_{-}>0$ olduğu için artandır.

D) $2f(x)\Rightarrow 2\underbrace{f'(x)}_{-}<0$ olduğu için azalandır.

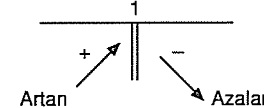
E) $[f(x)]^3\Rightarrow 3.\underbrace{[f(x)]^2}_{+}.\underbrace{f'(x)}_{-}<0$ olduğu için azalandır.

Yanıt C

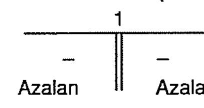
ÜSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. Bir fonksiyonun daima artan olması için türevinin $(-\infty, +\infty)$ aralığında pozitif olması gerekir. Seçenekleri inceleyelim;

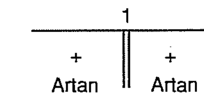
A) $y=\frac{1}{(x-1)^2}\Rightarrow y'=\frac{-2}{(x-1)^3}$



B) $y=\frac{x+1}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{1.(x-1)-(x+1).1}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x-1)^2}$

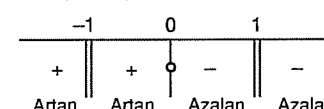


C) $y=\frac{x-1}{x+2}\Rightarrow y'=\frac{1(x+2)-(x-1).1}{(x+2)^2}=\frac{3}{(x+2)^2}$



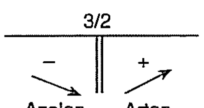
D) $y=\frac{x^2}{x^2-1}\Rightarrow y'=\frac{2x(x^2-1)-x^2.(2x)}{(x^2-1)^2}$

$\Rightarrow y'=\frac{-2x}{(x^2-1)^2}$



E) $y=x^2-3x+2$

$y'=2x-3=0\Rightarrow x=\frac{3}{2}$



Yanıt C

E. Maksimum-Minimum Problemleri

LYS SORULARI

1. x > 0 olmak üzere; $y=6-x^2$ eğrisinin grafiği üzerinde ve (0, 1) noktasına en yakın olan nokta (a, b) olduğuna göre, b kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

(2012-LYS1)

2. (1, 2) noktasından geçen negatif eğimli bir d doğrusu ile koordinat eksenleri arasında kalan üçgensel bölgenin alanı <u>en az</u> kaç birim karedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

(2011-LYS1)

3. D, x, C, Koridor, Mutfak, 2x, Çalışma Odası, 3x, A, B

Koridor, mutfak ve çalışma odasında oluşan bir iş yerinin yukarıda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir ve bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 72 metredir.

Bu iş yerindeki mutfağın en geniş alanlı olması için x kaç metre olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2010-LYS1)

4. $f(x)=x^4-5x^2+4$

fonksiyonunun $\left[\frac{-1}{2},\frac{1}{2}\right]$ aralığındaki maksimum değeri kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

(2010-LYS1)

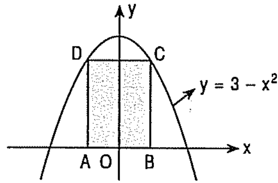
ÖSS SORULARI

1. **$f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3$ fonksiyonunun $x = -1$ de yerel ekstremum ve $x = -\frac{1}{12}$ de dönüm (büküm) noktası olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) 4 D) 6 E) 12

(2008–ÖSS Mat 2)

2. A ve B noktaları Ox ekseni üzerinde, C ve D noktaları ise $y = 3 - x^2$ parabolü üzerinde pozitif ordinatlı noktalar olmak üzere şekildeki gibi ABCD dikdörtgenleri oluşturuluyor.



Bu dikdörtgenlerden alanı en büyük olanın alanı kaç birim karedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2007–ÖSS Mat 2)

3. **a pozitif bir gerçel (reel) sayı olmak üzere, kenarları a cm ve (8 – 2a) cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olur?**

A) 64 B) 32 C) 24 D) 16 E) 8

(1999-ÖSS)

4. a, b gerçel (reel) sayılar ve

$A = -a^2 + 8a + 1$

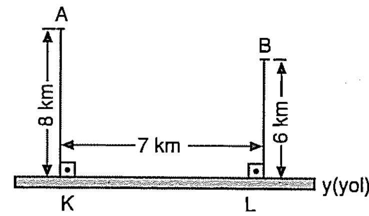
$B = b^2 + 18b + 5$

olduğuna göre, **A nın en büyük sayı değeri ile B nin en küçük sayı değeri toplamı kaçtır?**

A) –59 B) –50 C) 60 D) 70 E) 80

(1999-ÖSS İPTAL)

5.



$[AK] \perp y$ $[BL] \perp y$

$|AK| = 8$ km

$|BL| = 6$ km

$|KL| = 7$ km

Şekildeki A ve B kentleri yolun aynı tarafında bulunmaktadır.

A kentinden y yolu üzerindeki bir N noktasına uğrayarak B kentine giden en kısa $|AN| + |NB|$ yolu kaç km dir?

A) 10 B) 12 C) 13 D) $5\sqrt{5}$ E) $7\sqrt{5}$

(1995-ÖSS)

6. a + b toplamı sabit olan (a, b) gibi sayı çiftlerinde, |a – b| mutlak değeri en küçük olan çift için (a . b) çarpımının değeri en büyüktür.

Buna göre, A ve B pozitif tamsayılar ve

$\left.\begin{matrix} A = 4 + x \\ B = 6 - x \end{matrix}\right\}$ ise,

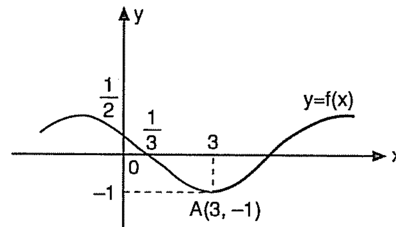
A . B çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 24 B) 25 C) 26 D) 28 E) 30

(1981-ÖSS)

ÖYS SORULARI

1.



Yukarıdaki grafikte, A(3, –1) noktası f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktası ve $h(x) = \frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, **h′(3) ün değeri kaçtır?** (h′(x) h(x) in türevi)

A) –1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{9}$

(1998-ÖYS)

2. **a bir parametre (değişken) olmak üzere, $y = x^2 - 2ax + a$ eğrilerinin ekstremum noktalarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = -x^2 + 2x$ B) $y = -x^2 + x$

C) $y = x^2 - 2x$ D) $y = x^2 + x$

E) $y = x^2 + 2x$

(1998-ÖYS)

3. **$a \neq 0$ olmak üzere, $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonu ile ilgili olarak,**

I. Büküm (dönüm) noktası vardır.

II. Yerel minimum noktası vardır.

III. Yerel maksimum noktası vardır.

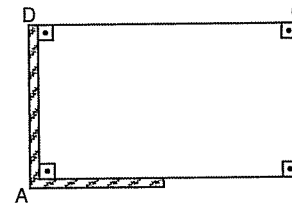
yargılarından hangileri her zaman doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

(1998-ÖYS)

4.



Dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin [AD] kenarının tümü ile [AB] kenarının yarısına şekildeki gibi duvar örülmüş, kenarlarının geriye kalan kısmına bir sıra tel çekilmiştir.

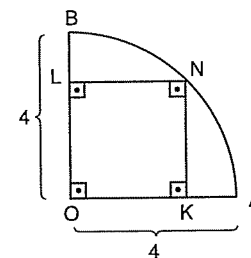
Kullanılan telin uzunluğu 120 m olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m^2 olabilir?

A) 1200 B) 1250 C) 2300

D) 2350 E) 2400

(1997-ÖYS)

5.



Yandaki şekilde merkezi O, yarıçapı |OA| = |OB| = 4 cm olan dörtte bir çember yayı üzerindeki N noktasından yarıçaplara inen dikme ayakları K ve L dir.

Buna göre, OKNL dikdörtgeninin en büyük alanı kaç cm^2 dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 6 E) 8

(1996-ÖYS)

6. m, n ∈ R olmak üzere, f : R → R fonksiyonu

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + nx$ ile tanımlıdır.

f fonksiyonunun $x_1 = 2$ ve $x_2 = 3$ noktalarında yerel ekstremumu olduğuna göre, n – m farkı kaçtır?

A) –1 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{17}{5}$

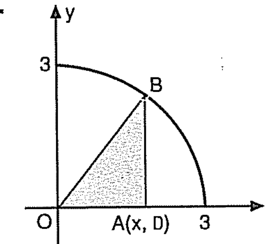
(1996-ÖYS)

7. **$y = \sin x + 2\cos x$ in $[0, \frac{\pi}{2}]$ aralığında aldığı en büyük değer kaçtır?**

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

(1995-ÖYS)

8.



Şekildeki denklemi $x^2 + y^2 = 9$ olan dörtte bir çemberin B noktasının x ekseni üzerindeki dik izdüşümü A(x, 0) noktasıdır.

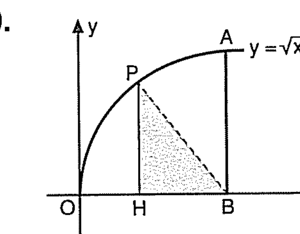
Buna göre, OAB üçgeninin alanı x in hangi değeri için en büyüktür?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D) 1 E) 2

(1994-ÖYS)

9.



Denklemi $y = \sqrt{x}$ olan şekildeki parabolün A ve P noktalarının x ekseni üzerindeki dik izdüşümleri sırasıyla B(36, 0) ve H(x, 0) dır.

HBP üçgeninin alanı, x in hangi değeri için en büyüktür?

A) 12 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

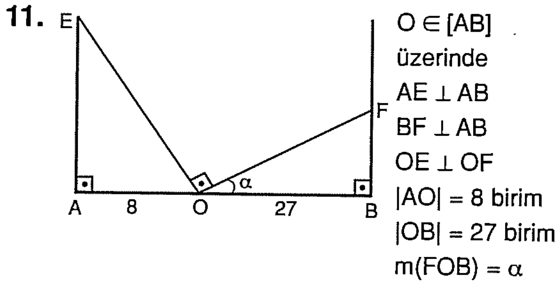
(1993-ÖYS)

10. Denklemi $y = x^3 + ax^2 + (a + 7)x - 1$ olan eğrinin dönüm (büküm) noktasının apsisi 1 ise ordinatı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(1993-ÖYS)

11.



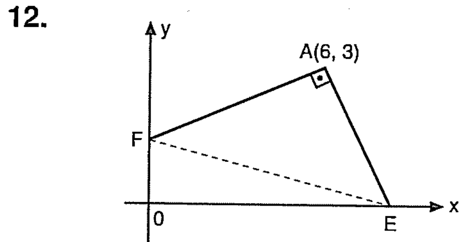
$O \in [AB]$ üzerinde
$AE \perp AB$
$BF \perp AB$
$OE \perp OF$
$|AO| = 8$ birim
$|OB| = 27$ birim
$m(FOB) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, tan α nın hangi değeri için |OE| + |OF| toplamı en küçüktür?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

(1992-ÖYS)

12.



Köşesi A(6, 3) olan şekildeki dik açının kenarları koordinat eksenlerini E ve F de kesmektedir.

Buna göre, |EF| nin en küçük değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 5 E) 4

(1991-ÖYS)

13. $y = \frac{4}{x}$ fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktasının, başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

A) 8 B) 4 C) 2 D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

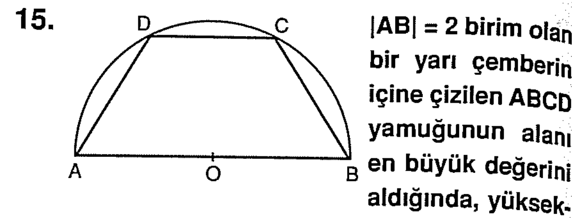
(1990-ÖYS)

14. $f(x) = x^3 - 3x + 8$ fonksiyonunun [–1, 2] aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) –1 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

(1990-ÖYS)

15.

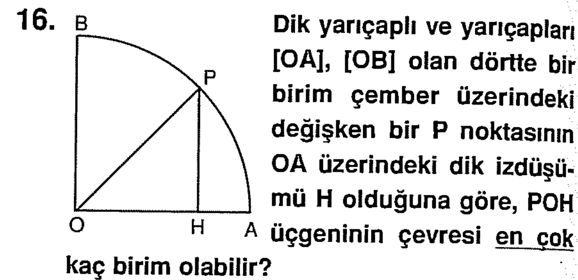


|AB| = 2 birim olan bir yarı çemberin içine çizilen ABCD yamuğunun alanı en büyük değerini aldığında, yüksekliği kaç birim olur?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(1990-ÖYS)

16.



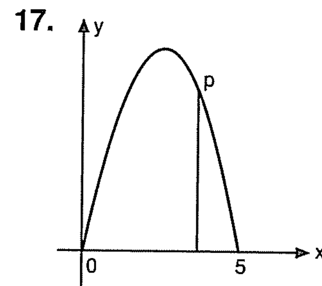
Dik yarıçaplı ve yarıçapları [OA], [OB] olan dörtte bir birim çember üzerindeki değişken bir P noktasının OA üzerindeki dik izdüşümü H olduğuna göre, POH üçgeninin çevresi en çok kaç birim olabilir?

A) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}-1$ C) $2\sqrt{3}-1$

D) $1+\sqrt{3}$ E) $1+\sqrt{2}$

(1990-ÖYS)

17.



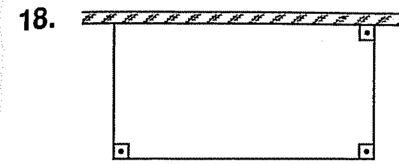
Şekildeki $p(x_1, y_1)$ noktası, denklemi $y = x(5 - x)$ olan parabol üzerindedir. x_1 in hangi değeri için x_1+y_1 maksimumdur?

A) 2,50 B) 2,75 C) 3,00

D) 3,25 E) 4,00

(1989-ÖYS)

18.



Şekildeki gibi dikdörtgen biçiminde ve kenarında duvar bulunan bir bahçenin üç kenarına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 80 m olduğuna göre, bahçenin alanı en fazla kaç m² olabilir?

A) 800 B) 1000 C) 1200

D) 1400 E) 2000

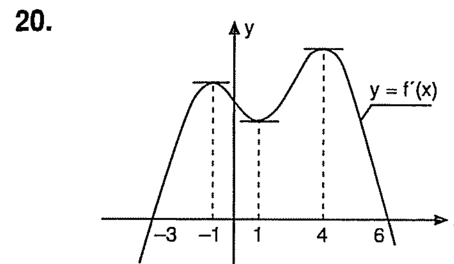
(1987-ÖYS)

19. $f(x) = mx^2 + (m + 1)x + m - 1$ fonksiyonunun $x = -\frac{3}{4}$ te bir minumumu olduğuna göre, m kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

(1985-ÖYS)

20.



Türevinin grafiği yukarıda verilen f fonksiyonu hangi x değeri için maksimum değeri alır?

A) –3 B) –1 C) 1 D) 4 E) 6

(1984-ÖYS)

21. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$, x = 0, y = 0 doğruları ile sınırlı bölgede bulunan ve köşelerinden üçü bu doğrular üzerinde, diğeri de O(0, 0) noktasında olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

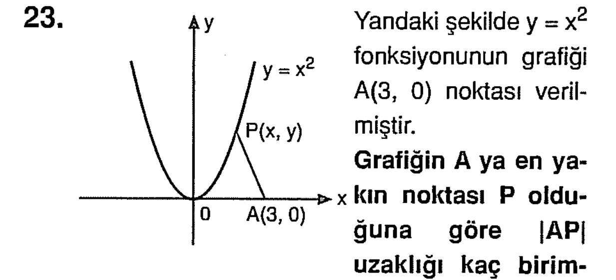
(1983-ÖYS)

22. $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2x - 1$ fonksiyonunda $f'(x)$ in yerel (bağıl) minimum değerinin –1 olması için a nın pozitif değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1983-ÖYS)

23.



Yandaki şekilde $y = x^2$ fonksiyonunun grafiği A(3, 0) noktası verilmiştir.

Grafiğin A ya en yakın noktası P olduğuna göre |AP| uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

(1983-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. **Bir kenarı y = 4 doğrusu, diğer kenarı y ekseni ve bir köşesi de $y = x^2$ eğrisi üzerinde değişen dikdörtgenlerin en büyük alanlısının alanı ne olur?**

A) $\frac{16}{9}\sqrt{3}$ B) $\frac{16}{9}\sqrt{2}$ C) $\frac{16}{3}$

D) $\frac{14}{5}$ E) $3\sqrt{6}$

(1977-ÜSS)

2. **Yandaki $x^2 + y^2 = 25$ çemberin üzerinde alınan bir P noktasından (x > 0, y > 0 bölgesinde) eksenlere paralel çizilerek elde edilen PQOR dikdörtgeninin alanının maksimum olması için α nın değeri ne olmalıdır?**

A) $\frac{5\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{4}$

(1977-ÜSS)

3. **y = (cosx + 5)(7 – cosx) ifadesinin en büyük değeri nedir?**

A) 48 B) 42 C) 40 D) 36 E) 35

(1976-ÜSS)

4. $y=\frac{x^2-mx+10}{x-3}$ fonksiyonunun, x = 1 için bir maksimumu olduğuna göre, **m aşağıdakilerden hangi değeri alır?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(1974-ÜSS)

5. **y = –cos2x + 3 fonksiyonunu maksimum yapan en küçük pozitif x açısı kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{4}$ B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

(1973-ÜSS)

6. **y = 2 – sin3x fonksiyonunu maksimum yapan en küçük pozitif x açısının değeri kaç derecedir?**

A) 0 B) 30 C) 90 D) 180 E) 270

(1973-ÜSS)

7. **x^2 + (2 – m)x – m – 3 = 0 denkleminde köklerin karelerinin toplamının minimum olması için m ne olmalıdır?**

A) –0,5 B) –1 C) 1 D) –2 E) 0,5

(1969-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.A	2. C	3.C	4.C		

ÖSS

1.A	2.C	3.E	4.A	5.E	6.B

ÖYS

1.E	2.B	3.A	4.E	5.E	6.C
7.D	8.A	9.A	10.D	11.C	12.B
13.E	14.B	15.D	16.E	17.C	18.A
19.E	20.E	21.D	22.B	23.E	

ÜSS

1.A	2.E	3.D	4.A	5.C	6.C
7.C					

E. Maksimum-Minimum Problemleri

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. (a, b) noktası y = 6 – x^2 eğrisinin üzerinde ise, b = 6 – a^2 dir.

(a, b) noktası, (a, 6 – a^2) olarak düşünüldüğünde (0, 1) noktası ile arasındaki uzaklık

$$\sqrt{(a-0)^2+(6-a^2-1)^2}$$

$$=\sqrt{a^2+(5-a^2)^2} \text{ olur.}$$

Bu ifadenin minimum olmasını sağlayan a değerini bulmak için türevinin kökünü bulmamız gerekir.

$$\left(\sqrt{a^2-(5-a^2)^2}\right)'=\frac{\left(a^2+(5-a^2)^2\right)'}{2\sqrt{a^2+(5-a^2)^2}}$$

$$0=\frac{2a+2(5-a^2).(-2a)}{2\sqrt{a^2+(5-a^2)^2}}$$

0 = 2a – 4a(5 – a^2)

0 = 2a(1 – 2(5 – a^2))

0 = 2a(–9 + 2a^2)

2a = 0 veya –9 + 2a^2 = 0

a = 0 veya 2a^2 = 9

$a^2=\frac{9}{2}$

$a=\frac{3}{\sqrt{2}}$ v $\frac{-3}{\sqrt{2}}$ dir.

x > 0 koşulu olduğuna göre, $a=\frac{3}{\sqrt{2}}$ dır.

b = 6 – a^2

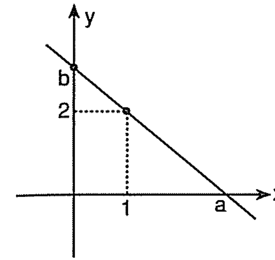
a = 0 için b = 6 – 0 = 6 ve

$a=\frac{3}{\sqrt{2}}$ için $b=6-\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{3}{2}$ bulunur.

$b=\frac{3}{2}$ değeri elde edilir.

Yanıt A

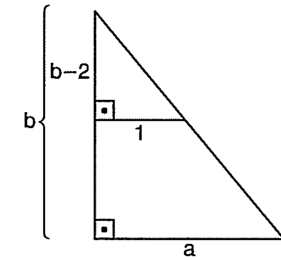
2.



(1, 2) noktasından geçen negatif eğimli doğrunun eksenleri kestiği noktalar (a, 0) ve (0, b) olsun.

Üçgenin alanı $S=\frac{a.b}{2}$ dir.

a ile b arasında bir bağıntı bularak değişkenlerden birini çekip alan formülünde yerine yazacağız. Benzerlik kullanılarak



$\frac{b-2}{b}=\frac{1}{a}$

$\Rightarrow ab-2a=b$

$\Rightarrow a.(b-2)=b$

$\Rightarrow a=\frac{b}{b-2}$ bulunur.

$S=\frac{a.b}{2}=\frac{b}{b-2}.\frac{b}{1}=\frac{b^2}{2b-4}$ alanının maksimum olması için S′ = 0 olmalıdır.

$S'=\frac{2b.(2b-4)-b^2.(2)}{(2b-4)^2}=0$

$4b^2$ – 8b – $2b^2$ = 0

$2b^2$ – 8b = 0

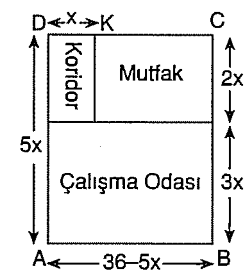
2b(b – 4) = 0

b = 4 ve $a=\frac{4}{4-2}=2$ bulunur.

$S=\frac{a.b}{2}=\frac{2.4}{2}=4$ birim karedir.

Yanıt C

3.



ABCD dikdörtgeninin çevresi 72 m ise

$|AB|=|DC|=\frac{72-10x}{2}$

= 36 – 5x olur.

|KC| = |DC| – |DK|

= 36 – 5x – x

= 36 – 6x tir.

Mutfağın alanı M(x) ile gösterilirse

M(x) = (36 – 6x) . 2x

= 72x – 12x^2 olur ve maksimum değerini bulmak için türevi alınır.

M′(x) = 72 – 24x

0 = 72 – 24x

24x = 72

x = 3 için mutfağın alanı en çok olur.

Yanıt C

4. f(x) in maksimum değerini bulmak için birinci türevinin işaret tablosuna bakmak gerekir. Ayrıca kapalı aralıktaki sınır değerlerini de hesaplamak gerekir.

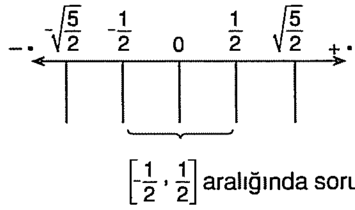
$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 10x$

$0 = 2x.(2x^2 - 5)$

$2x = 0$ veya $2x^2 - 5 = 0$

$x = 0$ veya $x^2 = \frac{5}{2}$

$x = \mp\sqrt{\frac{5}{2}}$ olur.



$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ aralığında sorulduğuna göre

$f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(0)$ ve $f\left(\frac{1}{2}\right)$ değerlerini hesaplamak gerekir

$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16} - \frac{5}{4} + \frac{4}{1} = \frac{1 - 20 + 64}{16} = \frac{45}{16}$
(4) (16)

ve f(0) = 4 bulunur. Maksimum değer 4 tür.

Yanıt C

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $x = -1$ de yerel ekstremum varsa $f'(-1) = 0$ ve $x = -\frac{1}{12}$ de dönüm noktası varsa $f''(-\frac{1}{12}) = 0$ olur.

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + (b + 1)x - 3$

$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b + 1$ ve

$f''(x) = 12x + 2a$ olur.

$f''(-\frac{1}{12}) = 0$ ve $f'(-1) = 0$

$\Rightarrow 12.(-\frac{1}{12}) + 2a = 0$ | $6(-1)^2 + 2a(-1)+b+1 = 0$

$6 - 2a + b + 1 = 0$

$\Rightarrow -1 + 2a = 0$ | $6 - 2.\frac{1}{2} + b + 1 = 0$

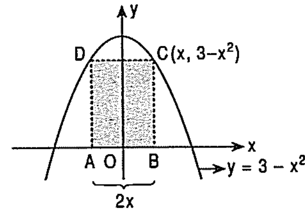
$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$ | $b = -6$ olur.

$a.b = \frac{1}{2}.(-6)$

$= -3$ bulunur.

Yanıt A

2.



C noktasının koordinatları $(x, 3 - x^2)$ dir.

O hâlde,

$|AB| = 2x$ ve $|BC| = 3 - x^2$ olur.

$A(ABCD) = 2x.(3 - x^2)$

$= 6x - 2x^3$ ifadesi maksimum değerini türevinin kökünde alır.

$(6x - 2x^3)' = 6 - 6x^2$

$0 = 6 - 6x^2$

$6x^2 = 6$

$x^2 = 1$

$x = \mp 1$

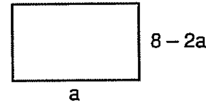
x = 1 için

$A(ABCD) = 6.1 - 2.1^3$

$= 4$ br^2 olur.

Yanıt C

3.



Dikdörtgenin alanı $= a.(8 - 2a)$

$= 8a - 2a^2$ dir.

Bu alanın maksimum olması için a yerine;

$(8a - 2a^2)' = 8 - 4a = 0 \Rightarrow a = 2$ yazılır.

a = 2 için Alan $= 8.2 - 2.2^2$

$= 16 - 8$

$= 8$ br^2 bulunur.

Yanıt E

4. $A = -a^2 + 8a + 1$ sayısının en büyük değerini bulmak için a yerine;

$A' = -2a + 8 = 0 \Rightarrow a = 4$ yazılmalıdır.

a = 4 için $A = -16 + 32 + 1 = 17$

mak için b yerine;

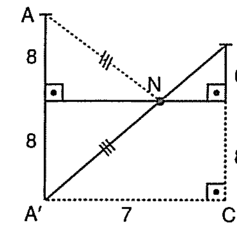
$B' = 2b + 18 = 0 \Rightarrow b = -9$ yazılmalıdır.

b = –9 için $B = 81 - 162 + 5 = -76$ olur.

$17 + (-76) = -59$ bulunur.

Yanıt A

5. **1. yol**



$|AN| = |A'N|$

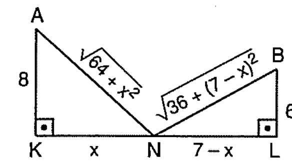
$|A'N| + |NB| = |A'B|$

$|A'B|^2 = |A'C|^2 + |BC|^2$

$= 7^2 + 14^2$

$|A'B| = 7\sqrt{5}$ km bulunur.

2. yol



Bu soruyu türev yardımıyla çözmek çok uzun işlemler gerektireceği için sadece gidiş yolu anlatılacaktır;

$|AN| + |NB| = \sqrt{64 + x^2} + \sqrt{36 + (7 - x)^2}$ ifadesinin 1. türevinin kökü bulunarak x– yerine yazılır ve minimum değer bulunur.

Yanıt E

6. **1. yol**

Tanıma göre, A . B nin en büyük olması için |A – B| farkının en küçük olması gerekir.

A = 4 + x ve B = 6 – x ise

$|A - B| = |4 + x - 6 + x| = |2x - 2| = 2|x - 1|$

mutlak değerinin en küçük değeri

x = 1 için $2|x - 1| = 2|1 - 1| = 0$ dır.

x = 1 için $\left.\begin{array}{l} A = 4 + 1 = 5 \\ B = 6 - 1 = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow A.B = 5.5$

$= 25$ olur.

2. yol

A.B nin maksimum değerini bulmak için türev kullanılabilir:

$A.B = (4 + x).(6 - x) = 24 + 2x - x^2 = f(x)$

$\Rightarrow f'(x) = 2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1$

	1	
f'	+	–

$\Rightarrow f(1) = 24 + 2.1 - 1^2 = 25$ bulunur.

3. yol

Verilen bilgiye göre

$A + B = 4 + x + 6 - x \Rightarrow A + B = 10$ dur.

A + B sabit olduğu için

|A – B| nin en küçük değeri sıfır olur.

O halde, A = B = 5 olmalıdır.

A . B = 5 . 5 = 25 bulunur.

Yanıt B

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $h(x) = \frac{f(x)}{x}$ ise

$h'(x) = \frac{f'(x).x - f(x).1}{x^2}$ dir.

x = 3 için

$h'(3) = \frac{f'(3).3 - f(3)}{3^2} = \frac{0.3 - (-1)}{9}$

$= \frac{1}{9}$ olur.

(A(3, –1) noktası f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktası olduğu için f′(3) = 0 dır.)

Yanıt E

2. $y = x^2 - 2ax + a$ eğrilerinin ekstremum noktaları için 1. türevinin kökü bulunmalıdır.

$y' = 2x - 2a = 0 \Rightarrow x = a$ olur.

$y = x^2 - 2ax + a$ ifadesinde a yerine x yazılırsa

$y = x^2 - 2.x.x + x$

$y = -x^2 + x$ bulunur.

Yanıt B

3. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ise

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ ve

$y'' = 6ax + 2b$ olur.

y′ ifadesinin kökü olup olmayacağı hakkında kesin bir şey söylenemeyeceği için yerel maksimum veya minimum değerlerinin olup olmadığı bilinemez.

$y'' = 6ax + 2b = 0$

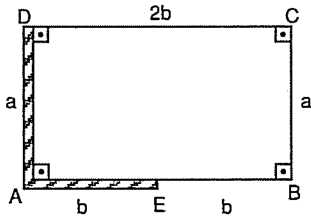
$6ax = -2b$

$x = \frac{-b}{3a}$ ve $a \neq 0$ olduğu için 2. türevinin kökü vardır ve bu noktada y″ işaret değiştirdiği için büküm noktası olur.

Yalnız I ifadesi doğrudur.

Yanıt A

4.



$|AD| = |BC| = a$ ve

$|AE| = |EB| = b$ olsun.

$|DC| = |AB| = 2b$ dir.

Tel çekilen kısım;

$|EB| + |BC| + |CD| = b + a + 2b = 3b + a = 120$ dir.

$A(ABCD) = 2b \,.\, a$ istenmektedir.

$3b + a = 120 \Rightarrow a = 120 - 3b$ olur.

$2ba = 2b(120 - 3b) = 240b - 6b^2$ nin maksimum değeri, 1. türevinin kökündedir.

$(240b - 6b^2)' = 240 - 12b = 0$

$12b = 240$

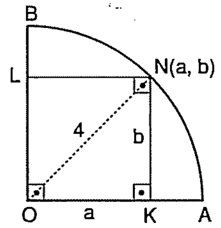
$b = 20$ dir.

$b = 20$ ise $a = 120 - 3 \,.\, 20 = 60$ olur.

$A(ABCD) = 2ba = 2 \,.\, 20 \,.\, 60 = 2400 \text{ m}^2$ bulunur.

Yanıt E

5.



$A(OKNL) = a \,.\, b$ dir. (*)

OKN üçgeninden

$a^2 + b^2 = 16$ olduğu anlaşılır. (**)

(**) den a yı çekerek (*) de yerine yazalım.

$a^2 + b^2 = 16 \Rightarrow a^2 = 16 - b^2 \Rightarrow a = \sqrt{16 - b^2}$

$A(OKNL) = \sqrt{16 - b^2} \,.\, b = \sqrt{16b^2 - b^4}$

ifadesinin 1. türevinin kökü bulunmalıdır.

$(\sqrt{16b^2 - b^4})' = \dfrac{1}{2\sqrt{16b^2 - b^4}} \,.\, (32b - 4b^3) = 0$

$\Rightarrow 32b - 4b^3 = 0$

$\Rightarrow 4b(8 - b^2) = 0$

$b = 0$ veya $8 - b^2 = 0 \Rightarrow b = \mp 2\sqrt{2}$

$b = 2\sqrt{2}$ için $a = \sqrt{16 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$ olur.

$A(OKNL) = a.b = 2\sqrt{2}.2\sqrt{2} = 8 \text{ br}^2$ olur.

Yanıt E

6. $x_1 = 2$ ve $x_2 = 3$ noktaları

$f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + nx$ fonksiyonunun 1. türevinin kökleridir.

$f'(x) = \dfrac{1}{3} \,3 \,.\, x^2 - 2mx + n$

$= x^2 - 2mx + n$

$x_1 = 2$ için $\quad 4 - 4m + n = 0$

$x_2 = 3$ için $\quad -9 - 6m + n = 0$

$-5 + 2m = 0 \Rightarrow m = \dfrac{5}{2}$

ve $m = \dfrac{5}{2}$ için

$4 - 4.\dfrac{5}{2} + n = 0 \Rightarrow n = 6$ olur.

$n - m = 6 - \dfrac{5}{2} = \dfrac{7}{2}$ bulunur.

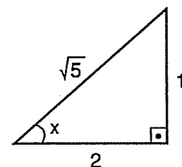
Yanıt C

7. $y = \sin x + 2\cos x$ fonksiyonunun $[0, \frac{\pi}{2}]$ aralığındaki en büyük değerini bulmak için;

$y' = \cos x - 2\sin x = 0$

$\cos x = 2\sin x$

$\tan x = \dfrac{1}{2}$ dir.



$\Rightarrow \sin x = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos x = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$ değerleri için

y nin en büyük değeri;

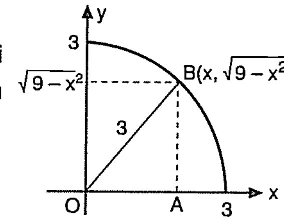
$y = \dfrac{1}{\sqrt{5}} + 2.\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{5}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$ olur.

Yanıt D

8. Çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 9$ olduğu için

$B(x, \sqrt{9 - x^2})$ olur.



$A(\overset{\Delta}{OAB}) = \dfrac{|OA|.|AB|}{2} = \dfrac{x.\sqrt{9 - x^2}}{2}$

alanının en büyük olması için x yerine $\dfrac{x\sqrt{9 - x^2}}{2}$ ifadesinin türevinin kökü yazılmalıdır.

$(\dfrac{x\sqrt{9 - x^2}}{2})' = (\dfrac{\sqrt{9x^2 - x^4}}{2})'$

$= \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2.\sqrt{9x^2 - x^4}}.(18x - 4x^3) = 0$

$\Rightarrow 18x - 4x^3 = 0$

$\Rightarrow x(18 - 4x^2) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ veya $18 - 4x^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 = \dfrac{9}{2} \Rightarrow x = \mp\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

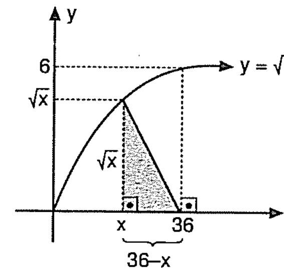
$x = 0$ ve $x = \dfrac{-3\sqrt{2}}{2}$

olamayacağı için ($0 < x < 3$ olduğu için),

$x = \dfrac{+3\sqrt{2}}{2}$ olmalıdır.

Yanıt A

9.



Üçgenin alanı $= \dfrac{(36 - x).\sqrt{x}}{2}$

Alanın en büyük olması için x yerine $\dfrac{(36 - x)\sqrt{x}}{2}$ ifadesinin türevinin kökü yazılır.

$\left[\dfrac{(36 - x)\sqrt{x}}{2}\right]' = 0 \Rightarrow \dfrac{-\sqrt{x} + (36 - x).\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{2} = 0$

$\Rightarrow -2x + 36 - x = 0$

$\Rightarrow 3x = 36$

$\Rightarrow x = 12$ olmalıdır.

Yanıt A

10. $y = x^3 + ax^2 + (a + 7)x - 1$ eğrisinin dönüm noktasının apsisi 1 ise, $x = 1$ sayısı y nin ikinci türevinin kökü olmalıdır.

$y' = 3x^2 + 2ax + a + 7$

$y'' = 6x + 2a$

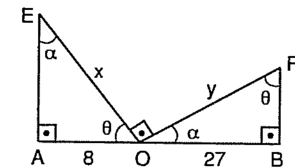
$x = 1$ için $6 \,.\, 1 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$ tür.

$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ eğrisinin $x = 1$ için ordinatı;

$y = 1 - 3 + 4 - 1 = 1$ olur.

Yanıt D

11.



$|OE| = x$ ve $|OF| = y$ olsun.

$m(\widehat{OFB}) = \theta$ ise

$m(\widehat{AOE}) = \theta$ ve $m(\widehat{AEO}) = \alpha$ olur.

AOE üçgeninden $\sin\alpha = \dfrac{8}{x} \Rightarrow x = \dfrac{8}{\sin\alpha}$

BOF üçgeninden $\cos\alpha = \dfrac{27}{y} \Rightarrow y = \dfrac{27}{\cos\alpha}$ olur.

$x + y = \dfrac{8}{\sin\alpha} + \dfrac{27}{\cos\alpha} = f(\alpha)$ ise

$f'(\alpha) = \dfrac{-8}{\sin^2\alpha}.\cos\alpha - \dfrac{27}{\cos^2\alpha}.(-\sin\alpha) = 0$

$\Rightarrow \dfrac{27\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{8\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$

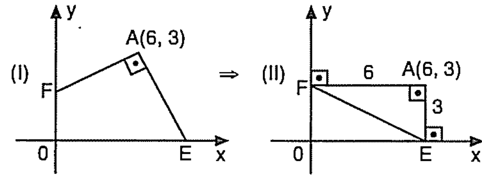
$\Rightarrow 27\sin^3\alpha = 8\cos^3\alpha$

$\Rightarrow \dfrac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha} = \dfrac{8}{27}$

$\Rightarrow \tan^3\alpha = \dfrac{8}{27} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{2}{3}$ olur.

Yanıt C

12. <u>1. yol</u>



|EF| nin en küçük olması için verilen Şekil (II) konumuna getirilmelidir.

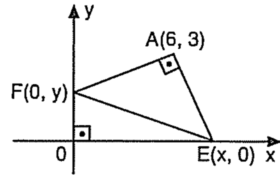
AFE üçgeninde |AF| = 6 br ve |AE| = 3 br olursa

$|EF|^2 = |AF|^2 + |AE|^2$

$= 6^2 + 3^2$

$|EF| = 3\sqrt{5}$ br bulunur.

<u>2. yol</u>



E(x, 0) ve F(0, y) olsun.

[AF] ⊥ [AE] olduğu için

Eğim(AF) . Eğim (AE) = –1 olmalıdır.

$\left.\begin{matrix}A(6,3)\\F(0,y)\end{matrix}\right\} \Rightarrow m_{AF} = \dfrac{y-3}{0-6} = \dfrac{3-y}{6}$

$\left.\begin{matrix}A(6,3)\\E(x,0)\end{matrix}\right\} \Rightarrow m_{AE} = \dfrac{3-0}{6-x} = \dfrac{3}{6-x}$

$\Rightarrow \dfrac{3-y}{6} \cdot \dfrac{3}{6-x} = -1 \Rightarrow y = -2x + 15 \quad (*)$

OFE üçgeninden $|EF|^2 = |OE|^2 + |OF|^2$

$\Rightarrow |EF| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (**)$

(*) ve (**) den

$|EF| = \sqrt{x^2 + (-2x+15)^2}$ ifadesinin en küçük olması için 1. türevinin kökü bulunmalıdır.

$(\sqrt{x^2 + (-2x+15)^2})'$

$= \dfrac{1}{2\sqrt{x^2 + (-2x+15)^2}} \cdot (2x + 2(-2x+15).(-2)) = 0$

$\Rightarrow 2x + 8x - 60 = 0 \Rightarrow x = 6$ olur.

O hâlde,

$|EF| = \sqrt{6^2 + (-2.6+15)^2} = 3\sqrt{5}$ br olur.

Yanıt B

13. $y = \dfrac{x}{4}$ ün O(0, 0) noktasına en yakın noktası P(x, y) ise

$P(x,y) = P(x, \dfrac{4}{x})$ olur.

$|OP| = \sqrt{(x-0)^2 + (\dfrac{4}{x} - 0)^2} = \sqrt{x^2 + \dfrac{16}{x^2}}$

ifadesinin minimum olması için 1. türevinin kökü bulunmalıdır.

$(\sqrt{x^2 + \dfrac{16}{x^2}})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2 + \dfrac{16}{x^2}}} \cdot (2x - \dfrac{32}{x^3}) = 0$

$\Rightarrow 2x - \dfrac{32}{x^3} = 0 \Rightarrow 2x = \dfrac{32}{x^3} \Rightarrow x^4 = 16$

$\Rightarrow x = \mp 2$

$x = \mp 2$ için $|OP| = \sqrt{2^2 + \dfrac{16}{2^2}} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$ br bulunur.

Yanıt E

14. $f(x) = x^3 - 3x + 8 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$ ve

$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \mp 1$ olur.

x = 1 için f(1) = 1 – 3 + 8 = 6 ve

x = –1 için f(–1) = –1 + 3 + 8 = 10 bulunur.

f(x) in [–1, 2] aralığındaki en küçük değerini bulmak için sınırdaki değerler (f(–1) ve f(2)) ile 1. türevinin köklerindeki değerleri (f(1) ve f(–1)) hesaplanarak en küçük olanı alınır.

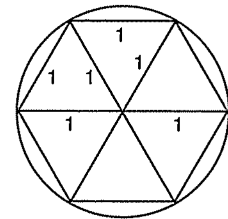
f(1) = 6

f(–1) = 10

$f(2) = 2^3 - 3.2 + 8 = 10$ değerlerinin en küçüğü 6 dır.

Yanıt B

15.

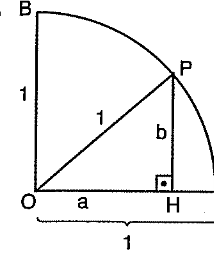


Yamuğun alanının maksimum olması için çemberin tamamı çizildiğinde oluşan şeklin düzgün altıgen olması gerekir. Düzgün altıgende 6 tane eşkenar üçgen bulunacağı için bir kenar uzunluğu 1 br olan eşkenar üçgenin yüksekliği, yani yamuğun yüksekliği

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1.\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ olmalıdır.

Yanıt D

16.



|OH|=a ve |PH| = b olsun.

Çevre (OHP)=a+b+1 dir.

Ayrıca, $a^2 + b^2 = 1$ olur.

$a^2 = 1 - b^2 \Rightarrow a = \mp\sqrt{1-b^2}$

a uzunluk olduğu için $-\sqrt{1-b^2}$ olamaz.

$a = \sqrt{1-b^2}$ için

$\text{Çevre} = a + b + 1 = \sqrt{1-b^2} + b + 1$

ve çevrenin türevi

$(\text{Çevre})' = \dfrac{1}{2\sqrt{1-b^2}} \cdot (-2b) + 1 = 0$

$1 = \dfrac{b}{\sqrt{1-b^2}} \Rightarrow 1 - b^2 = b^2 \Rightarrow b = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ br

$b = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ için $a = \sqrt{1 - (\dfrac{1}{\sqrt{2}})^2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ olur.

$\text{Çevre(OHP)} = a + b + 1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} + 1$

$= \dfrac{2}{\sqrt{2}} + 1 = \sqrt{2} + 1$ br olur.

Yanıt E

17. $P(x_1, y_1)$ ve y = x(5 – x) ise

$x = x_1$ için $y_1 = x_1 . (5 - x_1) = 5x_1 - x_1^2$ olur.

$x_1 + y_1 = x_1 + 5x_1 - x_1^2 = 6x_1 - x_1^2$ ifadesinin x_1 e göre türevini alalım.

$(6x_1 - x_1^2)' = 6 - 2x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$ ve

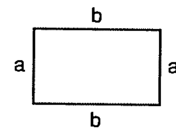
$x_1 = 3$ için $y_1 = 5 . 3 - 3^2 = 6$ olur.

$x_1 + y_1 = 3 + 6 = 9$

O hâlde, $x_1 = 3$ değeri için maksimum değer vardır.

Yanıt C

18.



Bahçenin kenar uzunlukları a ve b olsun. Üç kenarına tel çekildiğine göre

2a + b = 80m dir. (*)

Bahçenin alanı = a . b (**)

(*) den b yi çekerek (**) de yerine yazalım.

2a + b = 80 ⇒ b = 80 – 2a

$a . b = a . (80 - 2a) = 80a - 2a^2$ ifadesinin türevinin kökünde alan en fazla olur.

$(80a - 2a^2)' = 80 - 4a = 0$

4a = 80 ⇒ a = 20

a = 20 ise b = 80 – 2 . 20 = 40 bulunur.

Bahçenin alanı = a . b = 20 . 40

$= 800\ m^2$ bulunur.

Yanıt A

19. $f(x) = mx^2 + (m+1)x + m + 1$ ifadesinin $x = -\dfrac{3}{4}$ te bir minimumu varsa

$f'(-\dfrac{3}{4}) = 0$ olmalıdır.

f′(x) = 2mx + m + 1

$f'(-\dfrac{3}{4}) = 2.m.(-\dfrac{3}{4}) + m + 1 = 0$

$-\dfrac{3}{2}m + m = -1$

–m = –2 ⇒ m = 2 olur.

Yanıt E

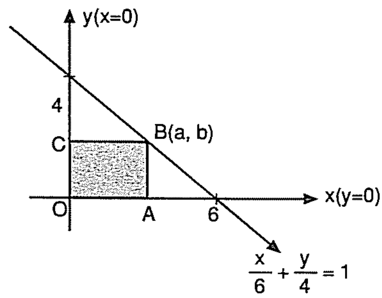
20. Grafikte verilenlere göre f′(6) = 0 ve f′(–3) = 0 dır.

$\left.\begin{matrix}x = -3 \text{ için } f'(-3) = 0\\x > -3 \text{ için } f'(-3) > 0\\x < -3 \text{ için } f'(-3) < 0\end{matrix}\right\}$ x = –3 te yerel minimum değeri vardır.

$\left.\begin{matrix}x = 6 \text{ için } f'(6) = 0\\x > 6 \text{ için } f'(6) < 0\\x < 6 \text{ için } f'(6) > 0\end{matrix}\right\}$ x = 6 da yerel maksimum değeri vardır.

Yanıt E

21.



B noktası, $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$ doğrusunun üzerinde olduğu için

$\frac{a}{6}+\frac{b}{4}=1$
(3) (2)

$3a + 2b = 12$ dir. (*)

A(OABC) = a . b değerinin maksimum olması için (*) den a yı çekelim.

$3a+2b=12 \Rightarrow a=\frac{12-2b}{3}$

$a.b=(\frac{12-2b}{3}).b=4b-\frac{2b^2}{3}$

$(4b-\frac{2}{3}b^2)'=4-\frac{4}{3}b=0 \Rightarrow b=3$ bulunur.

$b=3$ ise $a=\frac{12-2.3}{3}=2$ olur.

$A(AOBC) = a . b = 2 . 3 = 6\ br^2$ dir.

Yanıt D

22. f(x) in yerel minimum değeri $f'(x) = 0$ denkleminin köklerinde bulunacağı için $f'(x)$ in yerel minimum değeri $f''(x) = 0$ denkleminin kökü için $f'(x)$ in alacağı değer olacaktır.

$f(x) = x^3 - 3ax^2 + 2x - 1$

$f'(x) = 3x^2 - 6ax + 2$

$f''(x) = 6x - 6a = 0 \Rightarrow x = a$ olur.

$f'(a) = -1$

$3a^2 - 6a^2 + 2 = -1$

$3a^2 = 3$

$a = \mp 1$ bulunur. a nın pozitif değeri 1 dir.

Yanıt B

23. $y = x^2$ olduğu için $P(x, y) = P(x, x^2)$ olur.

$\left.\begin{matrix}P(x,x^2)\\A(3,0)\end{matrix}\right\} \Rightarrow |AP|=\sqrt{(x-3)^2+(x^2-0)^2}$

$=\sqrt{(x-3)^2+x^4}$

|AP| nin en küçük olması için x yerine yazılacak sayı $\sqrt{(x-3)^2+x^4}$ ifadesinin 1. türevinin kökü olmalıdır.

$(\sqrt{(x-3)^2+x^4})'=\frac{1}{2\sqrt{(x-3)^2+x^4}}.(2(x-3)+4x^3)=0$

$\Rightarrow 2x - 6 + 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^3 + 2x - 6 = 0$ denkleminin köklerinden biri $x = 1$ ve diğer kökleri sanaldır.

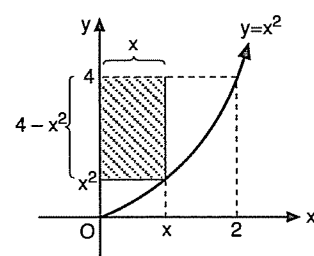
$x = 1$ için

$|AP|=\sqrt{(1-3)^2+1^4}=\sqrt{5}$ br bulunur.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



dikdörtgenin alanı $x(4 - x^2) = 4x - x^3$ tür.

Alanın en büyük değeri için 1. türevinin kökleri bulunmalıdır.

$(4x-x^3)'=4-3x^2=0$

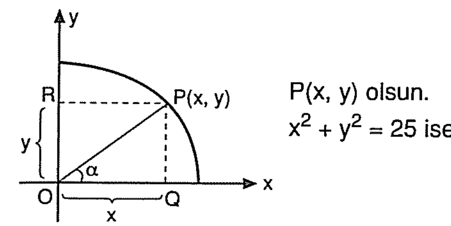
$\Rightarrow x^2=\frac{4}{3} \Rightarrow x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ için $4-x^2=4-(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2=\frac{8}{3}$ olur.

$Alan=\frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{8}{3}=\frac{16\sqrt{3}}{9}\ br^2$ bulunur.

Yanıt A

2.



P(x, y) olsun.
$x^2 + y^2 = 25$ ise

$y^2=25-x^2 \Rightarrow y=\sqrt{25-x^2}$ olur.

$P(x,y)=P(x,\sqrt{25-x^2})$

$A(PQOR)=x.y=x.\sqrt{25-x^2}$ dir.

Bu alanın maksimum değeri, 1. türevinin kökündedir.

$(x.\sqrt{25-x^2})'=1.\sqrt{25-x^2}+x.\frac{1}{2\sqrt{25-x^2}}.(-2x)=0$

$\Rightarrow 25-x^2=x^2 \Rightarrow x=\frac{5}{\sqrt{2}}$ olur.

$x=\frac{5}{\sqrt{2}}$ için $y=\sqrt{25-(\frac{5}{\sqrt{2}})^2}=\frac{5}{\sqrt{2}}$ bulunur.

$|OQ|=PQ|$ olduğu için $\alpha=45°=\frac{\pi}{4}$ olmalıdır.

Yanıt E

3. $y = (\cos x + 5) . (7 - \cos x)$ ifadesinin en büyük değeri, 1. türevinin kökündedir.

$y' = (-\sin x) . (7 - \cos x) + (\cos x + 5) . (\sin x) = 0$

$\sin x(-7 + \cos x + \cos x + 5) = 0$

$\sin x(2\cos x - 2) = 0$

$\sin x = 0$ $2\cos x - 2 = 0$

$\cos x = 1$

$x = 0°$ $x = 180°$ $x = 0°$

i) $x = 0$ için

$y = (\cos 0° + 5).(7 - \cos 0°)=(1 + 5) . (7 - 1)=36$

ii) $x = 180°$ için

$y=(\cos 180°+5).(7-\cos 180°)=(-1+5).(7-(-1))=32$

O hâlde, y nin maksimum değeri 36 dır.

Yanıt D

4. Fonksiyonun $x = 1$ için bir maksimum değeri varsa, $x = 1$ değeri fonksiyonun 1. türevinin köklerinden biri demektir.

$y=\frac{x^2-mx+10}{x-3}$ ise

$y'=\frac{(2x-m).(x-3)-(x^2-mx+10).1}{(x-3)^2}$

$x = 1$ için

$\Rightarrow \frac{(2.1-m).(1-3)-(1^2-m.1+10)}{(1-3)^2}=0$

$\Rightarrow -4+2m-11+m=0$

$\Rightarrow 3m=15$

$\Rightarrow m=5$ olur.

Yanıt A

5. **1. yol**

$y = -\cos 2x + 3$ ifadesinin maksimum değeri $\cos 2x = -1$ olduğunda elde edilir.

maksimum değer, $\cos 2x = -1$ için

$y = -(-1) + 3 = 4$ tür.

$\cos 2x = -1 = \cos 180° \Rightarrow 2x = 180°$

$\Rightarrow x = 90° = \frac{\pi}{2}$ olur.

2. yol

$y = -\cos 2x + 3$ ifadesinin ekstremum noktaları 1. türevinin köklerindedir.

$y' = -(-\sin 2x) . 2 + 0 = 0$

$2\sin 2x = 0$

$\sin 2x = 0$

$2x = 0°$ $2x = 180°$

$x = 0°$ $x = 90°$

$x = 0°$ için fonksiyon minimum değerini,

$x = 90°$ için ise maksimum değerini alır.

x		0		π/2	
y'	–	0	+	0	–
y	↘		↗		↘

Yanıt C

6. <u>1. yol</u>

$y = 2 - \sin 3x$ fonksiyonunun maksimum değer alması için $\sin 3x = -1$ olmalı.

$y = 2 - (-1) = 3$ maksimum değerdir.

$\sin 3x = -1 = \sin 270 \Rightarrow 3x = 270° \Rightarrow x = 90°$ olur.

<u>2. yol</u>

$y = 2 - \sin 3x$ fonksiyonunu maksimum yapan değer, 1. türevin kökünde olmalıdır.

$y' = 0 - \cos 3x \,.\, 3 = 0$

$\cos 3x = 0$

$3x = 90°$ $3x = 270°$

$x = 30°$ $x = 90°$

x		$\pi/6$		$\pi/2$	
y'	−	0	+	0	−
y	↘		↗		↘

$x = 30°$ için fonksiyon minimum değerini, $x = 90°$ için fonksiyon maksimum değerini alır.

Yanıt C

7. $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$ denkleminin kat sayıları;

$a = 1$, $b = 2 - m$ ve $c = -m - 3$ tür.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m - 2$

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = -m - 3$ tür.

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 . x_2$

$= (m-2)^2 - 2.(-m-3)$

$= m^2 - 4m + 4 + 2m + 6$

$= m^2 - 2m + 10$ ifadesi, minimum değerini 1. türevinin kökünde alır.

$(m^2 - 2m + 10)' = 2m - 2 = 0 \Rightarrow m = 1$

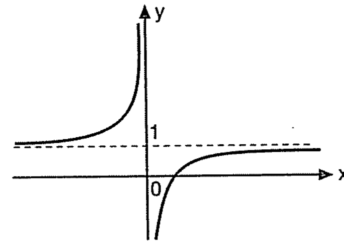
$m = 1$ için $x_1^2 + x_2^2$ ifadesi minimum olur.

Yanıt C

F. Türevle Grafik Çizme ve Asimptot Bulma

ÖYS SORULARI

1.



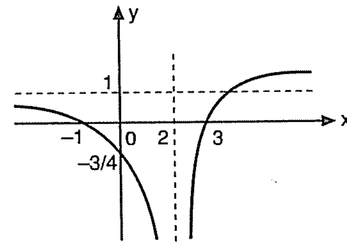
Şekildeki grafik, aşağıdaki fonksiyonların hangisine ait olabilir?

A) $y = \frac{x-1}{x}$ B) $y = \frac{x+1}{x}$ C) $y = \frac{x}{x-1}$

D) $y = \frac{x+1}{x-1}$ E) $y = \frac{x-1}{x+1}$

(1997-ÖYS)

2.



Şekildeki grafik aşağıdaki foksiyonlardan hangisine ait olabilir?

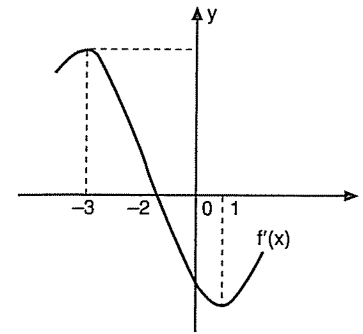
A) $y = \frac{x^2 + x - 3}{(x-2)^2}$ B) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-2)^2}$

C) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{2(x+2)}$ D) $y = \frac{x^2 - x - 3}{(x+2)^2}$

E) $y = \frac{x^2 - 3x - 2}{(x-2)^2}$

(1996-ÖYS)

3.



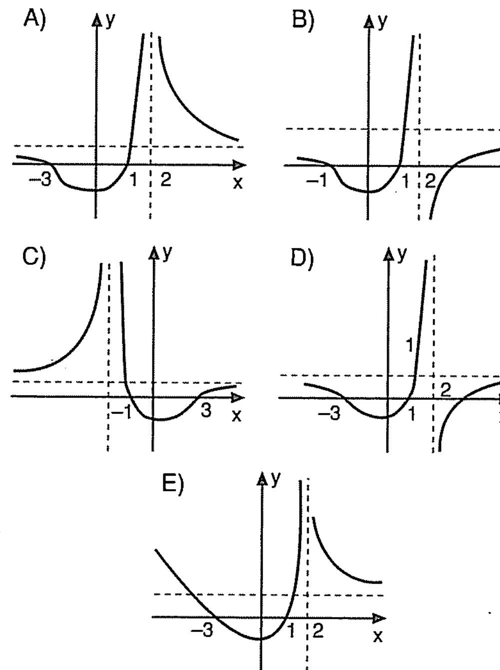
Yukarıdaki eğri, f(x) fonksiyonunun f′(x) türevinin eğrisidir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi f(x) fonksiyonunun ekstremum (yerel maksimum, yerel minimum) **noktalarından birinin apsisidir?**

A) 1 B) 0 C) −1 D) −2 E) −3

(1988-ÖYS)

4. $y = \frac{(x+3)(x-1)}{(x-2)^2}$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?**



(1985-ÖYS)

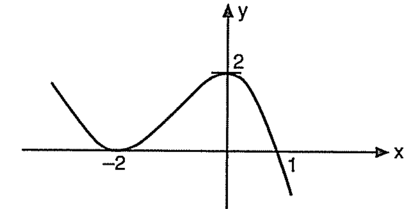
5. **y = 2 ve x = 3 doğrularını asimptot kabul eden ve y eksenini −2 noktasında kesen eğrinin fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $y = \frac{2x-6}{x+3}$ B) $y = \frac{x+6}{x-3}$ C) $y = \frac{2x-3}{x-3}$

D) $y = \frac{x-6}{x+3}$ E) $y = \frac{2x+6}{x-3}$

(1984-ÖYS)

6.



Yandaki şekil 3. dereceden bir polinomun grafiği olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x = -2$ için $f(x) = 0$ dır.

B) $x = -2$ için $f'(x) = 0$ dır.

C) $x = 0$ için $f(x) = 2$ dir.

D) $x = 1$ için $f(x) = 0$ dır.

E) $x = -1$ için $f'(x) < 0$ dır.

(1984-ÖYS)

7. $y = \frac{ax+2}{bx-c}$ eğrisinin yatay ve düşey asimtotlarının kesim noktası (−2, 3) olduğuna göre, $\frac{a}{c}$ **nin değeri nedir?**

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{2}{3}$

(1982-ÖYS)

8. R den R ye, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ fonksiyonu veriliyor. Bu fonksiyonun eğrisi A(−1, 2) ile B(1, −2) noktalarından geçmekte ve x eksenini x_1, x_2, x_3 apsisli noktalarda kesmektedir.

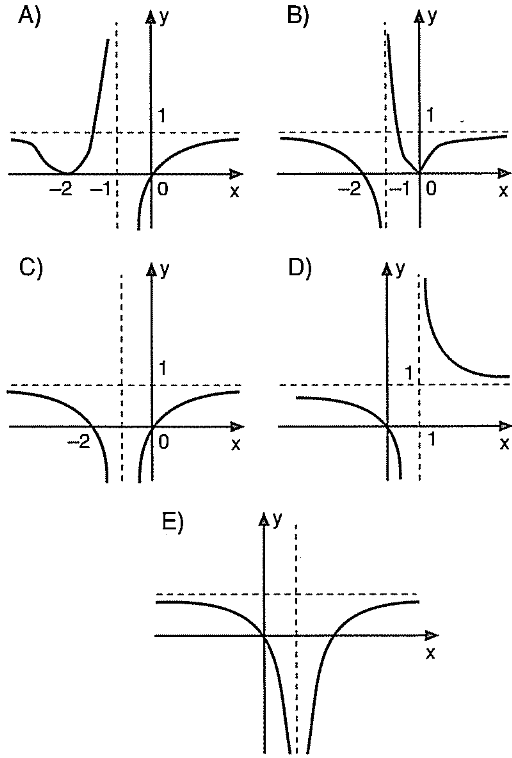
$x_1 < x_2 < x_3$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $x_1 < 0$ B) $x_3 > 1$ C) $x_2 < 1$

D) $x_1x_2 < 0$ E) $x_1x_3 > 0$

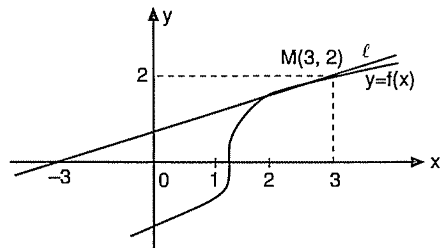
(1981-ÖYS)

9. $y = \dfrac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



(1981-ÖYS)

10.



Şekildeki ℓ doğrusu, y = f(x) fonksiyonunun grafiğinin M(3, 2) noktasındaki teğetidir.

$h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ **fonksiyonunun türevinin x = 3 için değeri nedir?** (h′(x), h(x) in türevidir.)

A) $\frac{2}{9}$ B) $-\frac{5}{9}$ C) $-\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $y = \dfrac{x^2 - ax - 8}{x - b}$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin y eksenini +8 de kesmesi ve y=x–1 doğrusunu eğik asimptot kabul etmesi için a nın değeri ne olmalıdır?**

A) 4 B) 2 C) 0 D) –2 E) –4

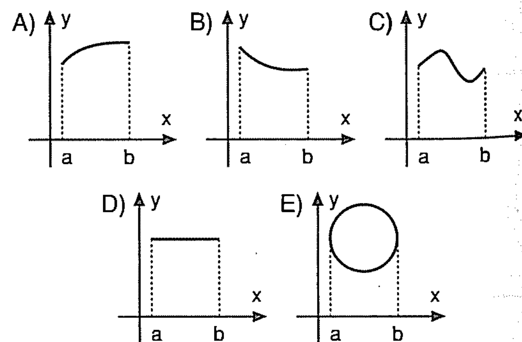
(1978-ÜSS)

2. $y = x^3 + px^2 + qx + r$ **eğrisi için aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?**

A) x eksenini keser
B) y eksenini keser
C) $y = x^3$ eksenini keser
D) y = x eksenini keser
E) $y = x^2$ eksenini keser

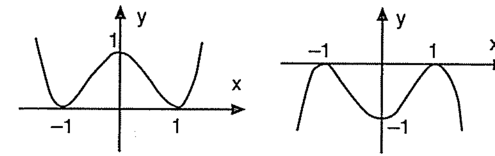
(1978-ÜSS)

3. **(a, b) aralığındaki her x için türevi sıfır olan fonksiyonun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



(1978-ÜSS)

4.



Yukarıdaki eğrilerden biri $y = -x^4 + ax^2 + b$ fonksiyonunun grafiği olduğuna göre, a ve b ne olmalıdır?

A) a = 2, b = 1
B) a = –2, b = –1
C) a = 2, b = –1
D) a = –2, b = 1
E) a = –1, b = 1

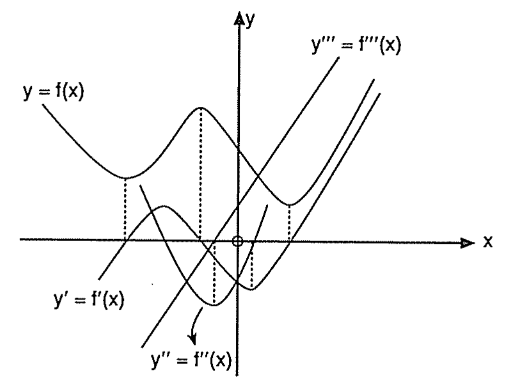
(1976-ÜSS)

5. $y = (1 - x)(x + 3)^2$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) B) C) D) E)

(1976-ÜSS)

6.



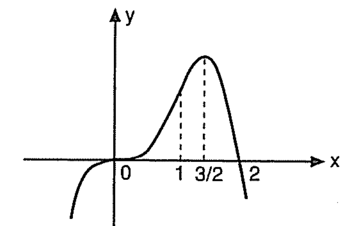
Yukarıdaki eğriler, y = f(x) fonksiyonu ile bunun türevlerinin grafikleridir.

Bu grafiklerden yararlanarak aşağıdakilerden hangisi <u>söylenemez</u>?

A) y′ = 0 olduğu noktalarda (y) nin minimumu ya da maksimumu vardır.
B) y″ = 0 olduğu bir noktada (y′) nin maksimumu vardır.
C) y nin minimum, maksimum noktalarında y″ = 0 dır.
D) y″ > 0 olduğu bölgelerde y′ artandır.
E) y‴ < 0 olduğu bölgelerde y″ eksilendir.

(1976-ÜSS)

7.



Grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y = x^3(2 - x)$
B) $y = x(x - 2)$
C) $y = x^2(2 - x)$
D) $y = x^2 . (x - 2)$
E) $y = x^3(x - 2)$

(1976-ÜSS)

8. $y = x^3 - mx^2 + 1$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin y = 5 doğrusuna teğet olması için m ne olmalıdır?**

A) –1 B) 1 C) 2 D) –3 E) 3

(1974-ÜSS)

9. $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$ **fonksiyonunun grafiğinde asimptot doğrularının denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x=-2$ ve $y=1$
B) $x=-2$ ve $y=4x+1$
C) $x=-2$ ve $y=4$
D) $x=2$ ve $y=4x$
E) $x=-2$ ve $y=x+2$

(1973-ÜSS)

10. $y=px^3-3x^2+x$ **fonksiyonunun gösterdiği eğrinin apsisi $x=1$ olan noktasındaki teğetinin Ox ekseni ile 45° lik bir açı yapması için p nin değeri şunlardan hangisi olmalıdır?**

A) 3 B) –3 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{2}{3}$

(1973-ÜSS)

11. $y=\dfrac{x^3}{1-x^2}$ **fonksiyonunun eğrisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) Ox eksenine göre simetriktir
B) Oy eksenine göre simetriktir
C) (1, 0) noktasına göre simetriktir
D) Orijine göre simetriktir.
E) (0, 1) noktasına göre simetriktir

(1971-ÜSS)

12. $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ **fonksiyonunun grafiğinde asimptot denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x=1$ ve $y=1$ doğrularıdır
B) $x=1$ ve $y=3$ doğrularıdır.
C) $x=1$ ve $y=x+2$ doğrularıdır.
D) $x=1$ ve $y=x-2$ doğrularıdır.
E) $x=-1$ ve $y=x+2$ doğrularıdır

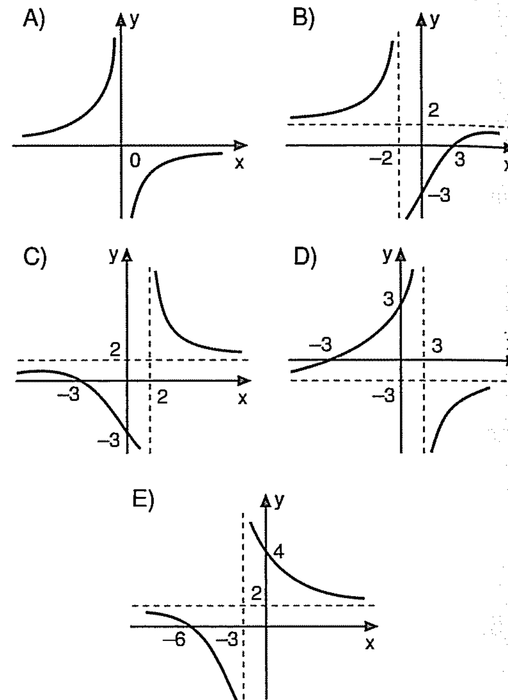
(1970-ÜSS)

13. $y=\dfrac{2x+1}{3x-2}$ **eğrisinin üzerinde apsisi $x=2$ olan noktadaki normalin eğimini bulunuz.**

A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{16}{7}$ D) $\frac{16}{5}$ E) $\frac{16}{4}$

(1970-ÜSS)

14. $y=\dfrac{2x-6}{x+2}$ **fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?**



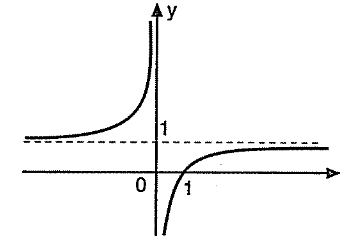
(1969-ÜSS)

15. $y=\dfrac{3}{x-1}$ **foksiyonunun gösterdiği eğrinin simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (1, 0) B) (0, 1) C) (1, 1) D) (0, 0) E) (–1, 0)

(1967-ÜSS)

16.



Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi şekildeki eğrinin karşılığıdır?

A) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ B) $y=\dfrac{x-1}{x}$ C) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ D) $y=\dfrac{x}{x-1}$ E) $y=\dfrac{x}{x+1}$

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

ÖYS

1.A	2.B	3.D	4.A	5.E	6.E
7.D	8.E	9.C	10.C		

ÜSS

1.B	2.C	3.D	4.C	5.E	6.C
7.A	8.D	9.E	10.D	11.D	12.D
13.C	14.B	15.A	16.B		

F. Türevle Grafik Çizme ve Asimptot Bulma

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Grafikten anlaşılacağı üzere fonksiyon $x=0$ da tanımsızdır.
$x=0$ doğrusu (yani, y– ekseni) düşey asimptot olduğuna göre paydanın kökü olmalıdır. Bu durumda,
(A) ve (B) seçenekleri olabilir.

(A) $y=\dfrac{x-1}{x}\Rightarrow y=0$ için $0=\dfrac{x-1}{x}\Rightarrow x=1$

(B) $y=\dfrac{x+1}{x}\Rightarrow y=0$ için $0=\dfrac{x+1}{x}\Rightarrow x=-1$

Grafik (–1, 0) noktasından geçmediği için (B) seçeneği olamaz. O halde, doğru seçenek (A) olmalıdır.

Yanıt A

2. *i)* Grafikteki bilgilere göre düşey asimptot (yani paydanın kökü)
$x=2$ olmalıdır. Bu durumda (C) ve (D) seçenekleri yanlıştır.
ii) Fonksiyonun x– eksenini kestiği noktalar $x=-1$ ve $x=3$ olduğu için (–1, 0) ve (3, 0) noktalarını sağlayan fonksiyon (B) seçeneğindeki

$y=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-2)^2}$ fonksiyonudur .

Yanıt B

3. Bir fonksiyonunun ekstremum noktaları 1. türevinin köklerinde bulunur.
$f'(x)$ grafiği x– eksenini $x=-2$ de kestiğine göre $f'(x)$ in köklerinden birisi $x=-2$ dir. Aynı zamanda $x=-2$ noktasında fonksiyon işaretini de değiştirdiği için $f(x)$ in ekstremum noktalarından biri $x=-2$ de bulunur.

Yanıt D

4. $y = \dfrac{(x+3)(x-1)}{(x-2)^2}$ fonksiyonu

i) $x = 0$ için $y = \dfrac{3.(-1)}{(-2)^2} = -\dfrac{3}{4}$ ve

$y = 0$ için $(x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -3$ veya $x = 1$ olacağı için

$(0, -\frac{3}{4})$, $(-3, 0)$, $(1, 0)$ noktalarından geçer.

(B) ve (C) seçeneklerindeki grafikler (–3, 0) noktasından geçmediği için yanlıştır.

(D) seçeneğindeki grafik x eksenini $x = -3$ ve $x = 1$ noktalarından başka bir noktada kestiği için olamaz.

ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{(x+3)(x-1)}{(x-2)^2} = 1$ olacağı için

(E) seçeneği olamaz. Çünkü (E) seçeneğindeki grafik $x \to -\infty$ için $y \to +\infty$ dur.

Doğru grafik (A) seçeneğinde çizilidir.

Yanıt A

5. $x = 3$ doğrusu asimptot ise fonksiyonun paydasının kökü $x = 3$ olmalıdır. Bu durumda (A) ve (D) seçenekleri elenir.

$y = 2$ doğrusu da asimptot ise pay ve paydadaki x li terimlerin kat sayıları oranı 2 olmalıdır. (B) seçeneği de olamaz.

Geriye (C) ve (E) seçenekleri kalır.

Fonksiyon y– eksenini –2 de kesiyorsa

$x = 0$ için $y = -2$ olmalıdır.

(C) seçeneği için

$y = \dfrac{2x-3}{x-3} \Rightarrow x = 0$ için $y = 1$ ve

(E) seçeneği için

$y = \dfrac{2x+6}{x-3} \Rightarrow x = 0$ için $y = -2$ olur.

Yanıt E

6. Seçenekleri tek tek inceleyelim:

A) Fonksiyonun grafiği (–2, 0) noktasından geçtiği için $f(-2) = 0$ olur. İfade doğrudur.

B) Fonksiyona $x = -2$ de çizilen teğet doğrusu x– eksenine paralel (hatta x– ekseninin kendisi) olacağı için eğimi 0 olur.

$x = -2$ deki eğimi $f'(-2) = 0$ olduğu için doğrudur.

C) Grafik (0, 2) noktasından geçtiği için $f(0) = 2$ ifadesi doğrudur.

D) Grafik (1, 0) noktasından geçtiği için $f(1) = 0$ ifadesi doğrudur.

E) $-2 < x < 0$ aralığında fonksiyon artan olduğu için $f'(x) > 0$ olmalıdır.

$f'(-1) < 0$ ifadesi yanlıştır.

Yanıt E

7. $y = \dfrac{ax+2}{bx-c}$ ifadesinin paydasının kökü düşey asimptotu verir.

$bx - c = 0 \Rightarrow x = \dfrac{c}{b}$ dir.

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{ax+2}{bx-c} = \dfrac{a}{b} = y$ ise yatay asimptottur.

Asimptotların kesim notası $(\frac{c}{b}, \frac{a}{b})$ dir.

$(\frac{c}{b}, \frac{a}{b}) = (-2, 3)$

$$\left.\begin{aligned} \frac{c}{b} &= -2 \Rightarrow c = -2b \\ \frac{a}{b} &= 3 \Rightarrow a = 3b \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{3b}{-2b} = \frac{-3}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt D

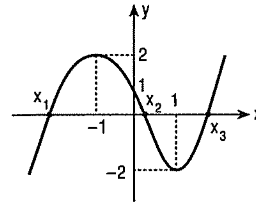
8. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ fonksiyonu A(–1, 2), B(1, –2) noktalarından geçiyor.

$x = 0$ için $f(0) = 1$ olduğu için (0, 1) noktasından da geçer.

$x \to +\infty$ için $y \to +\infty$ ve

$x \to -\infty$ için $y \to -\infty$ ise

grafik aşağıdaki gibi olur.



$x_1 < 0$

$x_2 > 0$

$x_3 > 0$ dır.

Bu durumda $x_1.x_3 < 0$ olduğu için (E) seçeneğindeki $x_1.x_3 > 0$ ifadesi yanlıştır.

Yanıt E

9. $y = \dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1} = \dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktalar;

$x = 0$ için $y = 0 \Rightarrow (0, 0)$

$y = 0$ için $x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0$ veya $x = -2$ olduğuna göre fonksiyonun grafiği (0, 0) ve (–2, 0) noktalarından geçmelidir. Bu durumda, D ve E seçenekleri olamaz. (A) seçeneğinde ise $x = -2$ de x-eksenine teğet olduğu için çift katlı kök olması gerekirdi. (A) seçeneği de olamaz.

(B) seçeneği de olamaz, çünkü $x = 0$ da grafiğin x– eksenine teğet olduğu görülmektedir. $x = 0$, fonksiyonunun çift katlı kökü olmadığı için bu seçenek de yanlıştır.

Yanıt C

10. $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ ise $h'(x) = \dfrac{f'(x).x - f(x).1}{x^2}$ olur.

$x = 3$ için $h'(3) = \dfrac{f'(3).3 - f(3)}{3^2}$ dir.

$f'(3)$ değerini bulmak için ℓ doğrusunun eğimini bulmak gerekir.

ℓ doğrusu (3, 2) ve (–3, 0) noktalarından geçtiği için.

$m_\ell = \dfrac{2-0}{3-(-3)} = \dfrac{1}{3} = f'(3)$ olur.

$y = f(x)$ fonksiyonu (3, 2) noktasından geçtiğine göre $f(3) = 2$ dir. O hâlde,

$h'(3) = \dfrac{\frac{1}{3}.3 - 2}{9} = -\dfrac{1}{9}$ bulunur.

Yanıt C

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y = \dfrac{x^2 - ax - 8}{x - b}$ fonksiyonu y– eksenini 8 de kesiyorsa

$x = 0$ için $y = 8$ olur.

$8 = \dfrac{-8}{-b} \Rightarrow b = 1$ bulunur.

$y = \dfrac{x^2 - ax - 8}{x - 1}$ fonksiyonunun eğik asimptotu

$y = x - 1$ ise $(x^2 - ax - 8)$ ifadesinin $(x - 1)$e bölümünden elde edilen bölüm $(x - 1)$ olmalıdır.

$$\begin{array}{r|l} x^2 - ax - 8 & x - 1 \\ \cline{2-2} -\;\; x^2 - x & x + (-a+1) \\ \hline (-a+1)x - 8 & \\ -\;\; (-a+1)x + a - 1 & \\ \hline -a - 7 & \end{array}$$

$x + (-a+1)$ → $x - 1$ olmalı

$x - a + 1 = x - 1$

$-a + 1 = -1$

$a = 2$ bulunur.

Yanıt B

2. $y = x^3 + px^2 + qx + r$ eğrisi $y = x^3$ eğrisini kesmeyebilir. İkisinin ortak çözümünden

$x^3 + px^2 + qx + r = x^3$

$px^2 + qx + r = 0$ ikinci dereceden denklemi elde edilir ve bu denklemin kökleri her zaman reel sayı olmayabilir. $\Delta < 0$ olabileceği için cevap (C) seçeneğidir.

Yanıt C

3. (a, b) aralığındaki her x değeri için türevi sıfır olan fonksiyon sabit fonksiyon olmalıdır. (D) seçeneğindeki fonksiyon sabit ve x– eksenine paralel olduğu için eğimi sıfırdır.

Yanıt D

4. $y = -x^4 + ax^2 + b$ fonksiyonu için

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^4+ax^2+b)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(-x^4+ax^2+b)=-\infty\end{array}\right\}$$

III. bölgede başlayıp IV. bölgede bittiğine göre, fonksiyonun grafiği sağdaki grafik olmalıdır.

Sağ taraftaki grafik (0, –1), (1, 0) ve (–1, 0) noktalarından geçtiği için bu noktalar fonksiyonun denklemini sağlar.

$(0, -1) \Rightarrow -1 = 0^4 + a \cdot 0^2 + b \Rightarrow b = -1$ dir.

$(1, 0) \Rightarrow 0 = -1^4 + a \cdot 1^2 + b \Rightarrow 0 = -1 + a + b$

$\Rightarrow 0 = -1 + a - 1$

$\Rightarrow a = 2$ olur.

Doğru seçenek a = 2 ve b = –1 olan (C) seçeneğidir.

Yanıt C

5. $y = (1 - x) \cdot (x + 3)^2$ fonksiyonu için

i) $\lim\limits_{x\to-\infty}(1-x)(x+3)^2 = +\infty$ ve

$\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x)(x+3)^2 = -\infty$ dur. Yani,

$$\left.\begin{array}{l}(-\infty, +\infty) \Rightarrow 2.\text{bölge}\\ (+\infty, -\infty) \Rightarrow 4.\text{bölge}\end{array}\right\}$$ Grafik 2. bölgeden gelerek 4. bölgeden devam edecektir.

Bu durumda (B) ve (C) seçenekleri olamaz.

ii) Eksenleri kestiği noktalar:

$x = 0$ için $y = (1 - 0) \cdot (0 + 3)^2 = 9 \Rightarrow (0, 9)$

$$\left.\begin{array}{l}y=0 \text{ için } 0=(1-x).(x+3)^2\\ \Rightarrow x=1 \text{ ve } (x+3)^2=0\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}(1,\ 0)\\ (-3,\ 0)\end{array}$$

$x = -3$ (Çift katlı kök)

Fonksiyonun grafiği y– eksenini (0, 9) noktasından keseceği için (D) seçeneği olamaz.

x = –3 te çift katlı kök olduğu için fonksiyonun grafiği bu noktada x– eksenine teğet olmalı ve x = 1 de de x eksenini kesmelidir.

Doğru grafik (E) seçeneğinde çizilidir.

Yanıt E

6. Şekilde verilenlerden aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir;

i) $y' = 0$ noktalarında $y = f(x)$ in maksimum veya minimum değerleri vardır. (A) seçeneği doğrudur.

ii) $y'' = 0$ olduğu noktalarda da (y') nin maksimum veya minimum değeri olur. (B) seçeneği de doğrudur.

iii) Bir fonksiyonun birinci türevinin negatif olduğu yerlerde fonksiyon azalan; pozitif olduğu yerlerde ise artandır.

O hâlde, (y'') fonksiyonunun pozitif olduğu yerlerde (y') fonksiyonu artan, ve (y'') nin negatif olduğu yerlerde ise (y') fonksiyonu azalandır.

(D) ve (E) seçenekleri de doğrudur.

iv) $y'' = 0$ olduğu noktalarda $y = f(x)$ fonksiyonunun büküm noktaları olduğu için minimum ya da maksimum değer olmaz.

(C) seçeneği yanlıştır.

Yanıt C

7. Fonksiyonun grafiğinin 3. bölgeden gelerek 4. bölgeden devam ettiği anlaşılıyor.

O halde,

$x \to -\infty$ $y \to -\infty$ ve $x \to +\infty$ $y \to -\infty$ olmalıdır.

Seçenekleri inceleyelim:

A) $y = x^3 \cdot (2 - x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ ve $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ yukarıdaki bilgiyi sağladığı için olabilir.

B) $y = x \cdot (x - 2)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x(x-2) = +\infty$ olduğu için yanlıştır.

C) $y = x^2 \cdot (2 - x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2(2-x) = +\infty$ olduğu için yanlıştır.

D) $y = x \cdot (x + 2)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x(x+2) = +\infty$ olduğundan yanlıştır.

Ayrıca, y = 0 için $x(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ veya $x = -2$

Fonksiyonun grafiği x– eksenini –2 de kesmediği için de yanlış olduğu söylenebilir.

E) $y = x^3 \cdot (x - 2)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^3(x-2) = +\infty$ olduğundan bu seçenekte olamaz.

Yanıt A

8. Bir fonksiyonun yerel ekstremum noktalarından çizilen teğetler x eksenine paralel olur. y = 5 doğrusu da x eksenine paralel olduğu için fonksiyonun ekstremum noktalarından birinin ordinatı demektir.

$y = x^3 - mx^2 + 1$

$y' = 3x^2 - 2mx$

$0 = 3x^2 - 2mx$

$0 = x(3x - 2m)$

$x = 0$ $\quad 3x - 2m = 0$

$x = \dfrac{2m}{3}$

x = 0 için y = 1 dir.

O hâlde,

$x = \dfrac{2m}{3}$ için y = 5 demektir.

$$\left(\frac{2m}{3}\right)^3 - m \cdot \left(\frac{2m}{3}\right)^2 + 1 = 5$$

$$\frac{8m^3}{27} - \frac{4m^3}{9} = 4$$

(3)

$8m^3 - 12m^3 = 108$

$m^3 = -27$

$m = -3$ bulunur.

Yanıt D

9. $y = \dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$ fonksiyonunun paydasının kökü düşey asimptotu verir.

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ düşey asimptottur.

Payın derecesi paydanın derecesinden 1 fazla olduğu için eğik asimptot vardır.

$$\begin{array}{r|l} x^2+4x+5 & x+2 \\ \underline{-\ x^2+2x} & \overline{x+2} \\ 2x+5 & \\ \underline{-\ 2x+4} & \\ 1 & \end{array}$$

$\to$ $y = x + 2$ doğrusu eğik asimptottur.

Yanıt E

10. $y = px^3 - 3x^2 + x$ eğrisinin x = 1 deki teğeti x ekseni ile 45° lik açı yapıyorsa eğimi

$m = \tan 45° = 1$ demektir.

$m = \tan\alpha = f'(x_0)$ olduğu için

$y' = 3px^2 - 6x + 1$

$x = 1 \Rightarrow 3p - 6 + 1 = 1$

$3p = 6$

$p = 2$ olur.

Yanıt D

11. $y = \dfrac{x^3}{1-x^2}$ fonksiyonu bir <u>tek</u> fonksiyondur.

y = f(x) için f(–x) = –f(x) olduğunda f bir <u>tek</u> fonksiyon olur ve tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.

$$y = f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$$

$$\Rightarrow f(-x) = \frac{(-x)^3}{1-(-x)^2} = \frac{-x^3}{1-x^2} = -f(x)$$

Yanıt D

12. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ fonksiyonunda

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ doğrusu düşey asimptottur.
Payın derecesi paydanın derecesinden bir fazla olduğu için eğik asimptot vardır ve bunu bulmak için polinom bölmesi yapılır.

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+6 & x-1 \\ \underline{-\ x^2-x} & x-2 \\ -2x+6 & \\ \underline{-\ -2x+2} & \\ 4 & \end{array}$$

$\rightarrow y = x-2$ doğrusu eğik asimptottur.

Yanıt D

13. Önce $x = 2$ deki teğetin eğimini bulalım.

$y = \dfrac{2x+1}{3x-2}$ ise

$y' = \dfrac{2.(3x-2)-(2x+1).3}{(3x-2)^2}$

$x = 2$ için

$m_{Teğet} = \dfrac{2.(6-2)-(5).3}{4^2}$

$= \dfrac{8-15}{16}$

$= \dfrac{-7}{16}$ ve

$m_{Teğet} . m_{Normal} = -1$

$\dfrac{-7}{16} . m_{Normal} = -1$

$m_{Normal} = \dfrac{16}{7}$ olur.

Yanıt C

14. $y = \dfrac{2x-6}{x+2}$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktalar;

$x = 0$ için $y = \dfrac{-6}{2} = -3 \quad (0, -3)$

$y = 0$ için $0 = \dfrac{2x-6}{x+2} \Rightarrow x = 3 \quad (3, 0)$ olur.

Bu iki noktadan geçen grafik sadece (B) seçeneğindeki grafik olduğu için başka bir bilgiyi kontrol etmeye gerek yoktur.

Yanıt B

15. $y = \dfrac{ax+b}{a'x+b'}$ grafiğinin simetri merkezi

$\left(-\dfrac{b'}{a'}, \dfrac{a}{a'}\right)$ noktasıdır.

O hâlde, $y = \dfrac{3}{x-1} = \dfrac{0x+3}{x-1}$ fonksiyonunun

simetri merkezi $\left(-\dfrac{-1}{1}, \dfrac{0}{1}\right) = (1, 0)$ noktasıdır.

Yanıt A

16. $x = 0$ doğrusu grafiğin düşey asimptotu ve $y = 1$ doğrusuda yatay asimptotudur.

Bu şartları sağlayan fonksiyon $y = \dfrac{x-1}{x}$ tir.

Yanıt B

BÖLÜM 12

İNTEGRAL

A. Belirsiz İntegral
B. Belirli İntegral
C. İntegralle Alan Bulma
D. İntegralle Hacim Bulma

		YILLAR					
		2010	2011	2012			
LYS	İntegral	6	5	4			

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	İntegral																														

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	İntegral	1	3	2	2	2	2	3	2	5	1	3	3	4	2	4	3	3	2	2	2	2	2

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	İntegral	3	1	1		1	1	2	4	6	2	2	2	2	2	3

A. Belirsiz İntegral

LYS SORULARI

1. $\int (\arcsin x)^2 dx$

integralinde u = arcsinx dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int u.\sin^2 u du$ B) $\int u.\cos^2 u du$

C) $\int u^2.\sin u du$ D) $\int u^2.\cos u du$

E) $\int u^2.du$

(2012-LYS1)

2. $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int 2dx$

eşitliği veriliyor.

$f(0) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) –2 E) –1

(2012-LYS1)

3. $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$

$f(0) = 2$

olduğuna göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(2011-LYS1)

4. $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ **integralinde** $u = \sqrt{x}$ **dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int \ln u du$ B) $\int 2\ln u du$

C) $\int \frac{\ln u}{u} du$ D) $\int \frac{\ln u}{2u} du$

E) $\int u\ln u du$

(2011-LYS1)

ÖSS SORUSU

1. f: R → R fonksiyonu her noktada türevli ve

$f'(x) = x + 1$

$f(2) = -1$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –2 D) –1 E) 0

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $\int \frac{5x+2}{x^2-4} dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$
B) $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$
C) $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
D) $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$
E) $5\ln|x^2-4| + c$

(1998-ÖYS)

2. $\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{20}{9}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ B) $\frac{5}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

C) $\frac{4}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ D) $-\frac{5}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

E) $-\frac{20}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

(1997-ÖYS)

3. y = f(x) eğrisinin (–2, 3) noktasındaki teğeti x ekseni ile 135° lik açı yapmaktadır. $f''(x) = 16x$ olduğuna göre, **eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) $-\frac{69}{5}$ E) $-\frac{125}{3}$

(1995-ÖYS)

4. $\int \frac{x+3}{x^2-9x+14}dx$ **integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\ell n|x-2| + \ell n|x+5| + c$

B) $2\ell n|x-2| + 2\ell n|x+5| + c$

C) $2\ell n|x-7| - \ell n|x-2| + c$

D) $\ell n|x-1| - 2\ell n|x+3| + c$

E) $5\ell n|x-7| + 3\ell n|x-2| + c$

(1995-ÖYS)

5. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}dx$ **integralinde** $u = \sqrt{x}$ **dönüşümü yapılırsa, aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}}du$ B) $\int \frac{1+u}{1-u}du$

C) $\frac{1}{2}\int \frac{1+u}{1-u}du$ D) $2\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}}du$

E) $2\int \frac{u(1+u)}{1-u}du$

(1994-ÖYS)

6. $\int -\cos(\cos^2 x)\sin 2x dx$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) sin(cosx)+c B) cos(sinx)+c

C) $\cos(\sin^2 x) + c$ D) $\sin(\cos^2 x) + c$

E) $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

(1992-ÖYS)

7. $\int f(x).f'(x)dx$ **integrali alındığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $\frac{1}{2}[f(x)]^2 + c$ B) $\ell n|f(x)| + c$

C) $e^{f(x)} + c$ D) $\frac{1}{f(x)} + c$

E) $\sqrt{f(x)} + c$

(1987-ÖYS)

8. $\int xf(x)dx = x^2 + x + c$ olduğuna göre, **f(x) aşağıdakilerden hangisidir?** (c sabittir)

A) 2 B) $x = \ell nx$ C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + cx$

D) x + 1 E) $2 + \frac{1}{x}$

(1987-ÖYS)

9. $f'(x) = 3x^2 + 2x$ ve $f(1) = 3$ olduğuna göre, **f(−1) in değeri nedir?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

(1986-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $x < 0$ için $\int (\cos x + |\sin x|)dx$ **integrali aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 + sinx + c B) cosx − sinx + c

C) sinx + cosx + c D) 1 + cosx + c

E) 1 − sinx + c

(1977-ÜSS)

2. $\int \frac{dx}{x^2-1}$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}\ell n\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c$ B) $\frac{x}{x^2-1} + c$

C) $\frac{x^3-x}{3} + c$ D) $\ell n\left|\frac{1}{x^2-1}\right| + c$

E) $\ell n\left|\frac{x+1}{x^2-1}\right| + c$

(1974-ÜSS)

3. $\int \sin^2 x.\cos x dx$ **aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\sin^4 x}{4} + c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ C) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$

D) $\frac{\sin 3x}{3} + c$ E) $\frac{\sin^3 x\cos^2 x}{6} + c$

(1974-ÜSS)

4. $y = x^2 - 2x$ **fonksiyonunun** $x = 1$ **için sıfıra eşit olan ilkelinde c integral sabiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\frac{3}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

(1968-ÜSS)

5. $\int 3(x^2-3x+1)^2(2x-3)dx$ **değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $6(x^2-3x+1)(2x-3)^2 + c$

B) $6(x^2-3x+1)(2x-3) + c$

C) $(x^2-3x+1)^3 + c$

D) $(x^2-3x+1)^3(x^2-3x) + c$

E) $3(x^2-3x+1)^2 + c$

(1967-ÜSS)

6. $y = -\frac{1}{x^2} + 2x - 1$ **fonksiyonu aşağıdakilerden hangisinin türevidir?**

A) $y = -\frac{3}{x^3} + x^2 - x$ B) $y = \frac{1}{x} + x^2 - x$

C) $y = -\frac{1}{x} + x^2 - x$ D) $y = \frac{3}{x^3} + x^2 + x - 1$

E) $y = \frac{1}{x} + x^2 + x - 1$

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.D 2.A 3.C 4.B

ÖSS

1.A

ÖYS

1.A 2.A 3.E 4.C 5.E 6.D
7.A 8.E 9.D

ÜSS

1.C 2.A 3.B 4.D 5.C 6.B

A. Belirsiz İntegral

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\int (\arcsin x)^2 dx$ integralinde

$u = \arcsin x$ ise, $x = \sin u$ ve

$dx = \cos u.du$ olur.

$\int (\arcsin x)^2 dx = \int (u)^2.\cos u.du$

$= \int u^2.\cos u.du$

elde edilir.

Yanıt D

2. $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2}dx = \int 2dx$

$u = f'(x)$ ise, $du = f'(x)dx$ tir.

$\int \frac{du}{u^2} = 2x + c_1$

$\Rightarrow -\frac{1}{u} + c_2 = 2x + c_1$

$\Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = 2x + c$

$\Rightarrow f(x) = \frac{-1}{2x+c}$ dir.

$f(0) = \frac{1}{2}$ ise, $\frac{1}{2} = \frac{-1}{c} \Rightarrow c = -2$

$f(3) = \frac{-1}{2.3-2} = \frac{-1}{4}$ bulunur.

Yanıt A

3. $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$ ve $f(0) = 2$ ise

$\int f'(x)dx = \int (3x^2 + 4x + 3)dx$

$\Rightarrow f(x) = 3.\frac{x^3}{3} + 4.\frac{x^2}{2} + 3x + c$

$\Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + c$ dir.

$\Rightarrow f(0) = 0 + 0 + 0 + c$

$\Rightarrow 2 = c$ bulunur. O halde

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 2$ dir.

$\Rightarrow f(-1) = -1 + 2 - 3 + 2$

$= 0$ bulunur.

Yanıt C

4. $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ integralinde

$u=\sqrt{x}$ ise $du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

$\Rightarrow du=\frac{1}{2u}dx$

$\Rightarrow 2udu = dx$ olur.

Dönüşüm uygulandığında,

$\int\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\int\frac{\ln u}{u}.2udu$

$=\int 2\ln u du$ elde edilir.

Yanıt B

ÖSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $f(2)=-1$ ve $f'(x)=x+1$ ise

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(x+1)dx=\frac{x^2}{2}+x+c$ olur.

$f(2)=\frac{2^2}{2}+2+c=-1$

$\Rightarrow c=-5$ olur.

$f(x)=\frac{x^2}{2}+x-5$ olduğuna göre,

$f(0)=-5$ bulunur.

Yanıt A

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\int\frac{5x+2}{x^2-4}dx=\int\frac{5x+2}{(x-2)(x+2)}dx$

$\frac{5x+2}{(x-2)(x+2)}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+2}$ Paydalar eşitlendiğinde

$A=3$ ve $B=2$ olur.

$\int(\frac{3}{x-2}+\frac{2}{x+2})dx=3\int\frac{1}{x-2}dx+2\int\frac{1}{x+2}dx$

$=3\ell n|x-2|+2\ell n|x+2|+c$

Yanıt A

2. $\int\frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}dx$ integralinde

$u=x^3+2$ dönüşümü yapılırsa

$du=3x^2dx\Rightarrow\frac{du}{3}=x^2dx$ olur.

$\int\frac{5.\frac{du}{3}}{\sqrt[4]{u}}=\frac{5}{3}\int\frac{du}{\sqrt[4]{u}}=\frac{5}{3}\int u^{-1/4}du$

$=\frac{5}{3}.\frac{u^{-\frac{1}{4}+1}}{-\frac{1}{4}+1}+c=\frac{5}{3}.\frac{u^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}}+c$

$=\frac{5}{3}.\frac{4}{3}.\sqrt[4]{u^3}+c$

$=\frac{20}{9}.\sqrt[4]{(x^3+2)^3}+c$

Yanıt A

3. $y=f(x)$ eğrisinin $(-2, 3)$ noktasındaki teğeti x ekseni ile 135° lik açı yaptığına göre,

$f'(-2)=\tan 135°=-1$ dir.

Ayrıca, $(-2, 3)$ noktası $y=f(x)$ eğrisinin üzerinde olduğu için $f(-2)=3$ tür.

$f''(x)=16x \Rightarrow f'(x)=\int f''(x)dx$

$=\int 16xdx = 16.\frac{x^2}{2}+c$

$\Rightarrow f'(x)=8x^2+c$ dir.

$f'(-2)=-1 \Rightarrow 8.(-2)^2+c=-1 \Rightarrow c=-33$ olur.

$f'(x)=8x^2-33$

$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=\int(8x^2-33)dx$

$\Rightarrow f(x)=\frac{8x^3}{3}-33x+c$

$\Rightarrow f(-2)=3$ olduğu için

$8.\frac{(-2)^3}{3}-33.(-2)+c=3 \Rightarrow c=\frac{-125}{3}$ tür.

$f(x)=\frac{8x^3}{3}-33x-\frac{125}{3}$ eğrisinin y− eksenini kestiği noktanın ordinatı

$x=0 \Rightarrow f(0)=y=-\frac{125}{3}$ bulunur.

Yanıt E

4. $\int\frac{x+3}{x^2-9x+14}dx$ integralini basit kesirlere ayırma yöntemini kullanarak çözebiliriz.

$\frac{x+3}{x^2-9x+14}=\frac{x+3}{(x-7)(x-2)}=\frac{A}{x-7}+\frac{B}{x-2}$

$-7 \quad -2$ Paydalar eşitlendiğinde A=2 ve B=−1 bulunur.

$\frac{x+3}{(x-7(x-2)}=\frac{2}{x-7}+\frac{-1}{x-2}$

$\int(\frac{2}{x-7}-\frac{1}{x-2})dx=\int\frac{2}{x-7}dx-\int\frac{1}{x-2}dx$

$=2\ell n|x-7|-\ell n|x-2|+c$ bulunur.

Yanıt C

5. $\int\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}dx$ integralinde $u=\sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa

$u=\sqrt{x}\Rightarrow du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx\Rightarrow 2\sqrt{x}du=dx$

$\Rightarrow 2.u.du=dx$ olur.

$\int\frac{1+u}{1-u}.2udu=2\int\frac{u(1+u)}{1-u}du$ bulunur.

Yanıt E

6. $\int -\cos(\cos^2 x)\sin 2xdx$ ifadesinde

$u=\cos^2x$ alınırsa,

$du=2\cos x.(-\sin x)dx$

$du=-\sin 2xdx$

$-du=\sin 2xdx$ olur.

$\int -\cos(u).(-du)=\int \cos u.du$

$=\sin u+c$

$=\sin(\cos^2x)+c$ bulunur.

Yanıt D

7. $\int f(x).f'(x)dx$

$u=f(x)$ alınırsa

$du=f'(x)dx$ olur.

$\int f(x).f'(x)dx=\int u.du=\frac{u^2}{2}+c$

$=\frac{1}{2}[f(x)]^2+c$ bulunur.

Yanıt A

8. $\int x.f(x)dx=x^2+x+c$ ise

$x.f(x)=\frac{d}{dx}(x^2+x+c)$ dir.

$x.f(x)=2x+1$

$f(x)=\frac{2x+1}{x}=2+\frac{1}{x}$ bulunur.

Yanıt E

9. $f'(x)=3x^2+2x$ ise

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2+2x)dx$

$=\frac{3x^3}{3}+2\frac{x^2}{2}+c=x^3+x^2+c$ olur.

$f(1)=3$ ise

$f(x)=x^3+x^2+c$

$1^3+1^2+c=3 \Rightarrow c=1$ bulunur.

$f(-1)=(-1)^3+(-1)^2+1$

$=1$ dir.

Yanıt D

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\int(\cos x+|\sin x|)dx$

$x<0$ için $\sin x<0$ olduğuna göre,

$|\sin x|=-\sin x$ olur.

$\int(\cos x-\sin x)dx=\int\cos x.dx-\int\sin x.dx$

$=\sin x-(-\cos x)+c$

$=\sin x+\cos x+c$ bulunur.

Yanıt C

2. $\int\frac{dx}{x^2-1}$ integralinde

$\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{(x-1)(x+1)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$

Paydalar eşitlenirse $A=\frac{1}{2}$ ve $B=-\frac{1}{2}$ olur.

$\int(\frac{\frac{1}{2}}{x-1}+\frac{-\frac{1}{2}}{x+1})dx=\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x-1}-\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x+1}$

$=\frac{1}{2}\ell n|x-1|-\frac{1}{2}\ell n|x+1|+c$

$=\frac{1}{2}[\ell n|x-1|-\ell n|x+1|]+c$

$=\frac{1}{2}\ell n|\frac{x-1}{x+1}|+c$ bulunur.

Yanıt A

3. $\int \sin^2 x.\cos x dx$ integralinde

u = sinx dönüşümü yapılırsa,

du = cosxdx

$\int u^2.du = \frac{u^3}{3} + c = \frac{\sin^3 x}{3} + c$ olur.

Yanıt B

4. $\int (x^2 - 2x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + c = \frac{x^3}{3} - x^2 + c$

integralinde x = 1 yazıldığında sıfır oluyorsa

$\frac{1}{3} - 1 + c = 0 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$ olur.

Yanıt D

5. $\int 3(x^2 - 3x + 1)^2.(2x - 3)dx$

$u = x^2 - 3x + 1$ dönüşümü yapılırsa

du = (2x – 3)dx bulunur.

$\int 3.u^2.du = 3\int u^2 du = 3.\frac{u^3}{3} + c$

$= u^3 + c = (x^2 - 3x + 1)^3 + c$ olur.

Yanıt C

6. 1. yol

$y = -\frac{1}{x^2} + 2x - 1$ fonksiyonunun integralini alarak, hangi fonksiyonun türevi olduğu bulunabilir.

$\int (-\frac{1}{x^2} + 2x - 1)dx = \int (-x^{-2} + 2x - 1)dx$

$= -\frac{x^{-2+1}}{-2+1} + 2.\frac{x^2}{2} - x + c$

$= x^{-1} + x^2 - x + c$

$= \frac{1}{x} + x^2 - x + c$ bulunur.

2. yol

Seçeneklerde verilen fonksiyonların türevi alınarak sonucu ulaşılır.

(B) seçeneğindeki fonksiyonun türevi

$y = \frac{-1}{x^2} + 2x - 1$ dir.

Yanıt B

B. Belirli İntegral

LYS SORULARI

1. Bir f fonksiyonunun grafiğinin x = a noktasındaki teğetinin eğimi 1, x = b noktasındaki teğetinin eğimi ise $\sqrt{3}$'tür.

f''(x) ikinci türev fonksiyonu [a, b] aralığında sürekli olduğuna göre,

$\int_b^a f'(x).f''(x)dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(2011-LYS1)

2. $\int_1^e \ln^3 x dx = 6 - 2e$

olduğuna göre, $\int_1^e \ln^4 x dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 7e – 16 B) 8e–18 C) 9e–24 D) 10e – 26 E) 11e – 28

(2011-LYS1)

3. f''(x) = 6x–2

f'(0) = 4

f(0) = 1

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için f(1) değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(2010-LYS1)

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

(2010-LYS1)

5. $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

(2010-LYS1)

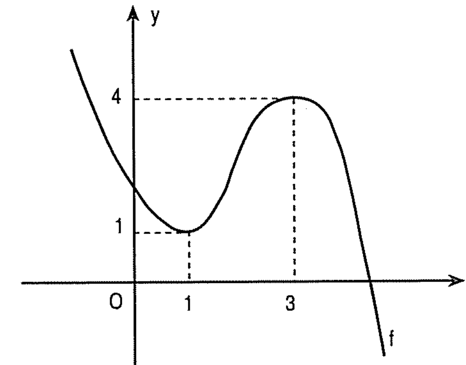
6. $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 2 \text{ ise} \\ 2x - 3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

için $\int_1^3 f(x+1)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(2010-LYS1)

7.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için

$\int_1^3 \frac{x.f'(x) - f(x)}{x^2}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $\int_0^1 (x+1)e^x dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) e B) e –1 C) e – 2 D) 2e – 1 E) 2e – 3

(2008-ÖSS Mat 2)

2. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

(2008-ÖSS Mat 2)

3. $\int_0^{\pi/2} \left|\sin x - \frac{1}{2}\right|dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{12} - 1$ B) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - 1$ C) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - 1$

D) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$ E) $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

(2008-ÖSS Mat 2)

4. $\int_0^1 3x\sqrt{3 + x^2}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $1+\sqrt{3}$ B) $2-2\sqrt{3}$ C) $2+\sqrt{3}$ D) $4-\sqrt{3}$ E) $8-3\sqrt{3}$

(2007-ÖSS Mat 2)

5. $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2} + \ln 2$ B) $-1 + \ln 2$ C) ln2 D) 2ln2 E) 1+2ln2

(2007-ÖSS Mat 2)

6. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\sin x + \cos x)dx$

integralinde t= π – x dönüşümü yapılırsa aşağıdaki intergallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(\sin t + \cos t)dt$ B) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(\sin t - \cos t)dt$

C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\sin t - \cos t)dt$ D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\cos t - \sin t)dt$

E) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{0}(\sin t - \cos t)dt$

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $\int_{0}^{\frac{5}{\sqrt{2}}}(\sqrt{25 - x^2} - x)dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π

D) 36 E) 45

(1997-ÖYS)

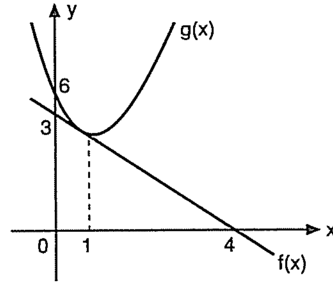
2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}[\frac{d}{dt}(\int_{0}^{t}\cos 3x dx)]dt$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

(1996-ÖYS)

3.



Şekildeki f(x) doğrusu x = 1 noktasında y = g(x) eğrisine teğettir.

$\int_{0}^{1}\frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ell n\frac{a}{8}$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(1995-ÖYS)

4. $\int_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sin(\arccos x)dx$ **integralinde t = arccosx dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\sin 2t dt$ B) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\cos^2 2t dt$

C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}\cos t dt$ D) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}-2\cos^2 t dt$

E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}-\sin^2 t dt$

(1995-ÖYS)

5. $\int_{\frac{\pi}{12}}^{a}-2(\sin^4 x - \cos^4 x)dx = \frac{1}{2}$ olduğuna göre,

a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

(1994-ÖYS)

6. $0 < a < \frac{\pi}{3}$ $\int_{0}^{a}(\tan^4 x + \tan^2 x)dx = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, **a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

(1993-ÖYS)

7. $(\int_{0}^{a}x dx)^3 = \int_{0}^{a}x^3 dx$ olduğuna göre, **pozitif a kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

(1993-ÖYS)

8. $\int_{0}^{2}\sqrt{4 - x^2}dx$ integralinde x = 2sint dönüşümü yapılırsa **aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int_{\pi}^{\pi}\sin^2 t.dt$ B) $\int_{0}^{\pi/2}4\sin^2 t.dt$

C) $\int_{\pi/2}^{\pi}4(\sin t - \cos t)dt$ D) $\int_{-\pi}^{\pi}\cos^2 t.dt$

E) $\int_{0}^{\pi/2}4\cos^2 t.dt$

(1993-ÖYS)

9. $\int_{0}^{\ell n3}(e^{3x} - e^x)dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, **aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int_{1}^{3}(t^3 - t)tdt$ B) $\int_{1}^{3}(t^2 - 1)dt$

C) $\int_{1}^{3}(e^{3t} - e^t)e^t dt$ D) $\int_{0}^{1}(t^3 - t)dt$

E) $\int_{0}^{3}(\ell n3t - \ln t)dt$

(1992-ÖYS)

10. $\frac{d}{dx}(\int_{2}^{5}(x^3 + x^2)dx)$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $x^2 + x^2$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ C) $\frac{67}{3}$

D) 79 E) 0

(1992-ÖYS)

11. $\int_{0}^{1}\frac{d(x^2)}{x^2 + 1}$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\ell n2$ D) $\ell n3$ E) 2

(1991-ÖYS)

12. $\int_{0}^{1}(2x - 3).(x^2 - 3x + 2)^4.dx$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $-\frac{32}{5}$ B) –3 C) 0 D) 3 E) $\frac{243}{5}$

(1991-ÖYS)

13. $\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)]dx$ **in değeri nedir?**

A) $4(\pi-2)$ B) $4(\pi-\sqrt{3})$ C) $3(\pi-\sqrt{2})$

D) $3\sqrt{2}(\pi-2)$ E) $2\sqrt{3}(\pi-2)$

(1990-ÖYS)

14. $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x)dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π

(1989-ÖYS)

15. $f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{t^3+4}dt$ olduğuna göre, **f′(1) değeri kaçtır?**

A) 0 B) $\frac{7}{25}$ C) $\frac{4}{51}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(1989-ÖYS)

16. $\int_0^{e-1} \frac{x}{x+1}dx$ **integralinin değeri nedir?**

A) e − 2 B) e − 1 C) e

D) e + 1 E) e + 2

(1988-ÖYS)

17. $\int_0^{\pi/2} (\cos x - \sin x)dx$ **integralinin değeri nedir?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

(1987-ÖYS)

18. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ olduğuna göre, $\int_1^2 d(f^{-1}(x))$ **kaçtır?**

A) 0 B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

(1986-ÖYS)

19. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\cos 2x}dx$ **integralinin değeri nedir?**

A) 0 B) $-\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(1985-ÖYS)

20. $\int_0^1 \frac{(x^2+3)2x}{(x^2+3)^2+1}dx$ **integralinin değeri nedir?**

A) $\ell n\frac{13}{4}$ B) $\frac{1}{2}\ell n\frac{13}{10}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\ell n\frac{15}{4}$ E) $\frac{1}{2}\ell n\frac{17}{10}$

(1984-ÖYS)

21. $\int_a^b (2x+3)dx = 50$ ve $b - a = 5$ olduğuna göre, **a + b kaçtır?**

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

(1983-ÖYS)

22. $a > 0$, $b > -1$ koşulu ile sonlu iki sayıdır.

$\int_0^1 x^a dx . \int_0^1 x^b dx = \int_0^1 x^a x^b dx$

olduğuna göre **b nin değeri kaçtır?**

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{4}$

(1983-ÖYS)

23. $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \sin^3 2x.\sin 4x.dx$ **ifadesinin değeri nedir?**

A) $\frac{1}{160}$ B) $\frac{1}{80}$ C) $\frac{9}{80}$ D) $\frac{9}{160}$ E) $\frac{1}{32}$

(1982-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. f(x) in analitik düzlemdeki eğrisinin $x_1 = a$, $x_2 = b$ noktalarındaki teğetlerinin eğim açıları sırası ile 45° ve 60° dir. f′′(x) sürekli bir fonksiyon olduğuna göre, $\int_a^b f'(x)f''(x)dx$ **in değeri nedir?**

A) 2 B) −3 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $-\frac{3}{2}$

(1980-ÜSS)

2. $\int_{-1}^1 |x|dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 0 B) 1 C) $\frac{1}{2}$

D) 1 + log2 E) 2

(1978-ÜSS)

3. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} |2x-1|dx$ **integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

(1977-ÜSS)

4. $f(x) = \int_1^{\ell nx} e^{t^2}dt$ ise **f′(e) nin değeri ne olur?**

A) e B) $\frac{1}{e}$ C) e + 1 D) −1 E) 1

(1975-ÜSS)

5. Aşağıdakilerden hangisi $\int_1^{\ell n3} xe^x dx$ integraline eşittir?

A) 3ln3
B) 3 + ln27
C) −3 + ln27
D) $\frac{1}{2}(3\ell n3 - e^2)$
E) $\frac{1}{2}[3(\ell n3)^2 - e]$

(1975-ÜSS)

6. $\int_0^{\pi/4}(\cos x - \sin x)dx$ integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$
C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D) $\sqrt{2}-1$
E) $\frac{\sqrt{3}-2}{3}$

(1974-ÜSS)

7. $\int_0^1 e^{3x}dx$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^3/3$
B) $e^3 - 1$
C) $e^3 + 1$
D) $(e^3 + 1)/3$
E) $(e^3 - 1)/3$

(1974-ÜSS)

8. $\int_0^{\pi/4} tg^2x dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0
B) $\frac{\pi}{4}$
C) $1 - \frac{\pi}{4}$
D) $\frac{3\pi}{5} - 5$
E) $\frac{\pi}{2}$

(1973-ÜSS)

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2})dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

(1973-ÜSS)

10. $\int_0^{\pi/2}\cos^2 x.dx$ integralinin değeri nedir?

A) $\frac{\pi}{4}$
B) $\frac{\pi + 1}{4}$
C) $\frac{1}{2}(\frac{\pi + 1}{2})$
D) $\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2})$
E) Hiçbiri

(1973-ÜSS)

11. $3\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x.\sin x dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

(1972-ÜSS)

12. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\cos x - \sin x)dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) −1 E) −2

(1971-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS	1.A	2.C	3.B	4.B	5.D	6.C
	7.D					
ÖSS	1.A	2.A	3.A	4.E	5.A	6.B
ÖYS	1.B	2.D	3.D	4.E	5.C	6.B
	7.C	8.E	9.B	10.E	11.C	12.A
	13.A	14.A	15.D	16.A	17.C	18.E
	19.E	20.E	21.E	22.C	23.A	
ÜSS	1.D	2.B	3.B	4.E	5.C	6.D
	7.E	8.C	9.D	10.A	11.D	12.E

B. Belirli İntegral

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. f(x) in x = a daki eğimi 1 ise f'(a) = 1 ve

f(x) in x = b deki eğimi $\sqrt{3}$ ise f'(b) = $\sqrt{3}$ tür.

$\int_b^a f'(x).f''(x)dx$ integralinde

$u = f'(x) \Rightarrow du = f''(x)dx$

$x = a \Rightarrow u = f'(a) = 1$

$x = b \Rightarrow u = f'(b) = \sqrt{3}$ olur.

$\int_b^a f'(x).f''(x)dx = \int_{\sqrt{3}}^1 u.du$

$= \frac{u^2}{2}\Big|_{\sqrt{3}}^1$

$= \frac{1^2}{2} - \frac{(\sqrt{3})^2}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$

$= \frac{-2}{2}$

$= -1$ bulunur.

Yanıt A

2. Kısmi integrasyon yöntemi ile

$u = \ln^4 x$ $\quad dv = dx$

$du = 4.\ln^3 x.\frac{1}{x}.dx$ $\quad v = x$

$\int_1^e \ln^4 x dx = u.v - \int v.du$

$= \ln^4 x.x - \int_1^e x.4.\ln^3 x.\frac{1}{x}dx$

$= x.\ln^4 x\Big|_1^e - 4.\int_1^e \ln^3 x dx$

$= e.\ln^4 e - 1.\ln^4 1 - 4.(6 - 2e)$

$= e.1^4 - 0^4 - 24 + 8e$

$= e - 24 + 8e$

$= 9e - 24$ bulunur.

Yanıt C

3. $f''(x) = 6x-2$ ise

$f'(x) = \int f''(x)dx = \int(6x - 2)dx$

$= 6.\frac{x^2}{2} - 2x + c$

$= 3x^2 - 2x + c$ ve $f'(0) = 4$ olduğu için

$f'(0) = 0 - 0 + c \Rightarrow c = 4$

$f'(x) = 3x^2 - 2x + 4$ elde edilir.

$f(x) = \int f'(x)dx = \int(3x^2 - 2x + 4)dx$

$= 3.\frac{x^3}{3} - 2.\frac{x^2}{2} + 4x + c$

$= x^3 - x^2 + 4x + c$ ve $f(0) = 1$ ise

$f(0) = 0 - 0 + 0 + c \Rightarrow c = 1$ bulunur.

$f(x) = x^3 - x^2 + 4x + 1$ olduğuna göre

$f(1) = 1 - 1 + 4 + 1 = 5$ elde edilir.

Yanıt B

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$ integralinde

u= cosx ise $\quad du = -\sin x\, dx$

$-du = \sin x\, dx$ olur.

x = 0 için $\quad u = \cos 0 = 1$ ve

$x = \frac{\pi}{3}$ için $u = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ olur.

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx = \int_1^{\frac{1}{2}} \frac{-du}{u^2}$

$= \frac{1}{u}\Big|_1^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{1}$

$= 2 - 1$

$= 1$ bulunur.

Yanıt B

5. $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}}dx$ integralinde

$2x+1 = u^2$ alınırsa $\quad 2dx = 2udu$

$2x = u^2 - 1 \quad dx = udu$ olur.

$6x = 3u^2 - 3$ olur.

$x = 0$ için $2.0 + 1 = u^2 \Rightarrow u = 1$ ve

$x = 4$ için $2.4 + 1 = u^2 \Rightarrow u = 3$ bulunur.

$$\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}}dx = \int_1^3 \frac{3u^2}{\sqrt{u^2}}.udu$$

$$= \int_1^3 \frac{3u^2-3}{u}.udu$$

$$= \int_1^3 (3u^2-3)du$$

$$= \left(3.\frac{u^3}{3} - 3u\right)\Big|_1^3$$

$= (3^3 - 3.3) - (1^3 - 3.1)$

$= 18 - (-2) = 20$ elde edilir.

Yanıt D

6. $f(x) = \begin{cases} 3-x, & x<2 \text{ ise} \\ 2x-3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$

$\int_1^3 f(x+1)dx$ ifadesinde

$u = x + 1$ alınırsa

$du = dx$ olur.

$x = 1$ için $u = 2$ ve

$x = 3$ için $u = 4$ olur.

$$\int_1^3 f(x+1)dx = \int_2^4 f(u)du$$

$$= \int_2^4 f(x)dx$$

$$= \int_2^4 (2x-3)dx$$

$$= \left(2.\frac{x^2}{2} - 3x\right)\Big|_2^4$$

$= (16 - 12) - (4 - 6)$

$= 4 - (-2)$

$= 6$ elde edilir.

Yanıt C

7. $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \frac{f'(x).x - f(x).1}{x^2}$ olduğu için

$$\int_1^3 \frac{x.f'(x)-f(x)}{x^2}dx = \int_1^3 \left(\frac{f(x)}{x}\right)' dx$$

$$= \frac{f(x)}{x}\Big|_1^3 = \frac{f(3)}{3} - \frac{f(1)}{1}$$

$$= \frac{4}{3} - 1$$

$= \frac{1}{3}$ bulunur.

Yanıt D

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Kısmi integral alma yöntemi ile,

$u = x + 1 \Rightarrow du = dx$

$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$ olur.

$$u.v - \int v.du = (x+1).e^x - \int e^x.dx$$

$$= (x+1).e^x - e^x$$

$$= e^x(x+1-1)$$

$$= x.e^x \Big|_0^1$$

$$= 1.e^1 - 0.e^0$$

$= e$ bulunur.

Yanıt A

2. $u = \ln x$ dönüşümü yapılırsa

$du = \frac{1}{x}.dx$

$$\int \frac{dx}{x.(\ln x)^2} = \int \frac{1}{u^2}.du = \int u^{-2}.du$$

$$= \frac{u^{-2+1}}{-2+1} + c = \frac{u^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{u} + c$$

$$= -\frac{1}{\ln x} + c \Big|_e^{e^2} = -\frac{1}{\ln e^2} + c - \left(-\frac{1}{\ln e} + c\right)$$

$= -\frac{1}{2\ln e} + \frac{1}{\ln e} = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yanıt A

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (-\sin x + \frac{1}{2})dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \frac{1}{2})dx$

$$= \cos x + \frac{1}{2}x \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} + (-\cos x - \frac{1}{2}x)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= (\cos\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}.\frac{\pi}{6}) - (\cos 0 + \frac{1}{2}.0) + \left[(-\cos\frac{\pi}{2}) - \frac{1}{2}.(\frac{\pi}{2})\right] - \left[-\cos\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}.\frac{\pi}{6}\right]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12} - 1 - 0 - \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}$$

$$= \sqrt{3} - 1 + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}$$

$= \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{12}$ bulunur.

Yanıt A

4. $\int_0^1 3x.\sqrt{3+x^2}dx$ integralinde değişken değiştirme yöntemi kullanılarak

$u = 3 + x^2 \Rightarrow du = 2xdx \Rightarrow \frac{du}{2} = xdx$ olur.

$$\Rightarrow \int 3.\sqrt{u}.\frac{du}{2} = \frac{3}{2}\int u^{1/2}du$$

$$= \frac{3}{2}.\frac{u^{3/2}}{3/2} = u^{3/2} = \left(3+x^2\right)^{3/2}\Big|_0^1$$

$$= \left(3+1^2\right)^{3/2} - \left(3+0^2\right)^{3/2} = 4^{3/2} - 3^{3/2}$$

$$= \left(2^2\right)^{3/2} - \sqrt{3^3} = 2^3 - \sqrt{27}$$

$= 8 - 3\sqrt{3}$ olur.

Yanıt E

5.

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x+1 \\ \underline{-\ x^2+x} & x-1 \\ -x & \\ \underline{-\ -x-1} & \\ 1 & \end{array} \Rightarrow \frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$$

olduğundan;

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}dx = \int_0^1 \left(x - 1 + \frac{1}{x+1}\right)dx$$

$$= \int_0^1 xdx - \int_0^1 1dx + \int_0^1 \frac{1}{x+1}dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 - x\Big|_0^1 + \left(\ln|x+1|\right)\Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{2} - 0\right) - (1-0) + (\ln 2 - \underbrace{\ln 1}_{0})$$

$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 = \frac{-1}{2} + \ln 2$ bulunur.

Yanıt A

6. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x)dx$ integralinde

$t = \pi - x$ dönüşümü yapılırsa

$x = \pi - t \Rightarrow dx = -dt$ olur.

İntegralin sınırları da

$x = \pi$ için $t = \pi - \pi = 0$

$x = \frac{\pi}{2}$ için $t = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ bulunur.

O hâlde,

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} (\sin(\pi - t) + \cos(\pi - t))(-dt)$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} (\sin t + (-\cos t))(-dt)$$

$$= -\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} (\sin t - \cos t)dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t)dt$$

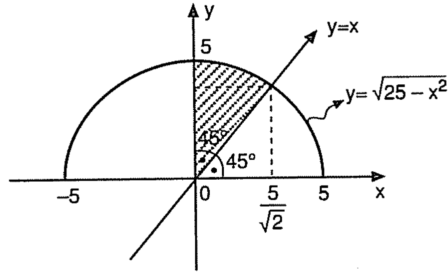
elde edilir.

Yanıt B

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}}(\sqrt{25-x^2}-x)dx$ integralinin anlamı,

denklemi $y=\sqrt{25-x^2}$ olan yarım çember ile $y=x$ doğrusunun arasında kalan $[0,\frac{5}{\sqrt{2}}]$ aralığındaki bölgenin alanıdır. Bu alan ise çemberin tamamının $\frac{1}{8}$ idir.



Bu alan, yukarıdaki şekilde belirtilen taralı bölgenin alanıdır.

$\pi.5^2.\frac{45°}{360°}=\pi.25.\frac{1}{8}=\frac{25\pi}{8}$ br² dir.

Yanıt B

2. $\int_0^{\frac{\pi}{6}}[\underbrace{\frac{d}{dt}(\int_0^t\cos 3xdx)}_{\cos 3t.(t)'}]dt$

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos 3tdt=\frac{\sin 3t}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$

$=\frac{1}{3}(\sin(\frac{3.\pi}{6})-\sin(3.0))$

$=\frac{1}{3}(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0)=\frac{1}{3}(1-0)=\frac{1}{3}$ olur.

Yanıt D

3. $\int_0^1\frac{g'(x)}{g(x)}dx=\ell n(\frac{a}{8})$ integralinde

$u=g(x)$ dönüşümü yapılırsa

$du=g'(x).dx$ bulunur.

$\int\frac{du}{u}=\ell n|u|+c=\ell n|g(x)|+c$ ve

$\ell n|g(x)|\Big|_0^1=\ell n(\frac{a}{8})$ olduğuna göre,

$\ell n|g(1)|-\ell n|g(0)|=\ell n(\frac{a}{8})$ olur.

Verilen grafikten g(0) = 6 olduğu anlaşılıyor. g(1) in değerini bulmak için g(1) = f(1) olacağından f(x) in denklemi bulunarak f(1) elde edilir. f(x) doğrusu x– eksenini 4 te ve y– eksenini 3 te kestiği için denklemi

$\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$ dir.

$x=1$ için $\frac{1}{4}+\frac{y}{3}=1\Rightarrow y=\frac{9}{4}$ olur.

O hâlde,

$\ell n|\underset{\frac{9}{4}}{\underset{\Downarrow}{g(1)}}|-\ell n|\underset{6}{\underset{\Downarrow}{g(0)}}|=\ell n(\frac{a}{8})$

$\Rightarrow\ell n(\frac{9}{4})-\ell n(6)=\ell n(\frac{a}{8})$

$\Rightarrow\ell n(\frac{\frac{9}{4}}{6})=\ell n(\frac{a}{8})$

$\Rightarrow\ell n(\frac{3}{8})=\ell n(\frac{a}{8})$

$\Rightarrow\frac{3}{8}=\frac{a}{8}\Rightarrow a=3$ bulunur.

Yanıt D

4. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sin(\arccos x)dx$ integralinde

$t=\arccos x$ dönüşümü yapılırsa

$dt=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}dx\Rightarrow dx=-\sqrt{1-x^2}dt$ olur.

$t=\arccos x$ ise $x=\cos t$ olacağı için

$dx=-\sqrt{1-\cos^2t}dt=-\sqrt{\sin^2t}dt=-\sin tdt$ bulunur.

İntegralin sınırları t ye göre değiştirilirse

$x=0$ için $t=\arccos 0\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$ ve

$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ için $t=\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$ olur.

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}\sin t.(-\sin tdt)=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}-\sin^2t.dt$ elde edilir.

Yanıt E

5. $\int_{\frac{\pi}{12}}^a-2(\sin^4x-\cos^4x)dx=\frac{1}{2}$ ise

$\int_{\frac{\pi}{12}}^a-2.\underbrace{(\sin^2x-\cos^2x)}_{-\cos 2x}\underbrace{(\sin^2x+\cos^2x)}_{1}dx=\frac{1}{2}$

$\int_{\frac{\pi}{12}}^a 2\cos 2xdx=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 2.\frac{\sin 2x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{12}}^a=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\sin 2a-\sin(2\frac{\pi}{12})=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\sin 2a-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\sin 2a=1\Rightarrow 2a=\frac{\pi}{2}\Rightarrow a=\frac{\pi}{4}$ olur.

Yanıt C

6. $\int_0^a(\tan^4x+\tan^2x)dx=\frac{1}{3}$ ise

$\Rightarrow\int_0^a\tan^2x(\tan^2x+1)dx=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow\int_0^a\tan^2x.\sec^2xdx=\frac{1}{3}$

$u=\tan x$ dönüşümü yapılırsa

$du=\sec^2xdx$ olur.

$=\int u^2du=\frac{u^3}{3}+c$

$=\frac{\tan^3x}{3}\Big|_0^a$

$=\frac{\tan^3a}{3}-\frac{\tan^30}{3}=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow\tan^3a=1$

$\Rightarrow\tan a=1$

$\Rightarrow a=\frac{\pi}{4}$ bulunur.

Yanıt B

7. $(\int_0^a xdx)^3=\int_0^a x^3dx$ ise $(\frac{x^2}{2}\Big|_0^a)^3=(\frac{x^4}{4}\Big|_0^a)$ olur.

$=(\frac{a^2}{2}-\frac{0^2}{2})^3=\frac{a^4}{4}-\frac{0^4}{4}$

$=\frac{a^6}{8}=\frac{a^4}{4}$

$=a^6-2a^4=0\Rightarrow a^4(a^2-2)=0$

$=a^4=0\Rightarrow a=0$

$a^2-2=0\Rightarrow a^2=2\Rightarrow a=\mp\sqrt{2}$

değerleri için a nın pozitif değeri $\sqrt{2}$ dir.

Yanıt C

8. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$ integralinde

x = 2sint dönüşümü yapılırsa

dx = 2cost dt ve integralin sınırları

x = 0 için 0 = 2sint ⇒ 0 = sint ⇒ t = 0

x = 2 için 2 = 2sint ⇒ 1 = sint ⇒ t = $\frac{\pi}{2}$ olacaktır.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-(2\sin t)^2}.2\cos t.dt$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t.dt$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4(\underbrace{1-\sin^2 t}_{\cos^2 t})}.2\cos t.dt$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\cos t.2\cos t.dt$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}4.\cos^2 t.dt$ bulunur.

Yanıt E

9. $\int_0^{\ln 3}(e^{3x}-e^x)dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, $e^x dx = dt$ elde edilir.

İntegralin alt sınırı

x = 0 için t = e° = 1 ve üst sınırı

x = ℓn3 için t = $e^{\ell n3}$ = 3 olur.

$\int_0^{\ell n3} e^x(e^{2x}-1)dx = \int_0^{\ell n3}(\underset{\downarrow\atop t}{e^x}-1)(\underset{\downarrow\atop t}{e^x}+1)\underbrace{e^x dx}_{dt}$

$=\int_1^3(t-1)(t+1)dt=\int_1^3(t^2-1)dt$ olur.

Yanıt B

10. $\frac{d}{dx}(\int_2^5(x^3+x^2)dx)$ ifadesindeki

$\int_2^5(x^3+x^2)dx$ belirli integralinin değeri bir sayıdır. Bu sayıya k ∈ R diyelim. Sabit sayının türevi sıfır olduğu için $\frac{d}{dx}(k)=0$ olur. Yani, integralin değerini hesaplamaya gerek yoktur.

Yanıt E

11. $\int_0^1\frac{d(x^2)}{x^2+1}=\int_0^1\frac{2xdx}{x^2+1}$ dir.

$u = x^2 + 1$ dönüşümü yapılırsa du = 2xdx olur.

$\int\frac{du}{u}=\ell n|u|+c=\ell n|x^2+1|+c$ dir.

$\ell n|x^2+1|\Big|_0^1=\ell n(1+1)-\ell n(0+1)$

$=\ell n2-0$

$=\ell n2$ bulunur.

Yanıt C

12. $\int_0^1(2x-3)(x^2-3x+2)^4dx$

$u = x^2 - 3x + 2$ dönüşümü yapılırsa

du = (2x − 3)dx olur.

$\int u^4.du=\frac{u^5}{5}+c$

$=\frac{(x^2-3x+2)^5}{5}\Big|_0^1$

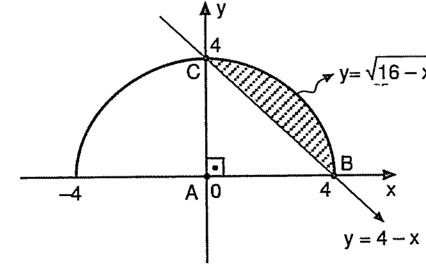
$=\frac{(1-3+2)^5}{5}-\frac{(0-0+2)^5}{5}$

$=0-\frac{2^5}{5}=-\frac{32}{5}$ bulunur.

Yanıt A

13. $\int_0^4(\sqrt{16-x^2}-(4-x))\,dx$ integralinin anlamı,

$y=\sqrt{16-x^2}$ yarıçemberi ile y = 4 − x doğrusunun [0, 4] aralığında oluşturdukları bölgenin alanı demektir.



Şekildeki taralı bölgenin alanı,

$\frac{1}{4}.(\pi.4^2)-A(\overset{\Delta}{ABC})$

$=4\pi-\frac{4.4}{2}$

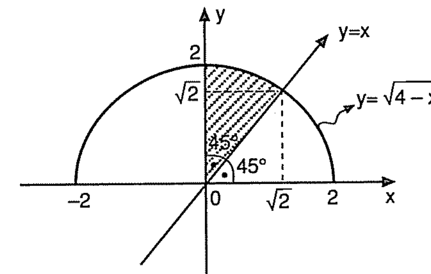
$=4\pi-8$

$=4(\pi-2)br^2$ dir.

Yanıt A

14. $\int_0^{\sqrt2}(\sqrt{4-x^2}-x)\,dx$ integralinin anlamı,

$y=\sqrt{4-x^2}$ yarıçemberi ile y = x doğrusunun $[0, \sqrt2]$ aralığında oluşturdukları alan demektir.



Şekildeki taralı bölgenin alanı

$\pi.2^2.\frac{45°}{360°}=\frac{4\pi}{8}=\frac{\pi}{2}$ br² dir.

O hâlde,

$\int_0^{\sqrt2}(\sqrt{4-x^2}-x)dx=\frac{\pi}{2}$ dir.

Yanıt A

15. $f'(x)=\left(\int_0^x\frac{t^2}{t^3+4}dt\right)'=\frac{x^2}{x^3+4}.(x)'$

$=\frac{x^2}{x^3+4}.1=\frac{x^2}{x^3+4}$

$f'(1)=\frac{1^2}{1^3+4}=\frac{1}{5}$ bulunur.

Yanıt D

16. $\int_0^{e-1}\frac{x}{x+1}dx=\int_0^{e-1}\frac{x+1-1}{x+1}dx$

$=\int_0^{e-1}(1-\frac{1}{x+1})dx=(x-\ell n|x+1|)\Big|_0^{e-1}$

$=(e-1-\ell n|e-1+1|)-(0-\ell n|0+1|)$

$=e-1-1-0=e-2$ bulunur.

Yanıt A

17. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos x-\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$

$=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-(-\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$=(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0)+(\cos\frac{\pi}{2}-\cos 0)$

$=1-0+0-1=0$ olur.

Yanıt C

18. $f(x)=\frac{1}{x+1}$ ise $f^{-1}(x)=\frac{-x+1}{x}$ tir.

$\int_1^2 d(f^{-1}(x))=f^{-1}(x)\Big|_1^2=\frac{-x+1}{x}\Big|_1^2$

$=\frac{-2+1}{2}-\frac{-1+1}{1}=-\frac{1}{2}-0=-\frac{1}{2}$ olur.

Yanıt E

19. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ olduğu için,

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-(1-2\sin^2 x)}\,dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-1+2\sin^2 x}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{2}.|\sin x|dx$$

$$= \sqrt{2}.\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \sqrt{2}.(-\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= -\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 0)$$

$$= -\sqrt{2}(\frac{1}{2} - 1)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ olur.}$$

Yanıt E

20. $$\int_0^1 \frac{(x^2+3).2x}{(x^2+3)^2+1}dx$$

$u = (x^2+3)^2+1$ dönüşümü yapılırsa

$du = 2(x^2+3) \,.\, 2xdx$

$$\frac{du}{2} = (x^2+3).2xdx$$

$$= \int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ell n|u| + c$$

$$= \frac{1}{2}\ell n|(x^2+3)^2+1|\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{2}\ell n 17 - \frac{1}{2}\ell n 10$$

$$= \frac{1}{2}\ell n\frac{17}{10} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

21. $\int_a^b (2x+3)dx = 50$ ve $b-a=5$ ise

$$2\int_a^b xdx + \int_a^b 3dx = 50$$

$$\Rightarrow 2\frac{x^2}{2}\Big|_a^b + 3x\Big|_a^b = 50$$

$$\Rightarrow b^2 - a^2 + 3(b-a) = 50$$

$$\Rightarrow \underbrace{(b-a)}_{5}(b+a) + 3\underbrace{(b-a)}_{5} = 50$$

$$\Rightarrow 5(a+b) + 15 = 50$$

$$\Rightarrow a + b = 7 \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

22. $$\int_0^1 x^a dx.\int_0^1 x^b dx = \int_0^1 x^a.x^b dx$$

$$\Rightarrow \frac{x^{a+1}}{a+1}\Big|_0^1 . \frac{x^{b+1}}{b+1}\Big|_0^1 = \frac{x^{a+b+1}}{a+b+1}\Big|_0^1$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{a+1} - 0).(\frac{1}{b+1} - 0) = \frac{1}{a+b+1} - 0$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{a+1}).(\frac{1}{b+1}) = \frac{1}{a+b+1}$$

$\Rightarrow a + b + 1 = (a+1)(b+1)$

$\Rightarrow a + b + 1 = ab + a + b + 1$

$\Rightarrow 0 = ab$ ve $a > 0$ olduğu için

$b = 0$ olur.

Yanıt C

23. $\sin 2x = 2\sin x \,.\, \cos x$ olduğu için,

$$\int_0^{\frac{\pi}{12}} \sin^3 2x.\underbrace{\sin 4x}_{2\sin 2x.\cos 2x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{12}} 2.\sin^4 2x.\cos 2x.dx$$

ifadesinde,

$u = \sin 2x \Rightarrow du = \cos 2x \,.\, 2 \,.\, dx$

$$\Rightarrow \frac{du}{2} = \cos 2xdx \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow \int 2.u^4.\frac{du}{2} = \int u^4 du = \frac{u^5}{5} + c$$

$$= \frac{\sin^5 2x}{5}\Big|_0^{\frac{\pi}{12}} = \frac{\sin^5(2.\frac{\pi}{12})}{5} - \frac{\sin^5(2.0)}{5}$$

$$= \frac{1}{5}(\sin^5(\frac{\pi}{6}) - \sin^5(0)) = \frac{1}{5}((\frac{1}{2})^5 - 0)$$

$$= \frac{1}{5}.\frac{1}{32} = \frac{1}{160} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $f(x)$ in a ve b noktalarındaki teğetlerinin eğim açıları 45° ve 60° ise

$f'(a) = \tan 45° = 1$ ve

$f'(b) = \tan 60° = \sqrt{3}$ olur.

$\int_a^b f'(x).f''(x)dx$ integralinde

$u = f'(x)$ dönüşümü yapılırsa

$du = f''(x)dx$ olur.

$$\int u.du = \frac{u^2}{2} = \frac{[f'(x)]^2}{2}\Big|_a^b$$

$$\Rightarrow \frac{[f'(b)]^2}{2} - \frac{[f'(a)]^2}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

2. $$\int_{-1}^1 |x|dx = \int_{-1}^0 -xdx + \int_0^1 xdx$$

$$= -\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2}\Big|_0^1$$

$$= -(\frac{0^2}{2} - \frac{(-1)^2}{2}) + \frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt B

3. $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ için $2x - 1 < 0$ olduğuna göre,

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} |2x-1|dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (-2x+1)dx$$

$$= -2\frac{x^2}{2} + x\Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -x^2 + x\Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= -(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} - [(-(-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2})]$$

$$= -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

4. $$f(x) = \int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt$$

$\Rightarrow f'(x) = f(g(x)).g'(x) - f(h(x)).h'(x)$

olduğu için

$$f(x) = \int_1^{\ell nx} e^{t^2}dt \Rightarrow f'(x) = e^{(\ell nx)^2}.(\ell nx)' - e^1.(1)'$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^{(\ell nx)^2}.\frac{1}{x} - e.0$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^{(\ell nx)^2}.\frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

O hâlde

$$f'(e) = e^{(\ell ne)^2}.\frac{1}{e} = e^{(1^2)}.\frac{1}{e} = 1 \text{ olur.}$$

Yanıt E

5. $\int_1^{\ell n3} x.e^x dx$ integrali için kısmi integral yöntemi kullanılır.

$u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$ olur.

$$u.v - \int v.du = x.e^x - \int e^x.dx$$

$$= x.e^x - e^x \text{ bulunur.}$$

$$e^x.(x-1)\Big|_1^{\ell n3} = e^{\ell n3}.(\ell n3 - 1) - e^1.(1-1)$$

$$= e^{\log_e 3}.(\ell n3 - 1) - 0$$

$$= 3(\ell n3 - 1)$$

$$= 3\ell n3 - 3$$

$$= \ell n3^3 - 3 = \ell n27 - 3 \text{ olur.}$$

Yanıt C

6. $$\int_0^{\pi/4} (\cos x - \sin x)dx$$

$$= \sin x + \cos x\Big|_0^{\pi/4}$$

$$= (\sin \pi/4 + \cos \pi/4) - (\sin 0 + \cos 0)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - (0+1)$$

$$= \sqrt{2} - 1 \text{ olur.}$$

Yanıt D

7. $\int_0^1 e^{3x}dx = \frac{e^{3x}}{3}\Big|_0^1 = \frac{e^{3.1}}{3} - \frac{e^{3.0}}{3} = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3}$

$= \frac{e^3 - 1}{3}$ olur.

Yanıt E

8. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (-1 + 1 + \tan^2 x)dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (-1)dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x)dx$

$= -x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$

$= -(\frac{\pi}{4} - 0) + \tan\frac{\pi}{4} - \tan 0$

$= -\frac{\pi}{4} + 1 - 0$

$= 1 - \frac{\pi}{4}$ bulunur.

Yanıt C

9. **Not:** $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ tir.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{(\cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2})}_{\cos(2.\frac{x}{2}) = \cos x \text{ tir.}} dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \sin\frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1 - 0 = 1$ olur.

Yanıt D

10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x + 1}{2} dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{2} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} dx$

$= \frac{1}{2} . \frac{\sin 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{4}(\sin\frac{2\pi}{2} - \sin 2.0) + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - 0)$

$= \frac{1}{4}(0 - 0) + \frac{1}{2}.\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$ bulunur.

Yanıt A

11. $3.\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x.\sin x dx$ integralinde

$u = \cos x$ dönüşümü yapılırsa

$du = -\sin x dx \Rightarrow -du = \sin x dx$ bulunur.

$3.\int u^2.(-du) = -3.\int u^2 du$

$= -3.\frac{u^3}{3} = -\cos^3 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= -(\cos^3\frac{\pi}{2} - \cos^3 0)$

$= -(0 - 1^3) = 1$ olur.

Yanıt D

12. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos x - \sin x)dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$

$= \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - (-\cos x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$

$= (\sin\pi - \sin\frac{\pi}{2}) + (\cos\pi - \cos\frac{\pi}{2})$

$= (0 - 1) + (-1 - 0)$

$= -1 - 1$

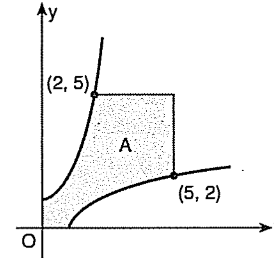
$= -2$ dir.

Yanıt E

C. İntegralle Alan Bulma

LYS SORULARI

1. Birinci bölgede; koordinat eksenleri, $x = 5$, $y = 5$ doğruları ve $y = x^2 + 1$, $x = y^2 + 1$ eğrileri arasında kalan A bölgesi aşağıda verilmiştir.

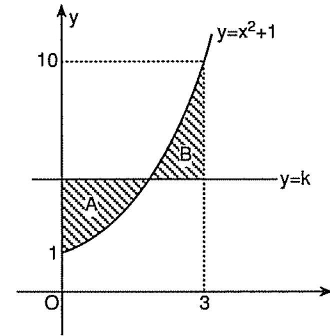


A bölgesinin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{27}{2}$ B) $\frac{35}{3}$ C) $\frac{43}{3}$ D) $\frac{71}{6}$ E) $\frac{77}{6}$

(2012-LYS1)

2. Aşağıdaki grafikte A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde $y = k$ doğrusu verilmiştir.



Buna göre, k'nin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{11}{2}$

(2011-LYS1)

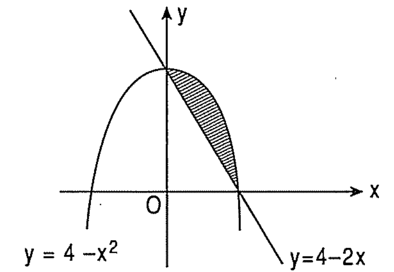
3. **$y = x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1.

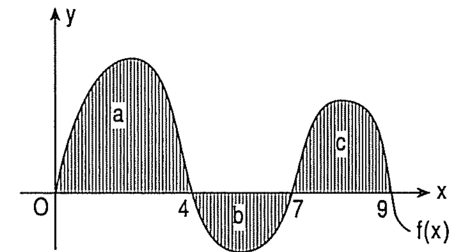


Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

(2009-ÖSS Mat 2)

2.



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

Buna göre $\int_0^9 |f(x)|dx - \int_0^7 f(x)dx$ **değeri kaçtır?**

A) 2a + b B) 2a + c C) 2b + c D) 2c + b E) 2a + 2b + c

(2009-ÖSS Mat 2)

3. **b > 0 olduğuna göre,**

$\int_0^b (2x - x^2)dx$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

(2008-ÖSS Mat 2)

4. $x^2 = 2y$

$y^2 = 2x$

eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(2007-ÖSS Mat 2)

5. Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten

$f:[1, 2] \to [2, 4]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre,

$$\int_1^2 f(x)dx + \int_2^4 f^{-1}(x)dx$$

toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$ eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

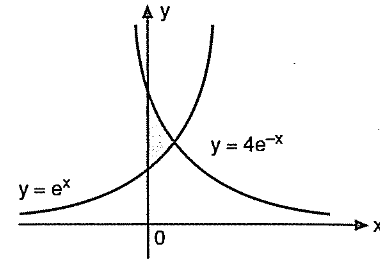
(1998-ÖYS)

2. $y^2 = 16 - x$ parabolünün koordinat sisteminin 1. bölgesindeki ($x \geq 0$, $y \geq 0$) parçası ile $x = 0$ ve $y = 0$ doğrularıyla sınırlı olan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{128}{3}$ B) $\frac{32}{3}$ C) $\frac{64}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 16

(1996-ÖYS)

3.

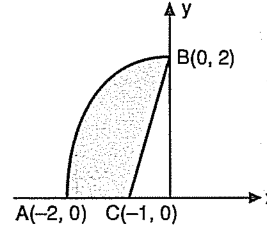


Şekilde, $y = e^x$, $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y– ekseniyle sınırlı taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\ell n2$ E) $\ell n3$

(1993-ÖYS)

4. Şekildeki AB, O merkezli dörtte bir çember yayı, [BC] de B(0, 2), C(–1, 0) noktalarını birleştiren doğru parçasıdır. **Buna göre, aşağıdaki integrallerden hangisi taralı alanı verir?**



A) $\int_0^1 [\sqrt{4 - x^2} + (2 + 2x)]dx$

B) $\int_0^2 [\frac{y-2}{2} + \sqrt{4 - y^2}]dy$

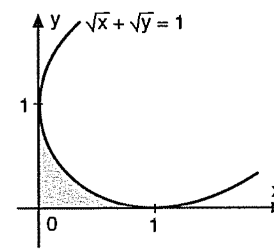
C) $\int_0^1 [\sqrt{4 - x^2} + (2 + 2x)]dx$

D) $\int_0^1 [\sqrt{4 - x^2} - (2 + 2x)]dx$

E) $\int_0^1 \frac{y-2}{2}dy + \int_0^2 \sqrt{4 - y^2}dy$

(1991-ÖYS)

5.

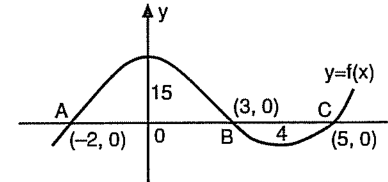


Yukarıdaki şekilde, denklemi $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ olan parabol verilmiştir. **Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?**

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(1989-ÖYS)

6.



Yukarıdaki şekilde $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. x– ekseninin, AB yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 15 birim kare, BC yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 4 birim kare olduğuna göre, $\int_{-2}^{5} f(x)dx$ **değeri kaçtır?**

A) 83 B) 67 C) 60 D) 19 E) 11

(1989-ÖYS)

7. Denklemi $y = x^2$ ve $y^2 = 8x$ **olan eğrinin sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?**

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

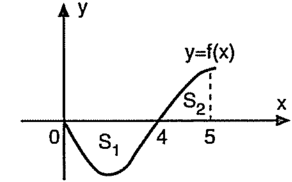
(1988-ÖYS)

8. $y = \ell nx$ eğrisi, x– ekseni ve $x = b$ ($b > 1$) ile sınırlı bölgenin alanı $b + 1$ birim kare olduğuna göre, **b kaçtır?**

A) $\frac{e}{2}$ B) 2 C) e D) $\frac{e^2}{2}$ E) e^2

(1985-ÖYS)

9.



f, grafiğinin bir parçası yukarıdaki şekilde verilen bir fonksiyondur.

$$\int_0^5 f(x)dx = -\frac{25}{3}$$

ve $S_1 = \frac{32}{3}$ birim kare olduğuna göre, **S_2 kaç birim karedir?**

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{23}{3}$ D) $\frac{47}{3}$ E) $\frac{57}{3}$

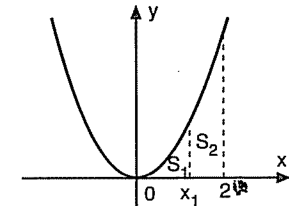
(1984-ÖYS)

10. $a > 0$ koşulu ile, $y = x^3 + ax$ eğrisi, x– ekseni ve $x = 2$ doğrusu ile sınırlı alan 8 birim kare olduğuna göre **a nın değeri nedir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(1982-ÖYS)

11.



Şekilde $y = x^2$ nin grafiği verilmiştir. S_1 ve S_2 alanları arasında $3S_1 = S_2$ bağıntısı bulunduğuna göre **x_1 apsisi kaçtır?**

A) $\sqrt[3]{8}$ B) $\sqrt[3]{6}$ C) $\sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt[3]{3}$ E) $\sqrt[3]{2}$

(1982-ÖYS)

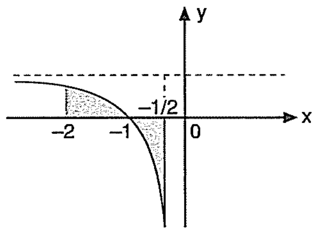
12. R den R ye, $a > 0$ koşuluyla $f: x \to f(x) = ax^2$ fonksiyonu veriliyor. Bu fonksiyonun grafiği ile OX ekseni ve $x = 1$ doğrusu arasında kalan alan 2 birim kare olduğuna göre, **a nın değeri nedir?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1.



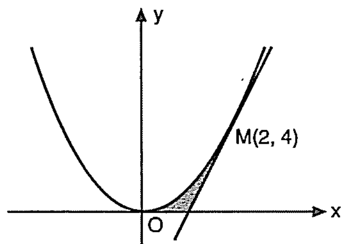
Yukarıdaki şekilde $y = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ fonksiyonunun grafiğinin bir kısmı çizilmiştir.

Bu grafikte taranmış olan parçaların alanları toplamı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 1 E) 3

(1980-ÜSS)

2.

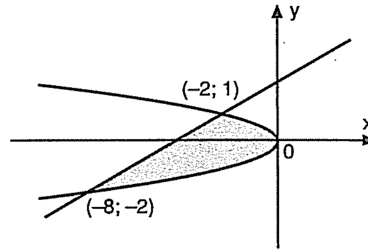


$y = x^2$ parabolü M(2, 4) **noktasındaki teğeti ve OX ekseninin sınırladığı alan kaç birim karedir?**

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

(1979-ÜSS)

3.



Şekilde verilen parabolün denklemi $y^2 = -\frac{1}{2}x$ olduğuna göre **taranmış alanın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 9 B) $\frac{13}{4}$ C) 21 D) 18 E) 252

(1978-ÜSS)

4. $y = x^3$, $x = 0$ ve $y = 8$ **ile sınırlı alan** $y = c$ **doğrusu ile iki eşit parçaya bölündüğünde c nin değeri ne olur?**

A) $4\sqrt[4]{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\frac{11}{2}$ E) 6

(1977-ÜSS)

5. $y = |2x^2 - 1|$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$ **eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $3\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}(5 - \sqrt{2})$ D) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{2(5 + \sqrt{2})}{3}$

(1976-ÜSS)

6. Analitik düzlemde
$\beta = \{(x, y) : (x, y) \in R^2, y \geq x^2, y \leq |x|\}$ **bağıntısı ile belirtilen düzlemsel bölgenin alanı nedir?**

A) 1 B) 3 C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

(1976-ÜSS)

7. $y = 2x^3 + 1$ ve $y = 6x - 3$ **eğrilerinin sınırladığı alan aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{35}{2}$ B) $\frac{27}{2}$ C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 0

(1975-ÜSS)

8. $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ **arasındaki alan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

(1974-ÜSS)

9. $y = \sin 2x$ **eğrisi** $x = \frac{\pi}{2}$ **doğrusu ve OX ekseni ile sınırlanan alan kaç birim karedir?**

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

(1973-ÜSS)

10. $y = x^3 - x$ **eğrisi ile x ekseni arasındaki alan aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

(1972-ÜSS)

11. $y = x^3 + 1$ **eğrisi,** $x = 2$ **doğrusu ve apsisler ekseni arasındaki alan nedir?**

A) $S = \frac{15}{4}$ B) $S = \frac{22}{4}$ C) $S = \frac{27}{4}$ D) $S = \frac{23}{4}$ E) $S = \frac{27}{5}$

(1970-ÜSS)

12. $y = x^3 - x$ **eğrisi ile apsisler ekseninin sınırladığı alanlardan üst taraftakinin değeri nedir?**

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.C	2.C	2.A			

ÖSS

1.C	2.C	3.E	4.D	5.C	

ÖYS

1.D	2.A	3.A	4.B	5.C	6.E
7.A	8.E	9.A	10.B	11.E	12.A

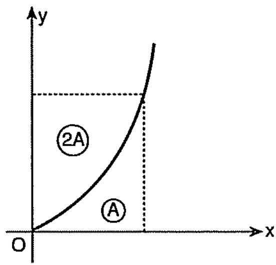
ÜSS

1.D	2.D	3.A	4.A	5.E	6.D
7.B	8.E	9.C	10.D	11.C	12.E

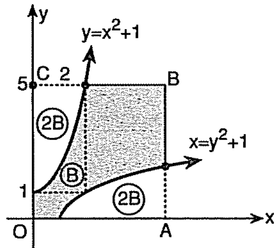
C. İntegralle Alan Bulma

LYS SORULARININ ÇÖZÜMÜ

1.



Parabol grafiği ile ilgili yandaki alan paylaştırma özelliği kullanılarak integral hesabı yapmadan alanı bulabiliriz.



Soruda verilen paraboller birbirinin tersi olduğu için $y = x^2 + 1$ ile y ekseni arasında kalan bölgenin alanı ile $x = y^2 + 1$ ile x ekseni arasındaki bölgenin alanları eşittir.

3B ile gösterilen bölge kenar uzunlukları 2 br ve $5 - 1 = 4$ br olan bir dikdörtgen olduğu için,

$3B = 2.4 \Rightarrow B = \frac{8}{3}$ br² olur.

$A = A(OABC) - 4B$

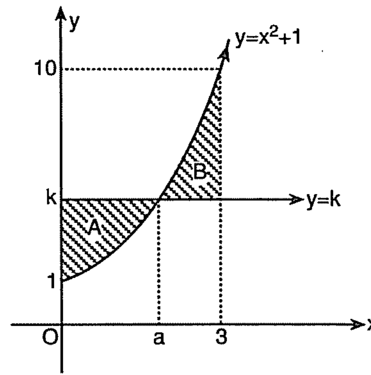
$= 5.5 - 4.\frac{8}{3}$

$= 25 - \frac{32}{3}$

$= \frac{43}{3}$ br² bulunur.

Yanıt C

2.



A = B ise

$$\int_0^a (k - (x^2 + 1))dx = \int_a^3 (x^2 + 1 - k)dx$$

$$kx - \frac{x^3}{3} - x \Big|_0^a = \frac{x^3}{3} + x - kx \Big|_a^3$$

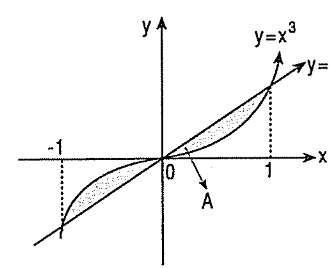
$$k.a - \frac{a^3}{3} - a - 0 - 0 - 0 = \frac{27}{3} + 3 - 3k - \frac{a^3}{3} - a + k.a$$

$0 = 9 + 3 - 3k$

$k = 4$ bulunur.

Yanıt C

3.



$$\left.\begin{matrix} y = x^3 \\ y = x \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^3 = x$$

$\Rightarrow x^3 - x = 0$

$\Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$

$\Rightarrow x(x - 1)(x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0,\ x = 1,\ x = -1$

$$A = \int_0^1 (x - x^3)dx$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) - (0 - 0)$$

$= \frac{1}{4}$ ve

toplam alan ise

$2A = 2.\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ birim kare olur.

Yanıt A

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Doğru ile eğrinin kesim noktaları,

$$\left.\begin{matrix} y = 4 - x^2 \\ y = 4 - 2x \end{matrix}\right\} \ 4 - x^2 = 4 - 2x$$

$0 = x^2 - 2x$

$0 = x(x - 2)$

$x = 0$ ve $x = 2$ dir.

Aralarındaki bölgenin alanı,

$$\int_0^2 (4 - x^2 - 4 + 2x)dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x)dx$$

$$= -\frac{x^3}{3} + 2.\frac{x^2}{2}\Big|_0^2 = -\frac{8}{3} + 4 - (\frac{0}{3} + 0)$$

$= \frac{4}{3}$ birim kare oldu.

Yanıt C

2.

$$\int_0^9 |f(x)|dx = \int_0^4 f(x)dx + \int_4^7 -f(x)dx + \int_7^9 f(x)dx$$

$= a - (-b) + c$

$= a + b + c$ dir.

$$\int_0^7 f(x)dx = \int_0^4 f(x)dx + \int_4^7 f(x)dx$$

$= a - b$ olur.

$$\int_0^9 |f(x)|dx + \int_0^7 f(x)dx = a + b + c - (a - b)$$

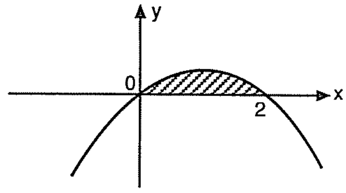
$= a + b + c - a + b$

$= 2b + c$ bulunur.

Yanıt C

3. <u>1. yol</u>

$y = 2x - x^2$ parabolünün grafiği aşağıdaki gibidir.



$b = 2$ değeri için alan maksimum olur. O hâlde,

$$\int_0^b (2x - x^2)dx = \int_0^2 (2x - x^2)dx$$

$$= \frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2$$

$$= x^2 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2$$

$$= (2^2 - \frac{2^3}{3}) - (0^2 - \frac{0^3}{3})$$

$$= 4 - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{4}{3} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

<u>2. yol</u>

$$\int_0^b (2x - x^2)dx = 2.\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\Big|_0^b$$

$$= x^2 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^b$$

$$= b^2 - \frac{b^3}{3}$$

ifadesinin alabileceği maksimum değeri bulmak için birinci türevinin kökünü bulmak gerekir.

$$(b^2 - \frac{b^3}{3})' = 2.b - \frac{3b^2}{3} = 0$$

$$\Rightarrow b(2 - b) = 0$$

$$\Rightarrow b = 0 \text{ veya } b = 2 \text{ olur.}$$

$b > 0$ olduğu için $b = 2 \Rightarrow b^2 - \frac{b^3}{3} = 2^2 - \frac{2^3}{3}$

$$= 4 - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

Yanıt E

4. $x^2 = 2y \Rightarrow y = \frac{x^2}{2}$ ve

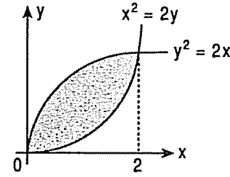
$y^2 = 2x \Rightarrow y = \mp\sqrt{2x}$ olduğundan iki eğrinin kesişim noktaları,

$$\frac{x^2}{2} = \sqrt{2x} \Rightarrow \frac{x^4}{4} = 2x \Rightarrow x^4 = 8x$$

$$\Rightarrow x^4 - 8x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 8) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2).(x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ ve } x = 2 \text{ dir.}$$



Buna göre iki eğri arasındaki alan;

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2}\right)dx = \sqrt{2}.\int_0^2 x^{\frac{1}{2}}dx - \frac{1}{2}\int_0^2 x^2 dx$$

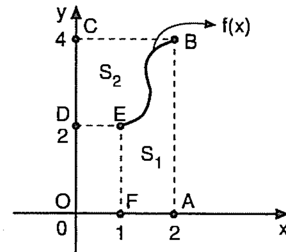
$$= \sqrt{2}\left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right)\Big|_0^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2$$

$$= \sqrt{2}.\frac{2^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}.\frac{2^3}{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}.2\sqrt{2}}{3} - \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \text{ tür.}$$

Yanıt D

5.



$$\underbrace{\int_1^2 f(x)dx}_{S_1} + \underbrace{\int_2^4 f^{-1}(x)dx}_{S_2}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = A(OABC) - A(OFED)$$

$$= 2.4 - 1.2$$

$$= 6 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

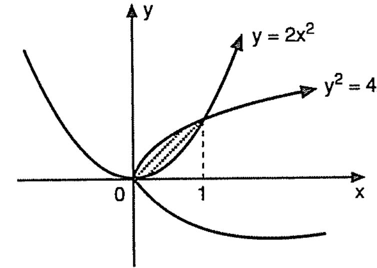
ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$ eğrilerinin kesişim noktalarının apsisleri,

$$\left.\begin{aligned} y^2 &= 4x \\ y &= 2x^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow (2x^2)^2 = 4x \Rightarrow 4x^4 = 4x \Rightarrow x^4 - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ve } x^3 - 1 = 0$$

$$x = 1 \text{ dir.}$$



$y^2 = 4x \Rightarrow y = 2\sqrt{x}$ ve

$$A_{Taralı} = \int_0^1 (2\sqrt{x} - 2x^2)dx$$

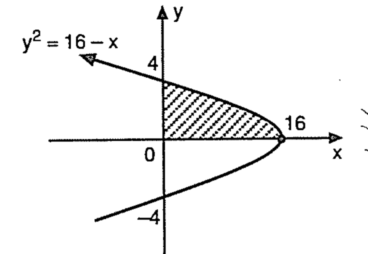
$$= (2\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 2.\frac{x^3}{3})\Big|_0^1$$

$$= (2.\frac{2}{3} - 2.\frac{1}{3}) - (0 - 0)$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

2.



Tarif edilen bölge, şekildeki taralı alandır.

$y^2 = 16 - x \Rightarrow x = 16 - y^2$ dir.

$$A_{Taralı} = \int_0^4 (16 - y^2)dy = (16y - \frac{y^3}{3})\Big|_0^4$$

$$= (16.4 - \frac{4^3}{3}) - (16.0 - \frac{0^3}{3})$$

$$= 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

Yanıt A

3. A noktasının apsisi,

$e^x = 4e^{-x}$

$\Rightarrow (e^x)^2 = 4$

$\Rightarrow e^x = 2$

$\Rightarrow x = \ell n2$ dir.

$0 < x\ \ell n2$ için $4e^{-x} > e^x$ olduğuna göre,

$$A_{Taralı} = \int_0^{\ell n2} (4e^{-x} - e^x)dx$$

$$= (-4.e^{-x} - e^x)\Big|_0^{\ell n2} = (-4e^{-\ell n2} - e^{\ell n2}) - (-4e^0 - e^0)$$

$$= -4.e^{\log_e(1/2)} - e^{\log_e 2} - (-4 - 1)$$

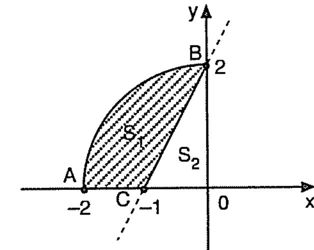
$$= -4.\frac{1}{2} - 2 + 5$$

$$= -4 + 5$$

$$= 1 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

4.



BC doğrusunun denklemi;

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y = 2x + 2 \text{ dir.}$$

$r = 2$ br yarıçaplı çeyrek çemberin denklemi ise

$y = \sqrt{4 - x^2}$ dir.

Taralı bölge, y– eksenine göre yazılacak olursa;

$y = 2x + 2 \Rightarrow x = \frac{y-2}{2}$ olacağı için

$S_2 = -\int_0^2 \frac{y-2}{2}dy$ ve

$y = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow x = \sqrt{4 - y^2}$ olduğu için

$$S_1 = (S_1 + S_2) - S_2$$

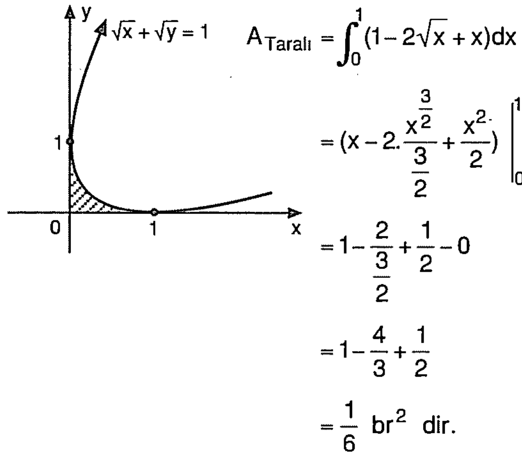
$$= \int_0^2 \sqrt{4 - y^2}dy - (-\int_0^2 \frac{y-2}{2}dy)$$

$$= \int_0^2 (\frac{y-2}{2} + \sqrt{4 - y^2})dy \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

5. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \Rightarrow \sqrt{y}=1-\sqrt{x}$

$\Rightarrow y=(1-\sqrt{x})^2=1-2\sqrt{x}+x$ dir.



$A_{Taralı}=\int_0^1 (1-2\sqrt{x}+x)dx$

$=\left(x-2.\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\dfrac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1$

$=1-\dfrac{2}{\frac{3}{2}}+\dfrac{1}{2}-0$

$=1-\dfrac{4}{3}+\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{1}{6}$ br² dir.

Yanıt C

6. $\int_{-2}^{5} f(x)dx=\int_{-2}^{3} f(x)dx-\int_{3}^{5} f(x).dx$

$=15-4$

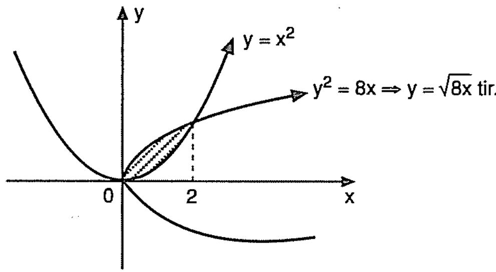
$=11$ br² dir.

Yanıt E

7. $y=x^2$ ve $y^2=8x$ eğrilerinin kesim noktalarının apsisleri;

$(x^2)^2=8x \Rightarrow x^4-8x=0 \Rightarrow x.(x^3-8)=0$

$\Rightarrow x=0$ ve $x=2$ olur.



$A_{Taralı}=\int_0^2 (\sqrt{8x}-x^2)dx$

$=\int_0^2 2\sqrt{2}.x^{1/2}dx-\int_0^2 x^2dx=2\sqrt{2}\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Bigg|_0^2-\dfrac{x^3}{3}\Bigg|_0^2$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}.2\sqrt{2}-\dfrac{8}{3}=\dfrac{16}{3}-\dfrac{8}{3}=\dfrac{8}{3}$ br² olur.

Yanıt A

8.

$\int_1^b \ell nxdx=b+1$

$\Rightarrow (x.\ell n|x|-x)\Big|_1^b=b+1$

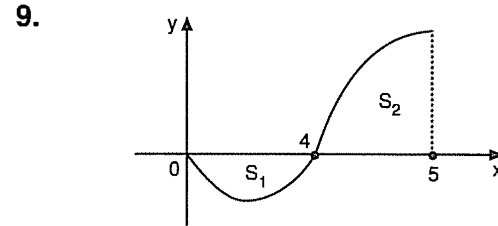
$\Rightarrow b.\ell nb-b-(1.\ell n1-1)=b+1$

$\Rightarrow b.\ell nb-b+1=b+1$

$\Rightarrow b.\ell nb=2b \Rightarrow \ell nb=2 \Rightarrow b=e^2$ olur.

Yanıt E

9.



$S_1=-\int_0^4 f(x)dx$ ve $S_2=\int_4^5 f(x)dx$ olur.

$\int_0^5 f(x)dx=\int_0^4 f(x)dx+\int_4^5 f(x)dx$

$\dfrac{-25}{3}=-\dfrac{32}{3}+S_2$

$\Rightarrow S_2=-\dfrac{25}{3}+\dfrac{32}{3}=\dfrac{7}{3}$ br² bulunur.

Yanıt A

10. $y=x^3+ax=x.(x^2+a)$ ve

$a>0$ olduğuna göre, x^2+a ifadesini sıfır yapan reel sayı yoktur.

$x=0$ için $y=0$ ve

$x=2$ için $y=2.(4+a)>0$ dır.

O hâlde,

$\int_0^2 (x^3+ax)dx=\dfrac{x^4}{4}\Bigg|_0^2+\dfrac{ax^2}{2}\Bigg|_0^2$

$=\dfrac{2^4}{4}-\dfrac{0^4}{4}+\dfrac{a}{2}(2^2-0^2)=4+2a$ olur.

$4+2a=8$ ise

$a=2$ bulunur.

Yanıt B

11. $3S_1=S_2$ bağıntısına göre,

$3.\int_0^{x_1} x^2dx=\int_{x_1}^2 x^2dx$ olmalıdır.

$\Rightarrow 3.\dfrac{x^3}{3}\Bigg|_0^{x_1}=\dfrac{x^3}{3}\Bigg|_{x_1}^2$

$\Rightarrow x_1^3-0^3=\dfrac{2^3}{3}-\dfrac{x_1^3}{3}$

$\Rightarrow x_1^3=\dfrac{8-x_1^3}{3}$

$\Rightarrow 3x_1^3=8-x_1^3$

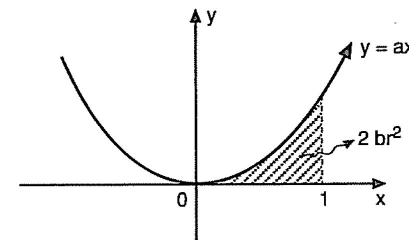
$\Rightarrow 4.x_1^3=8$

$\Rightarrow x_1^3=2$

$\Rightarrow x_1=\sqrt[3]{2}$ bulunur.

Yanıt E

12.



$\int_0^1 ax^2dx=2$

$\Rightarrow \dfrac{ax^3}{3}\Bigg|_0^1=2$

$\Rightarrow \dfrac{a.1^3}{3}-\dfrac{a.0^3}{3}=2$

$\Rightarrow \dfrac{a}{3}=2$

$\Rightarrow a=6$ bulunur.

Yanıt A

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $y=\dfrac{x^2-1}{x^2}=\dfrac{x^2}{x^2}-\dfrac{1}{x^2}=1-\dfrac{1}{x^2}$ yazılabilir.

$A_{Taralı}=\underbrace{\int_{-2}^{-1}\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)dx}_{\text{x– ekseninin üst kısmı}}+\underbrace{\int_{-1}^{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{x^2}-1\right)dx}_{\text{x– ekseninin alt kısmı}}$

$=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\Bigg|_{-2}^{-1}+\left(-\dfrac{1}{x}-x\right)\Bigg|_{-1}^{-\frac{1}{2}}$

$=(-1-1)-\left(-2-\dfrac{1}{2}\right)+\left(2+\dfrac{1}{2}-(1+1)\right)$

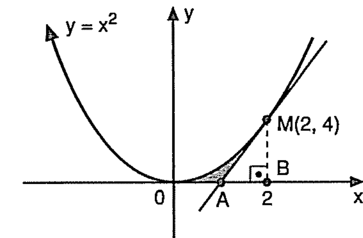
$=-2+\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}-2$

$=5-4$

$=1$ br² bulunur.

Yanıt D

2.



Taralı bölgenin alanını bulabilmek için $y=x^2$, $x=0$, $x=2$ ve x– ekseni ile sınırlı bölgenin alanından MAB üçgeninin alanını çıkarmak gerekir. MAB üçgeninin alanını bulmak için A noktasının apsisini bilmek gerekeceğinden önce MA doğrusunun denklemi bulunur.

$y=x^2 \Rightarrow y'=2x \Rightarrow x=2 \Rightarrow y'(2)=2.2=4$

Eğimi 4 ve M(2, 4) noktasından geçen MA doğrusunun denklemi

$y-4=4.(x-2) \Rightarrow y=4x-4$ tür.

$y=0$ için $0=4x-4 \Rightarrow x=1$ bulunur.

$A_{Taralı}=\int_0^2 x^2dx-A(M\hat{A}B)$

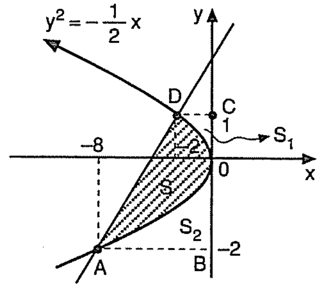
$=\dfrac{x^3}{3}\Bigg|_0^2-\dfrac{|AB|.|MB|}{2}$

$=\dfrac{2^3}{3}-\dfrac{0^3}{3}-\dfrac{1.4}{2}$

$=\dfrac{8}{3}-2=\dfrac{2}{3}$ br² bulunur.

Yanıt D

3.



Taralı S alanını bulmak için ABCD yamuğunun alanından $y=1$, $y=-2$ doğruları, parabol ve y ekseni ile sınırlı olan S_1 ve S_2 alanları toplamını çıkarmak gerekir.

$y^2=-\frac{1}{2}x \Rightarrow x=-2y^2$ dir.

$S_1+S_2=\int_{-2}^{1}|x|dy=\int_{-2}^{1}|-2y^2|dy$

$=\int_{-2}^{1}2y^2dy=2.\frac{y^3}{3}\Big|_{-2}^{1}$

$=\frac{2}{3}(1^3-(-2)^3)=6$ br² olur.

$S=A(ABCD)-(S_1+S_2)$

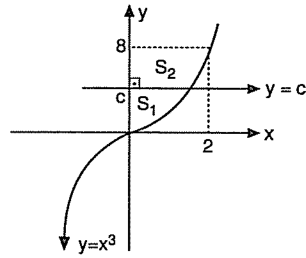
$=\frac{(8+2)}{2}.3-6$

$=15-6$

$=9$ br² bulunur.

Yanıt A

4.



$y=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{y}$ olur.

$S_1+S_2=\int_0^8\sqrt[3]{y}\,dy=\int_0^8 y^{1/3}dy$

$=\frac{y^{1/3+1}}{1/3+1}\Big|_0^8$

$=\frac{3}{4}.y^{4/3}$

$=\frac{3}{4}.8^{4/3}$

$=\frac{3}{4}.2^4$

$=12$ br² dir.

$S_1=S_2=6$ br² olur.

$S_1=\int_0^c\sqrt[3]{y}\,dy$

$\Rightarrow 6=\frac{3}{4}.y^{4/3}\Big|_0^c$

$\Rightarrow 6=\frac{3}{4}.c^{4/3}$

$\Rightarrow 8=c^{4/3}$

$\Rightarrow 8^{3/4}=c$

$\Rightarrow 2^{9/4}=c$

$\Rightarrow c=\sqrt[4]{2^9}$

$\Rightarrow c=4.\sqrt[4]{2}$ olur.

Yanıt A

5. $\int_0^2|2x^2-1|dx$ integralinde

$2x^2-1=0$

$x=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}$ dir.

$\int_0^2|2x^2-1|dx=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}(1-2x^2)dx+\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{2}(2x^2-1)dx$

$=(x-2\frac{x^3}{3})\Big|_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}+(2\frac{x^3}{3}-x)\Big|_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{2}$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2(\frac{1}{\sqrt{2}})^3}{3}+(2.\frac{2^3}{3}-2)-(2.\frac{(\frac{1}{\sqrt{2}})^3}{3}-\frac{1}{\sqrt{2}})$

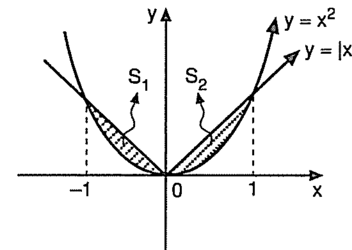
$=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{3\sqrt{2}}+\frac{16}{3}-2-\frac{1}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\frac{2}{\sqrt{2}}-\frac{2}{3\sqrt{2}}+\frac{10}{3}$

$=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{10}{3}=\frac{2\sqrt{2}+10}{3}=\frac{2(\sqrt{2}+5)}{3}$ br² olur.

Yanıt E

6. $\beta=\{(x,y): y\geq x^2, y\leq|x|\}$ bağıntısının grafiği şekildeki gibidir.



$\left.\begin{array}{l}y=x^2\\ y=x\end{array}\right\}\Rightarrow x^2=x$

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x=0$ ve $x=1$

$S_1=S_2$ olacağı için

$A_{Taralı}=2.S_2=2.\int_0^1(x-x^2)dx=2(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3})\Big|_0^1$

$\Rightarrow 2.(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{0}{2}+\frac{0}{3})=2.\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ br² olur.

Yanıt D

7. $y=2x^3+1$ eğrisi ile $y=6x-3$ doğrusunun kesim noktalarını bulalım

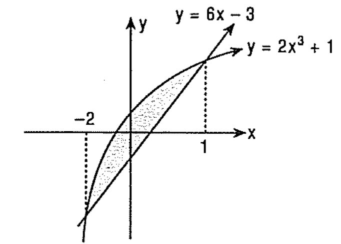
$2x^3+1=6x-3$

$2x^3-6x+4=0$

$x^3-3x+2=0$

$(x-1)^2.(x+2)=0$

$x=1$ ve $x=-2$ olur.



$\text{Alan}=\int_{-2}^{1}\left(2x^3+1-6x+3\right)dx$

$=\int_{-2}^{1}\left(2x^3-6x+4\right)dx$

$=\frac{2x^4}{4}-\frac{6x^2}{2}+4x\Big|_{-2}^{1}$

$=\frac{x^4}{2}-3x^2+4x\Big|_{-2}^{1}$

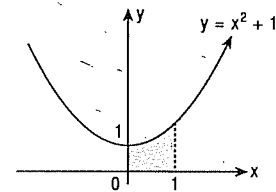
$=\frac{1}{2}-3+4-\left(\frac{16}{2}-12-8\right)$

$=\frac{3}{2}+12$

$=\frac{27}{2}$ br² olur.

Yanıt B

8. $y=x^2+1$, $y=0$, $x=0$ ve $x=1$ arasında kalan alan aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



$\text{Alan}=\int_0^1\left(x^2+1\right)dx$

$=\frac{x^3}{3}+x\Big|_0^1$

$=\left(\frac{1}{3}+1\right)-\left(\frac{0}{3}+0\right)$

$=\frac{4}{3}$ birim karedir.

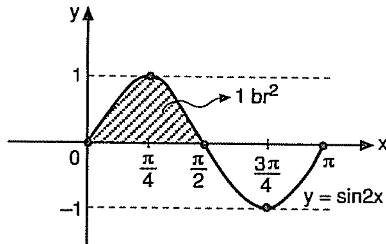
Yanıt E

9. Alan $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= -\frac{1}{2}[\cos(\frac{2\pi}{2}) - \cos(2.0)] = -\frac{1}{2}(\cos\pi - \cos 0)$

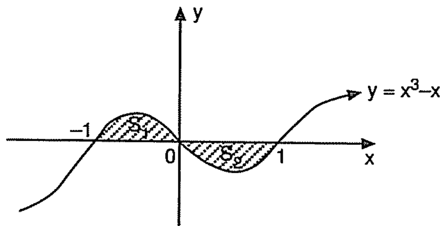
$= -\frac{1}{2}(-1-1) = 1$ br^2 dir.

Soruda istenilen bölge aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Yanıt C

10. $y = x^3 - x = x(x^2-1) = x(x-1)(x+1)$ fonksiyonunun grafiği çizilirse istenen alanın $S_1 + S_2$ olduğu görülür.



$S_1 + S_2 = 2.S_1 = 2.\int_{-1}^{0}(x^3 - x)dx$

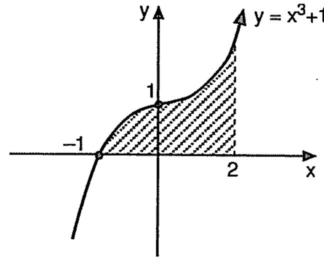
$= 2.(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2})\Big|_{-1}^{0}$

$= 2[\frac{0^4}{4} - \frac{0^2}{2}] - (\frac{(-1)^4}{4} - \frac{(-1)^2}{2})$

$= 2.(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ br^2 bulunur.

Yanıt D

11.



$y = x^3 + 1$ eğrisi, $x = 2$ doğrusu ve apsisler ekseni (x ekseni) arasındaki alan şekildeki gibidir.

$A_{Taralı} = \int_{-1}^{2}(x^3+1)dx$

$= (\frac{x^4}{4} + x)\Big|_{-1}^{2}$

$= (\frac{2^4}{4} + 2) - (\frac{(-1)^4}{4} - 1)$

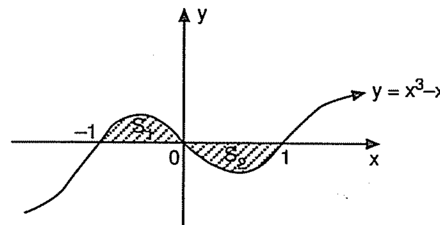
$= 4 + 2 - (\frac{1}{4} - 1)$

$= 6 - \frac{-3}{4}$

$= \frac{27}{4}$ br^2 bulunur.

Yanıt C

12. $y = x^3 - x = x(x^2-1) = x(x-1)(x+1)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



Soruda sadece S_1 alanı istenmektedir.

$S_1 = \int_{-1}^{0}(x^3 - x)dx = (\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2})\Big|_{-1}^{0}$

$= (\frac{0^4}{4} - \frac{0^2}{2}) - (\frac{(-1)^4}{4} - \frac{(-1)^2}{2})$

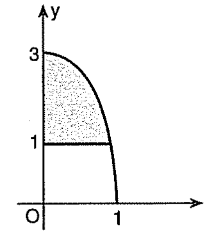
$= -(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$ br^2 bulunur.

Yanıt E

D. İntegralle Hacim Bulma

LYS SORUSU

1.



Birinci bölgede; y ekseni, y = 1 doğrusu ve $9x^2 + y^2 = 9$ elipsi arasında kalan bölge y ekseni etrafında 360° döndürülüyor.
Elde edilen dönel cismin hacmi kaç birim küptür?

A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{10\pi}{9}$ C) $\frac{19\pi}{18}$ D) $\frac{25\pi}{27}$ E) $\frac{28\pi}{27}$

(2012-LYS1)

ÖSS SORUSU

1. Denklemi $\frac{-x}{3} + \frac{y}{a} = 1$ olan doğru ve koordinat eksenleriyle sınırlı bölgenin x– ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan koninin hacmi 16π birim küptür. **Buna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –3 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

(1999-ÖSS İPTAL)

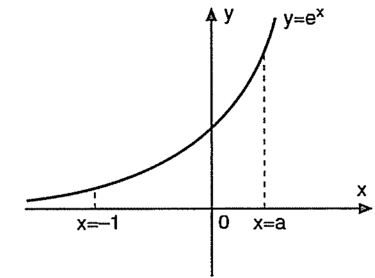
ÖYS SORULARI

1. **$y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, x = 3 doğrusu ve x– ekseni ile sınırlı bölgenin x– ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?**

A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$ D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

(1997-ÖYS)

2.



Şekildeki gibi $y = e^x$ eğrisi ile x = –1, x = a ve y = 0 doğruları ile sınırlı bölgenin x– ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})$br^3 olduğuna göre, **a nın değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

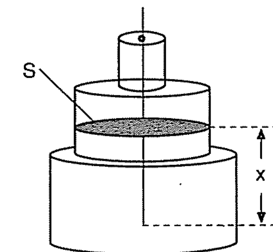
(1996-ÖYS)

3. {(x, y) : x ≥ 0, x + y ≥ 2, 3x + y ≤ 6} **bölgesinin y– ekseni etrafında dönmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?**

A) 16 B) $\frac{64}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{16\pi}{3}$ E) 4π

(1989-ÖYS)

1.



Şekilde görüldüğü gibi üst üste konmuş üç silindirin yarıçapları sırası ile 3, 2, 1 ve yükseklikleri 5 er birimdir. S, cismin alt tabanına x uzaklığındaki yatay kesitinin alanı olmak üzere f:x→f(x)=S şeklinde bir fonksiyon tanımlanıyor.

$\int_6^{10} f(x)dx$ integralinin değeri nedir?

A) 16π B) 18π C) 21π D) 24π E) 61π

(1980-ÜSS)

2. Dik kenarları x, y olan bir dik üçgen, önce x dik kenarı, sonra y dik kenarı etrafında döndürülürse elde edilen konilerin hacimleri oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{y}$ B) $\frac{3x}{y}$ C) $\frac{x}{3y}$ D) $\frac{y}{x}$ E) $\frac{\pi x}{y}$

(1974-ÜSS)

3. Kenarları a ve b olan dikdörtgenin a kenarı etrafında dönmesinden meydana gelen silindir ile b kenarı etrafında dönmesinden meydana gelen silindirin hacimleri arasındaki oran nedir?

A) $\frac{1}{\pi}$ B) 1 C) $\frac{b}{a}$ D) $\frac{b^2}{a^2}$ E) $\frac{b^3}{a^3}$

(1966-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS
1.E

ÖSS
1.E

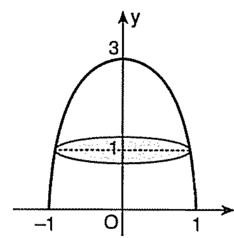
ÖYS
1.D 2.D 3.D

ÜSS
1.A 2.D 3.C

D. İntegralle Hacim Bulma

LYS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1.



$9x^2 + y^2 = 9$ ise, $x^2 = \frac{9-y^2}{9}$ olur.

y ekseni etrafında 360° lik dönme ile elde edilen cismin hacmi;

$$\int_1^3 \pi . x^2 . dy = \pi \int_1^3 \frac{9-y^2}{9} . dy$$

$$= \pi \int_1^3 \left(1 - \frac{y^2}{9}\right) . dy = \pi . \left(y - \frac{y^3}{27}\right) \Big|_1^3$$

$$= \pi \left[\left(3 - \frac{27}{27}\right) - \left(1 - \frac{1}{27}\right)\right]$$

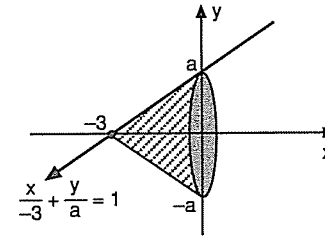
$$= \pi \left(2 - 1 + \frac{1}{27}\right)$$

$$= \frac{28\pi}{27} \text{ birimküptür.}$$

Yanıt E

ÖSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. **1. yol**



Koninin yarıçapı r = a dır.

Hacim = 16π ise

$\frac{1}{3} . \pi . a^2 . 3 = 16\pi$

$a^2 = 16$

$a = \mp 4 \Rightarrow a = 4$ tür.

2. yol

$-\frac{x}{3} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow y = a.(1 + \frac{x}{3})$ doğrusunun x– ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacmi

$V = \pi \int_{-3}^{0} y^2 . dx$

$\Rightarrow 16\pi = \pi . \int_{-3}^{0} [a(1 + \frac{x}{3})]^2 dx$

$\Rightarrow 16\pi = \pi . a^2 \int_{-3}^{0} (\frac{3+x}{3})^2 dx$

$\Rightarrow 16\pi = \frac{\pi . a^2}{9} . \int_{-3}^{0} (9 + 6x + x^2) dx$

$\Rightarrow 16\pi = \frac{\pi . a^2}{9} (9x + \frac{6x^2}{2} + \frac{x^3}{3}) \Big|_{-3}^{0}$

$\Rightarrow 16\pi = \frac{\pi . a^2}{9} [0 - (-27 + 27 + \frac{(-3)^2}{3}]$

$\Rightarrow 16\pi = \frac{\pi . a^2}{9} . 9$

$\Rightarrow 16\pi = \pi . a^2$

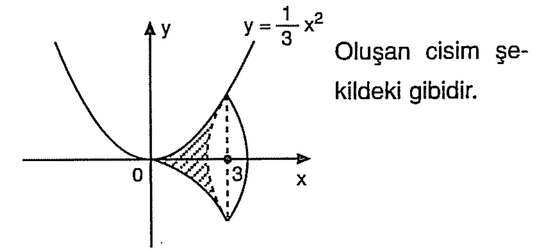
$\Rightarrow 16 = a^2$

$\Rightarrow a = 4$ bulunur.

Yanıt E

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1.



Oluşan cisim şekildeki gibidir.

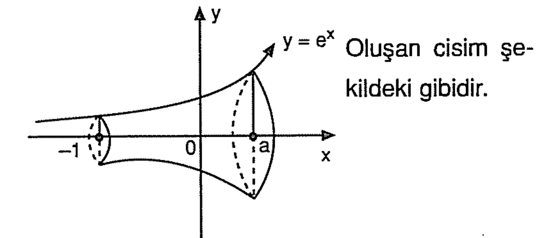
$$\text{Hacim} = V = \pi \int_0^3 y^2 dx = \pi \int_0^3 (\frac{1}{3}x^2)^2 dx$$

$$= \pi \int_0^3 \frac{1}{9} . x^4 dx = \frac{\pi}{9} . \frac{x^5}{5} \Big|_0^3$$

$$= \frac{\pi}{45}(3^5 - 0^5) = \frac{27\pi}{5} \text{br}^3 \text{ olur.}$$

Yanıt D

2.



Oluşan cisim şekildeki gibidir.

$$\text{Hacim} = \pi \int_{-1}^{a} y^2 dy$$

$$\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2}) = \pi . \int_{-1}^{a} (e^x)^2 dx$$

$$= \pi . \int_{-1}^{a} e^{2x} dx$$

$$= \pi . \frac{e^{2x}}{2} \Big|_{-1}^{a}$$

$$= \frac{\pi}{2}(e^{2a} - e^{-2}) \text{ eşitliğinden}$$

$e^{10} - e^{-2} = e^{2a} - e^{-2}$

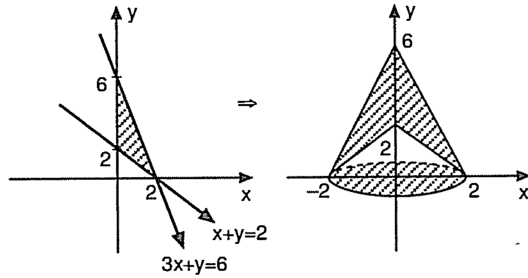
$e^{10} = e^{2a}$

$10 = 2a$

$a = 5$ bulunur.

Yanıt D

3.



Elde edilen cisim, yarıçapı 2 br ve yükseklikleri 2 br ve 6 br olan iki dik koniden oluşmaktadır. O hâlde, istenen hacim, iki dik koninin hacimleri farkına eşit olmalıdır.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 (h_1 - h_2)$$

$$= \frac{1}{3}\pi 2^2 . (6 - 2)$$

$$= \frac{16\pi}{3} br^3 \text{ olur.}$$

Yanıt D

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. Kesitin yarıçapı 2 br olduğuna göre, alanı

$S = \pi . r^2 = f(x)$

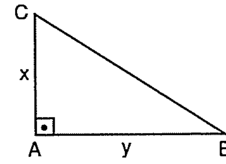
$\Rightarrow f(x) = \pi . 2^2 = 4\pi$ olur.

$$\int_6^{10} f(x)dx = \int_6^{10} 4\pi dx = 4\pi x \Big|_6^{10}$$

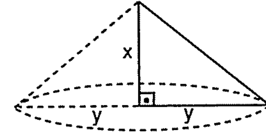
$= 4\pi(10 - 6) = 16\pi$ bulunur.

Yanıt A

2. Dik kenarları x ve y olan ABC dik üçgeni

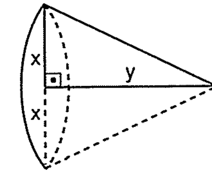


i) x kenarı etrafında döndürüldüğünde oluşan koninin yarıçapı y br ve yüksekliği x br olur.



$$V_1 = \frac{1}{3}.\pi.y^2.x$$

ii) y kenarı etrafında döndürülürse elde edilen koninin yarıçapı x br ve yüksekliği y br olacaktır.



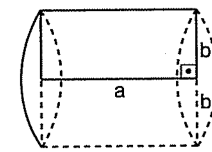
$$V_2 = \frac{1}{3}.\pi.x^2.y$$

Hacimler oranı;

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}.\pi.y^2.x}{\frac{1}{3}.\pi.x^2.y} = \frac{y}{x} \text{ olur.}$$

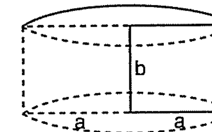
Yanıt D

3.



Dikdörtgenin a kenarı etrafında döndürülmesi ile elde edilen silindirin yarıçapı b ve yüksekliği a br olur.

$V_1 = \pi . b^2 . a$



Aynı dikdörtgenin b kenarı etrafında döndürülmesi ile elde edilen silindirin yarıçapı a br ve yüksekliği b br olur.

$V_2 = \pi . a^2 . b$

O hâlde

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi.b^2.a}{\pi.a^2.b} = \frac{b}{a} \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

BÖLÜM 13

MATRİS - DETERMİNANT

A. Matrisler

B. Determinatlar

		YILLAR				
		2010	2011	2012		
LYS	Matris-Determinant	3	2	3		

		YILLAR																													
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖSS	Matris-Determinant																														

Not: (*) İşaretli sütundaki sorular 1999 yılında ÖSYM'ce iptal edilen ÖSS'nin soru dağılımıdır.

(**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 yıllarına ait ÖSS Matematik 1. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR																					
		1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	2006**	2007**	2008**	2009**
ÖYS	Matris-Determinant	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	1	1		1

Not: (**) İşaretli sütundaki sorular 2006, 2007, 2008, 2009 ÖSS Matematik 2. bölümün soru dağılımıdır.

		YILLAR														
		1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ÜSS	Matris-Determinant					1	2	3	4		3	1	1	4	2	1

A. Matrisler

LYS SORULARI

1. $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$

$B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 5\end{bmatrix}$

olmak üzere, matris gösterimi

$(2A-B).\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$

olan doğrusal denklem sistemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-4y=0$, $2x-y=1$

B) $x+2y=0$, $2x-3y=1$

C) $2x+y=1$, $x-y=0$

D) $3x-2y=0$, $2x+y=0$

E) $3x+4y=1$, $2x-y=0$

(2012-LYS1)

2. a, b ve c birer pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$\begin{bmatrix}a & b\\ 0 & c\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}a & b\\ 0 & c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 4\end{bmatrix}$

matris eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{7}{4}$ C) 4 D) 5 E) 6

(2012-LYS1)

3. Bir A matrisinin çarpma işlemine göre tersi A^{-1} olmak üzere,

$\begin{bmatrix}2 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 0\\ 3 & 1\end{bmatrix}^{-1}.\begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$

matris eşitliğinde a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2012-LYS1)

4. $\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 9\end{bmatrix}$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(2011-LYS1)

5. $A=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\end{bmatrix}$

matrisinin devriği A^t ve ters matrisi A^{-1} olduğuna göre, $A^t\,.\,A^{-1}$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix}\frac{5}{2} & -3\\ \frac{9}{2} & -5\end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & -2\\ 1 & 3\end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix}-2 & \frac{-9}{2}\\ 3 & \frac{5}{2}\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}\frac{9}{2} & 3\\ \frac{-5}{2} & -1\end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix}-3 & -1\\ \frac{5}{2} & -2\end{bmatrix}$

(2010-LYS1)

ÖSS SORULARI

1. $\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 3\\ 2\end{bmatrix}$

Yukarıda matris gösterimi verilen doğrusal denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(2009-ÖSS Mat 2)

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

matrisleri için A . X = B denklemini sağlayan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(2007-ÖSS Mat 2

ÖYS SORULARI

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, **$(AB)^t$ aşağıdakilerden hangisidir?** (A^t: A matrisinin devriği (transpozesi))

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ -5 & -19 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 3 & -10 \\ -5 & -19 \\ 7 & -18 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -10 & -17 & 3 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 3 & 8 & -5 \\ 10 & 19 & 18 \end{bmatrix}$

(1998-ÖYS)

2. $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & a+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

(1997-ÖYS)

3. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & a-9 \end{bmatrix}$ **matrisinin, ters matrisinin <u>olmaması</u> için a kaç olmalıdır?**

A) 15 B) 14 C) 11 D) 6 E) 5

(1996-ÖYS)

4. $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & -2 \end{bmatrix}$ matrisi için $A^{-1} . A = A^2$ olduğuna göre, **x . y çarpımı kaçtır?**

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

(1996-ÖYS)

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$

olmak üzere, A . B = A – B olduğuna göre, **B matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(1995-ÖYS)

6. I, 2 x 2 türünde birim matrisi ve

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, **$A^2 - 4A + 4I$ işleminin sonucu aşağıdaki matrislerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(1994-ÖYS)

7. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^2 - 2\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

toplamı aşağıdaki matrislerden hangisine eşittir?

A) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

(1993-ÖYS)

8. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & . & . \\ . & b & . \\ . & . & c \end{bmatrix}$ ise

a + b + c toplamı kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 2 D) –1 E) –2

(1992-ÖYS)

9. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = [0]$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) –6 B) –4 C) 3 D) 4 E) 5

(1991-ÖYS)

10. K, 2 x 2 türünden bir matris olmak üzere,

$K\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ve $K\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ise $K\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} -9 \\ 7 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

(1990-ÖYS)

11. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & x \end{bmatrix}$ matrisinin elemanları k ($k \neq 0$) kadar artırıldığında determinantı değişmediğine göre **x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) a + b – c B) b + c – a C) c + a – b

D) a + b + c E) –a – b – c

(1989-ÖYS)

12. A_{mxm} matrisi ve $B = A^T + A$ verildiğine göre **B^T aşağıdakilerden hangisine eşittir?** [A^T, A matrisinin transpozesidir (devriğidir).]

A) B^{-1} B) B C) A^{-1} D) A^T E) A

(1988-ÖYS)

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ve $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ olduğuna göre **c kaçtır?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

(1987-ÖYS)

14. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}^{1986}$ **matrisinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $9^{993}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $3^{1986}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 3^{993} & 2^{993} \\ 0 & -3^{993} \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3^{1986} & 2^{1986} \\ 0 & 3^{1986} \end{bmatrix}$

E) 0

(1986-ÖYS)

15. $\begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix}$ matrisinin tersi kendisine eşit olduğuna göre, **a aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\sqrt{35}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{17}}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{12}$ E) 0

(1985-ÖYS)

16. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ biçiminde bir matrisin tersi

$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ dır.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

AX = B eşitliğini sağlayan X matrisinin <u>tüm elemanlarının toplamı</u> kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(1984-ÖYS)

17. $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

olduğuna göre, **xy çarpımı kaçtır?**

A) $-\frac{1}{24}$ B) $-\frac{1}{18}$ C) $-\frac{1}{16}$

D) $-\frac{1}{12}$ E) $-\frac{1}{6}$

(1983-ÖYS)

18. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ise **A^{15} matrisi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4^{15}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $(-2)^{15}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

C) $4^{15}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ D) $(-2)^{15}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

E) $2^{15}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(1982-ÖYS)

19. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinde her satırın terimleri toplamı 3 olduğuna göre, **M^2 matrisinin 1. satır terimleri toplamı nedir?**

A) 5 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (a, b, c, d ∈ Z) matrisinin tersi,

$M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ gibi bir matrisdir. x, y, z, t ∈ Z olması için **a, b, c, d aşağıdaki bağıntılardan hangisini sağlamalıdır?**

A) ac − bd = 1 B) ad + bc = 1

C) ab − dc = 1 D) ab + dc = 1

E) ad − bc = 1

(1979-ÜSS)

2. Elemanları, (Z/(3), +, .) olan,

$A = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} \bar{1} & -\bar{2} \\ \bar{0} & \bar{2} \end{bmatrix}$

matrisleri için de çarpma kuralı geçerli ise (negatif eleman kullanmadan) **A . B çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{2} \\ \bar{2} & \bar{0} \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{2} \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{2} & \bar{2} \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{2} \end{bmatrix}$

(1978-ÜSS)

3. $A = [m \quad n]$, $B = \begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix}$ ise

A . B nedir?

A) B . A B) A C) B

D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$

(1976-ÜSS)

4. Terimleri birer matris olan geometrik bir dizinin ilk terimi $a_1 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ ve ortak çarpan matrisi $r = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ise, **r^3a_1 aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\begin{bmatrix} -54 & 54 \\ 0 & -32 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -27 & 27 \\ 0 & -16 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 24 & -32 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 24 & 32 \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} 27 & -27 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$

(1975-ÜSS)

5. $\begin{bmatrix} 3x-5y \\ x+1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x+y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 \\ y-1 \end{bmatrix}$ eşitliğini sağ**layan x ve y değerleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x = −1; y = 3 B) x = −6; y = −5

C) x = −3; y = 1 D) x = 5; y = −6

E) x = 6; y = 6

(1973-ÜSS)

6. $\begin{bmatrix} 3x+y \\ -2x+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2x+y \\ x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ eşitliğini sağla**yan x ve y nin değerleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x = −1, y = 2 B) x = 2, y = 1

C) x = 1, y = 2 D) x = −1, y = −2

E) x = 2, y = 2

(1972-ÜSS)

7. Mertebeleri m . n ve k . l olan iki matrisin çarpılabilmesi için aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

A) m = l B) m = k C) n = l

D) n = k E) m = n

(1971-ÜSS)

8. $\begin{bmatrix} x+y \\ 2-x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2x+y \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ x-y \end{bmatrix}$ eşitliğini sağ**layan x ve y nin değerleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Çözümlenemez B) x = −3, y = −5

C) x = 3, y = 5 D) x = 6, y = 3

E) x = 5, y = 3

(1970-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E 2.A 3.C 4.B 2.A

ÖSS

1.A 2.C

ÖYS

1.B	2.C	3.B	4.C	5.C	6.D
7.C	8.B	9.A	10.B	11.B	12.B
13.D	14.A	15.A	16.C	17.A	18.D
19.B					

ÜSS

1.E	2.D	3.B	4.C	5.B	6.C
7.D	8.C				

A. Matrisler

LYS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $A=\begin{bmatrix}2&3\\1&2\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}1&2\\0&5\end{bmatrix}$ ise,

$(2A-B).\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$\left(2.\begin{bmatrix}2&3\\1&2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1&2\\0&5\end{bmatrix}\right).\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$\left(\begin{bmatrix}4&6\\2&4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1&2\\0&5\end{bmatrix}\right).\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}3&4\\2&-1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}3x+4y\\2x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$3x+4y=1$

$2x-y=0$

denklem sistemi bulunur.

Yanıt E

2. $\begin{bmatrix}a&b\\0&c\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}a&b\\0&c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2\\0&4\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix}a^2&ab+bc\\0&c^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2\\0&4\end{bmatrix}$

$\Rightarrow a^2=1$ ise, $a=1$ veya ~~$a=-1$~~

$\Rightarrow c^2=4$ ise, $c=2$ veya ~~$c=-2$~~

$\Rightarrow ab+bc=2$ ise, $b.(a+c)=2$

$b.(1+2)=2$

$b=\frac{2}{3}$ olur.

$a+b+c=1+2+\frac{2}{3}$

$=\frac{11}{3}$ bulunur.

Yanıt A

3. $\begin{bmatrix}1&0\\3&1\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{1.1-0.3}.\begin{bmatrix}1&0\\-3&1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1&0\\-3&1\end{bmatrix}$ dir.

$\Rightarrow\begin{bmatrix}2&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1&0\\-3&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix}2.1+1(-3)&2.0+1.1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix}-1&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix}-1.1+1.4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix}3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$

$\Rightarrow a=3$ bulunur.

Yanıt C

4. $\begin{bmatrix}1&2\\-1&3\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\9\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x+2y\\-x+3y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\9\end{bmatrix}$

$x+2y=1$

$+\ -x+3y=9$

$5y=10$

$y=2\Rightarrow x+2.2=1$

$x=-3$ olur.

$x+y=-3+2$

$=-1$ bulunur.

Yanıt B

5. $A=\begin{bmatrix}2&4\\1&3\end{bmatrix}$ ise $A^t=\begin{bmatrix}2&1\\4&3\end{bmatrix}$ ve

$A^{-1}=\frac{1}{detA}.\begin{bmatrix}3&-4\\-1&2\end{bmatrix}=\frac{1}{2.3-4.1}.\begin{bmatrix}3&-4\\-1&2\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{2}.\begin{bmatrix}3&-4\\-1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{2}&-2\\\frac{-1}{2}&1\end{bmatrix}$ olur.

$A^t.A^{-1}=\begin{bmatrix}2&1\\4&3\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\frac{3}{2}&-2\\\frac{-1}{2}&1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2.\frac{3}{2}+1.\left(\frac{-1}{2}\right)&2.(-2)+1.1\\4.\frac{3}{2}+3.\left(\frac{-1}{2}\right)&4.(-2)+3.1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{2}&-3\\\frac{9}{2}&-5\end{bmatrix}$

Yanıt A

ÖSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\begin{bmatrix}1&1&-1\\1&-1&1\\1&2&3\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\\2\end{bmatrix}$

$\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x+y-z=5\\x-y+z=3\\x+2y+3z=2\end{array}\right\}$ denklemlerinin ilk iki tanesi ortak çözülürse;

$x+y-z=5$

$+\ x-y+z=3$

$2x=8\Rightarrow x=4$ bulunur.

Yanıt A

2. $A=\begin{bmatrix}1&0\\-1&1\end{bmatrix}$ ise $A^{-1}=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$ olur.

$A.X=B$ ise $\underbrace{A^{-1}.A}_{I}.X=A^{-1}.B$

$X=A^{-1}.B$ dir.

Buna göre;

$X=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}$ bulunur.

Yanıt C

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $A=\begin{bmatrix}1&4\\-5&2\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}2&3&4\\0&-2&1\end{bmatrix}$ ise

$(A.B)^t=B^t.A^t$

$=\begin{bmatrix}2&0\\3&-2\\4&1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1&-5\\4&2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2.1+0.4&2.(-5)+0.2\\3.1-2.4&3.(-5)-2.2\\4.1+1.4&4.(-5)+1.2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2&-10\\-5&-19\\8&-18\end{bmatrix}$

Yanıt B

2. $\begin{bmatrix}3&a\\2&a+1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1\\x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}3+ax\\2+(a+1)x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$

$3+ax=-1\Rightarrow a.x=-4$

$2+(a+1)x=2\Rightarrow ax+x=0$

$\Rightarrow -4+x=0$

$\Rightarrow x=4$ bulunur.

$a.x=-4$ ise

$a.4=-4\Rightarrow a=-1$ dir.

Yanıt C

3. $\begin{bmatrix}1&3&5\\3&0&7\\1&3&a-9\end{bmatrix}$ matrisinin, ters matrisinin olması için determinantının sıfır olması gerekir.

Bilgi: Bir determinantın, herhangi iki satır ya da iki sütun elemanları aynı olursa, bu determinantın değeri sıfır olur.

1. satır ile 3. satır aynı olunca determinant sıfır olacağından

$\begin{bmatrix}1&3&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&3&a-9\end{bmatrix}$

$a-9=5\Rightarrow a=14$ olmalıdır.

Yanıt B

4. $\underbrace{A^{-1}.A}_{I}=A^2\Rightarrow I=A^2$ dir.

$\begin{bmatrix}x&2\\y&-2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}x&2\\y&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x^2+2y&2x-4\\xy-2y&2y+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$2y+4=1\Rightarrow y=-\frac{3}{2}$ ve

$2x-4=0\Rightarrow x=2$ bulunur.

$x.y=-\frac{3}{2}.2=-3$ tür.

Yanıt C

5. $A=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix}x & y\\ z & t\end{bmatrix}$ olmak üzere,

$A.B=A-B$ ise,

$$\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x & y\\ z & t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}x & y\\ z & t\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-x+z & -y+t\\ x & y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1-x & 1-y\\ 1-z & -t\end{bmatrix}$$

matrislerin eşitliğinden,

$-x+z=-1-x \Rightarrow z=-1$

$-y+t=1-y \Rightarrow t=1$ yazılabilir.

$x=1-z \Rightarrow x=1-(-1) \Rightarrow x=2$

$y=-t \Rightarrow y=-1$

olduğuna göre,

$$B=\begin{bmatrix}x & y\\ z & t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$$ bulunur.

Yanıt C

6. **1. yol**

$A^2-4A+4I=(A-2I)^2$ olduğundan,

$$\left(\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}-2.\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\right)^2=\left(\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}\right)^2$$

$$=\left(\begin{bmatrix}1-2 & 2-0\\ 2-0 & 4-2\end{bmatrix}\right)^2=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}^2$$

$$=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+4 & -2+4\\ -2+4 & 4+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 2\\ 2 & 8\end{bmatrix}$$ olur.

2. yol

$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ matrisini $A^2-4A+4I$ ifadesinde yerine yazarak,

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}-4\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}+4\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 10\\ 10 & 20\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4 & 8\\ 8 & 16\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5-4+4 & 10-8+0\\ 10-8+0 & 20-16+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 2\\ 2 & 8\end{bmatrix}$$ bulunur.

Yanıt D

7. **1. yol**

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}^2-2\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & 4\\ -6 & 8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-5 & 10\\ -15 & 10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & -4\\ 6 & -7\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-6 & 6\\ -9 & 3\end{bmatrix}$$ matrisi bulunur.

2. yol

$A^2-2A+I=(A-I)^2$ özdeşliğinden yararlanarak

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}^2-2\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\left(\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\right)^2$$

$$=\begin{bmatrix}1-1 & 2-0\\ -3-0 & 4-1\end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & 3\end{bmatrix}^2$$

$$=\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & 3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-6 & 6\\ -9 & 3\end{bmatrix}$$ elde edilir.

Yanıt C

8. $$\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\\ -1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 1 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & . & .\\ . & b & .\\ . & . & c\end{bmatrix}$$

İşleminde sadece a, b, c sayılarını veren çarpımları yapmak yeterlidir.

$a=1.1-1.2=1-2=-1$

$b=2.2+1.1=4+1=5$

$c=-1.4+2.5=-4+10=6$ ise

$a+b+c=-1+5+6=10$ olur.

Yanıt B

9. $$\begin{bmatrix}1 & 2 & a & 5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}a\\ 2\\ 3\\ 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}$$

$1.a+2.2+a.3+5.4=0$

$4a+4+20=0$

$4a=-24$

$a=-6$ dır.

Yanıt A

10. $K=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ olsun.

$$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}3a+2b\\ 3c+2d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow 3a+2b=0$ ise $3c+2d=1$ dir.

$$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}-a\\ -c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow -a=2 \Rightarrow a=-2$ ve

$-c=1 \Rightarrow c=-1$ olur.

$3.(-2)+2b=0 \Rightarrow b=3$

$3.(-1)+2d=1 \Rightarrow d=2$ bulunur.

$$K.\begin{bmatrix}2\\ -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2\\ -1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2\\ -1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-2.2+3(-1)\\ -1.2+2.(-1)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-7\\ -4\end{bmatrix}$$ tür.

Yanıt B

11. $\begin{bmatrix}a & b\\ c & x\end{bmatrix}$ matrisinin determinantı ile terimlerinin k kadar artırılmış halinin determinantı aynı olduğuna göre,

$$\begin{vmatrix}a & b\\ c & x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a+k & b+k\\ c+k & x+k\end{vmatrix}$$

$a.x-b.c=(a+k).(x+k)-(b+k).(c+k)$

$a.x-b.c=a.x+a.k+k.x+k^2-b.c-b.k-c.k-k^2$

$0=a.k+k.x-b.k-c.k$

$0=k.(a+x-b-c)$

$k\neq 0$ olduğuna göre,

$a+x-b-c=0$ olmalıdır.

$\Rightarrow x=b+c-a$ bulunur.

Yanıt B

12. $B=A^T+A$ ise

$B^T=(A^T+A)^T=(A^T)^T+A^T$

$=A+A^T=B$ olur.

Yani, $B^T=B$ dir.

Yanıt B

13. $A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 5\end{bmatrix}$ ise

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}.Ek(A)$$

$$=\frac{1}{5-6}.\begin{bmatrix}5 & -3\\ -2 & 1\end{bmatrix}=-1.\begin{bmatrix}5 & -3\\ -2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-5 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$$ olur.

$$\begin{bmatrix}-5 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$$

$c=2$ bulunur.

Yanıt D

14. $$\begin{bmatrix}3 & 2\\ 0 & -3\end{bmatrix}^{1986}=\left(\begin{bmatrix}3 & 2\\ 0 & -3\end{bmatrix}^2\right)^{993}$$

$$=\left(\begin{bmatrix}3 & 2\\ 0 & -3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & 2\\ 0 & -3\end{bmatrix}\right)^{993}$$

$$=\begin{bmatrix}3.3+2.0 & 3.2+2.(-3)\\ 0.3-3.0 & 0.2-3.(-3)\end{bmatrix}^{993}$$

$$=\begin{bmatrix}9 & 0\\ 0 & 9\end{bmatrix}^{993}=\left(9.\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\right)^{993}$$

$$=9^{993}.\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}^{993}=9^{993}.\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$ olur.

Yanıt A

15. Bir matrisin tersi kendisine eşit ise

$A = A^{-1}$

$A \,.\, A^{-1} = I \Rightarrow A \,.\, A = I$ olmalıdır.

$$\begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{12} & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a^2 + \frac{1}{36} & . \\ . & . \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{36} = 1$

$\Rightarrow a^2 = \frac{35}{36}$

$\Rightarrow a = \mp\frac{\sqrt{35}}{6}$ olur. O hâlde,

seçeneklerden $a = \frac{\sqrt{35}}{6}$ bulunur.

Yanıt A

16. $A \,.\, X = B$ denkleminin her iki tarafı da A^{-1} ile çarpılırsa

$\underbrace{A^{-1}.A}.X = A^{-1}.B$

$I \,.\, X = A^{-1} \,.\, B$

$X = A^{-1} \,.\, B$ olur.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ise

$A^{-1} = \frac{1}{1.1 - 1.0} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ dir.

$X = A^{-1}.B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ matrisinin tüm terimleri toplamı:

$0 + (-1) + 1 + 2 = 2$ bulunur.

Yanıt C

17. $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -x + \frac{2}{4} & -\frac{1}{6} + 2y \\ 3x + \frac{6}{4} & \frac{3}{6} + 6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} -x + \frac{2}{4} = 1 &\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{6} + 2y = 0 &\Rightarrow y = \frac{1}{12} \end{aligned}\right\} \Rightarrow x.y = \frac{-1}{2} \cdot \frac{1}{12}$$

$= \frac{-1}{24}$ olur.

Yanıt A

18. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ise

$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

$A^3 = A.A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$

$= -8.\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= (-2)^3.\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-2)^3.I$ dır.

$A^{15} = (A^3)^5 = [(-2)^3.I]^5$

$= (-2)^{15}.I^5$

$= (-2)^{15}.I$

$= (-2)^{15}.\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ bulunur.

Yanıt D

19. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinde her satırın terimleri toplamı 3 ise,

$a + b = 3$ ve $c + d = 3$ tür.

$M^2 = M.M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ca + dc & cb + d^2 \end{bmatrix}$ matrisinin 1. satır terimleri toplamı

$a^2 + bc + ab + bd$

$= a^2 + ab + bc + bd$

$= a\underbrace{(a+b)}_{3} + b\underbrace{(c+d)}_{3}$

$= 3a + 3b = 3\underbrace{(a+b)}_{3} = 3.3 = 9$ olur.

Yanıt B

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ matrisinin, ek matrisinin elemanları zaten tam sayıdır.

$M^{-1} = \frac{1}{|M|}.Ek(M)$ olduğu için

$|M| = 1$ olduğunda x, y, z, $t \in Z$ olacaktır.

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 1$

$a \,.\, d - b \,.\, c = 1$ olmalıdır.

Yanıt E

2. $A = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} \bar{1} & -\bar{2} \\ \bar{0} & \bar{2} \end{bmatrix}$ ise

Z / 3 te

$A.B = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ -\bar{1} & \bar{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{1} & -\bar{2} \\ \bar{0} & \bar{2} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \bar{2}.\bar{1} + \bar{1}.\bar{0} & \bar{2}.(-\bar{2}) + \bar{1}.\bar{2} \\ -\bar{1}.\bar{1} + \bar{0}.\bar{0} & -\bar{1}.(-\bar{2}) + \bar{0}.\bar{2} \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \bar{2} & -\bar{2} \\ -\bar{1} & \bar{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{2} & \bar{1} \\ \bar{2} & \bar{2} \end{bmatrix}$ olur.

Bilgi

$-\bar{2} \equiv -\bar{2} + \bar{3} \equiv \bar{1}$

$-\bar{1} \equiv -\bar{1} + \bar{3} \equiv \bar{2}$ olur.

Yanıt D

3. $A = [m \;\; n]$ ve $B = \begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix}$ ise

$A.B = [m \;\; n].\begin{bmatrix} 1-n & n \\ m & 1-m \end{bmatrix}$

$= [m \,.\, (1-n) + n \,.\, m \quad m \,.\, n + n \,.\, (1-m)]$

$= [m - mn + mn \quad mn + n - nm]$

$= [m \;\; n] = A$ olur.

Yanıt B

4. $a_1 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, $r = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ise

$r^3.a_1 = r.r.r.a_1$

$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3.3 + 1.0 & 3.1 + 1.2 \\ 0.3 + 2.0 & 0.1 + 2.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3.(-2) + 1.3 & 3.3 + 1.(-4) \\ 0.(-2) + 2.3 & 0.3 + 2.(-4) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9.(-3) + 5.6 & 9.5 + 5.(-8) \\ 0.(-3) + 4.6 & 0.5 + 4.(-8) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 24 & -32 \end{bmatrix}$ olur.

Yanıt C

5. $$\begin{bmatrix}3x-5y\\x+1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}x+y\\x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y+1\\y-1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}3x-5y+x+y\\x+1+x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y+1\\y-1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}4x-4y\\2x-y+1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y+1\\y-1\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow 4x-4y=y+1 \Rightarrow \quad 4x-5y=1$

$2x-y+1=y-1 \Rightarrow {}^{-2/}\ 2x-2y=-2$

$4x-5y=1$

$+\ -4x+4y=4$

$-y=5 \Rightarrow y=-5$

$y=-5$ için $2x-2.(-5)=-2$

$2x=-12$

$x=-6$ bulunur.

Yanıt B

6. $$\begin{bmatrix}3x+y\\-2x+2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2x+y\\x+y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}3x+y-2x+y\\-2x+2+x+y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}x+2y\\-x+y+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow x+2y=5 \quad \Rightarrow \quad x+2y=5$

$-x+y+2=3 \quad +\ -x+y=1$

$3y=6$

$y=2$

$y=2$ için $x+2.2=5$

$x=1$ bulunur.

Yanıt C

7. A ve B gibi iki matrisin çarpılabilmesi için A nın sütun sayısı ile B nin satır sayısının aynı olması gerekir. O hâlde,

m . n ve k . l mertebelerinden iki matrisin çarpılabilmesi için n = k olmalıdır.

Yanıt D

8. $$\begin{bmatrix}x+y\\2-x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2x+y\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\x-y\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}-x+2y\\1-x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\x-y\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix}-x+2y=7\\1-x=x-y\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix}-x+2y=7\\ {}^{2/}\ 2x-y=1\end{matrix}$$

$-x+2y=7$

$+\ 4x-2y=2$

$3x=9 \Rightarrow x=3$

$x=3$ için $-3+2.y=7$

$y=5$ bulunur.

Yanıt C

B. Determinantlar

LYS SORULARI

1. $$A=\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$$

matrisleri veriliyor.

Buna göre, $\det(A^2-B^2)$ kaçtır?

A) −4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

(2011-LYS1)

2. $$\begin{vmatrix}2&-3&2\\1&2&0\\2&3&0\end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) −1 B) −2 C) −3 D) −4 E) −6

(2010-LYS1)

3. $2x+2y-z=1$

$x+y+z=2$

$y-z=1$

Yukarıdaki denklem sisteminin çözümünde x kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) 0 E) 3

(2010-LYS1)

ÖSS SORUSU

1. $$\begin{vmatrix}\log_2 8&\log_4 5\\\log_5 4&\dfrac{1}{\log_{27}3}\end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

(2006-ÖSS Mat 2)

ÖYS SORULARI

1. $\begin{vmatrix}1998&1990\\2006&1998\end{vmatrix}$ **determinantının değeri kaçtır?**

A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

(1998-ÖYS)

2. $\begin{vmatrix}0&3&-2&1\\-3&0&2&4\\2&-2&0&0\\-1&-4&0&0\end{vmatrix}$ **determinantının değeri kaçtır?**

A) 10 B) 28 C) 47 D) 93 E) 100

(1997-ÖYS)

3. $i^2=-1$ olduğuna göre,

$\begin{vmatrix}1&i&i-1\\0&1&i-1\\0&i&i\end{vmatrix}$ **determinantının değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $2i-1$ B) $2i+1$ C) i D) 0 E) 1

(1994-ÖYS)

4. $\begin{vmatrix}1376&1375\\1375&1376\end{vmatrix}$ **determinantının değeri nedir?**

A) 7253 B) 3502 C) 2751 D) 2150 E) 1

(1992-ÖYS)

5. $\begin{vmatrix}99876&99877\\99874&99875\end{vmatrix}$ **determinantının değeri nedir?**

A) $(99870)^2$ B) 99872 C) 99882 D) 4 E) 2

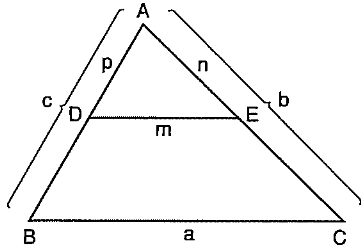
(1988-ÖYS)

6. $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix} = 16$ **denkleminin kökü kaçtır?**

A) 0 B) –1 C) –2 D) –3 E) –4

(1987-ÖYS)

7.



Verilen şekilde [DE] // [BC] dir. ABC üçgeninin kenarları a, b, c ve ADE üçgeninin kenarları m, n, p olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix}$ **determinantının değeri nedir?**

A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

(1981-ÖYS)

ÜSS SORULARI

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ olduğuna göre,

$\det(A - \lambda I) = 0$ eşitliğini sağlayan λ değerleri λ_1, λ_2 dir.

Bu değerlerden meydana gelen $A - \lambda I$ matrislerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(1980-ÜSS)

2. $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ 1 & x+2 & 3 \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix} = 0$ **denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) {–1, –2, –3} B) {0, –6, 6} C) {–6, 0}

D) {0, 6} E) {1, 2, 3}

(1977-ÜSS)

3. Aşağıdakilerden hangisi A(2, –3) ve B(–1, 3) noktalarından geçen doğrunun denklemi <u>değildir</u>?

A) $\begin{vmatrix} x+1 & y-3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ B) $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

C) $\begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 0$ D) $y = -2x + 1$

E) $\dfrac{y+3}{6} = \dfrac{x-2}{-3}$

(1975-ÜSS)

4. $\begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ \sin a & \cos a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sin a & \cos a \\ -\sin a & \cos a \end{vmatrix}$ **determinantlarının çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\cos^3 a - \sin^3 a$ B) $\frac{1}{4}\cos 2a$ C) $\sin^4 a$

D) 0 E) $\frac{1}{2}\sin 4a$

(1973-ÜSS)

5. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ m & 4 & 6 \end{vmatrix}$ **determinantının –10 a eşit olması için m nin değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?**

A) 7 B) –7 C) 9 D) 8 E) 10

(1973-ÜSS)

6. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ **çarpımı aşağıdaki sayılardan hangisine eşittir?**

A) –1 B) 25 C) 30 D) –25 E) –30

(1973-ÜSS)

7. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ **determinantının değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 48 B) 45 C) –48 D) 50 E) –40

(1972-ÜSS)

CEVAPLAR

LYS

1.E 2.B 3.C

ÖSS

1.C

ÖYS

1.D 2.E 3.B 4.C 5.E 6.C 7.E

ÜSS

1.D 2.C 3.A 4.E 5.D 6.D 7.C

B. Determinantlar

LYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ise

$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$A^2 - B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

$\det(A^2 - B^2) = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 2.(-2) = 4$ bulunur.

Yanıt E

2. Sarrus kuralı kullanılırsa,

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 6 - 8 = -2 \text{ olur.}$$

$$\begin{matrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{matrix}$$

Sol: 8, 0, + 0 → 8   Sağ: 0, 6, + 0 → 6

Yanıt B

3.
$2x + 2y - z = 1$ .... (i)
$x + y + z = 2$ .... (ii)
$y - z = 1$ .... (iii)

(ii) ve (iii) alt alta toplanırsa

$x+y+z = 2$
$+ \quad y - z = 1$
$x+2y = 3$ .... (iv)

(i) ve (ii) alt alta toplanırsa

$2x+2y-z = 1$
$+ \quad x+y+z = 2$
$3x+3y = 3 \Rightarrow x+y = 1$ ....(v)

(iv) ve (v) alt alta çözülürse

$x+2y = 3 \Rightarrow x+2y = 3$
$-2/x+y = 1 \quad + \; -2x-2y = -2$
$-x = 1 \Rightarrow x = -1$

bulunur.

Yanıt C

ÖSS SORUSUNUN ÇÖZÜMÜ

1. $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \dfrac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix} = \log_2 8 . \dfrac{1}{\log_{27} 3} - \log_4 5 . \log_5 4$

$= \log_2 2^3 . \log_3 27 - \dfrac{\log 5}{\log 4} . \dfrac{\log 4}{\log 5}$

$= 3 . \log_2 2 . \log_3 3^3 - 1$

$= 3 . 1 . 3 . \log_3 3 - 1$

$= 9 - 1$

$= 8$ bulunur.

Yanıt C

ÖYS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $\begin{vmatrix} 1998 & 1990 \\ 2006 & 1998 \end{vmatrix} = 1998.1998 - 1990.2006$

$= 1998^2 - (1998 - 8)(1998 + 8)$

$= 1998^2 - (1998^2 - 8^2)$

$= 1998^2 - 1998^2 + 8^2$

$= 64$ bulunur.

Yanıt D

2. Elementer satır işlemi (3. satırın –2 katını 4. satıra ekleme) yapılırsa, determinantın değeri daha kolay hesaplanır.

$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

4. satır ve 1. sütuna göre minörleri düzenlenirse,

$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-5).(-1)^{4+1}. \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

$= 5. \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

$= 5. \left(-2.(-1)^{3+1}. \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \right)$

$= 5 . (-2 . (-2 . 4 - 1 . 2))$

$= -10 . (-10)$

$= 100$ elde edilir.

Yanıt E

3. Sarrus Kuralı uygulanırsa

$\begin{vmatrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & i & i-1 \\ 0 & i & i \end{vmatrix}$
$\begin{matrix} 1 & i & i-1 \\ 0 & 1 & i-1 \end{matrix}$

$= i + 0 + 0 - 0 - i(i - 1) - 0$

$= i - i^2 + i$

$= 2i + 1$ elde edilir.

Yanıt B

4. $\begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix} = (1376)^2 - (1375)^2$

$= (1376 - 1375).(1376 + 1375)$

$= 1.2751$

$= 2751$ olur.

Yanıt C

5. $\begin{vmatrix} 99876 & 99877 \\ 99874 & 99875 \end{vmatrix}$ determinantında

$99875 = a$ denilirse

$99874 = a - 1,$

$99876 = a + 1$

$99877 = a + 2$ olur.

$\begin{vmatrix} a+1 & a+2 \\ a-1 & a \end{vmatrix} = (a+1).a - (a+2)(a-1)$

$= a^2 + a - (a^2 - a + 2a - 2)$

$= a^2 + a - a^2 - a + 2$

$= 2$ bulunur.

Yanıt E

6. Sarrus Kuralı uygulanırsa

$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \\ x & 5 & x \end{vmatrix}$
$\begin{matrix} x & 1 & x \\ 2 & 3 & 4 \end{matrix}$

$3x^2 + 10x + 4x - 3x^2 - 20x - 2x = 16$

$-8x = 16$

$x = -2$ bulunur.

Yanıt C

7. $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ olduğu için

$\dfrac{p}{c} = \dfrac{m}{a} = \dfrac{n}{b}$ dir.

$\dfrac{p}{c} = \dfrac{m}{a} \Rightarrow mc = ap \Rightarrow mc - ap = 0$

$\dfrac{p}{c} = \dfrac{n}{b} \Rightarrow p.b = n.c \Rightarrow p.b - n.c = 0$

$\dfrac{m}{a} = \dfrac{n}{b} \Rightarrow m.b = n.a \Rightarrow m.b - n.a = 0$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} n & p \\ b & c \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} m & p \\ a & c \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} m & n \\ a & b \end{vmatrix}$

$= \underbrace{(n.c - p.b)}_{0} - 2\underbrace{(m.c - p.a)}_{0} + 3\underbrace{(m.b - n.a)}_{0}$

$= 0$ bulunur.

Yanıt E

ÜSS SORULARININ ÇÖZÜMLERİ

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve

$\det(A - \lambda.I) = 0$ ise

$A - \lambda.I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} - \lambda. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 9 & 2-\lambda \end{bmatrix}$ matrisinin determinantı 0 olduğuna göre,

$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 9 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$(2 - \lambda) . (2 - \lambda) - 9 . 1 = 0$

$(2 - \lambda)^2 = 9$

$|2 - \lambda| = 3$ ⟶ $2 - \lambda = 3 \Rightarrow \lambda = -1$

⟶ $2 - \lambda = -3 \Rightarrow \lambda = 5$ olur.

i) $\lambda = -1$ için

$A - \lambda.I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} - (-1). \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$ dır.

ii) $\lambda = 5$ için

$A - \lambda.I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} - 5. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

Bu matrislerin çarpımları;

$(A - \lambda_1.I).(A - \lambda_2.I)$

$= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ olur.

Yanıt D

2. Elemanter satır işlemlerini yapalım.

i) 2. satırı –1 ile çarpıp 1. satıra ekleyelim,

ii) 3. satırı –1 ile çarpıp 2. satıra ekleyelim.

$$\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ 1 & x+2 & 3 \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} x+1-1 & 2-x-2 & 3-3 \\ 1-1 & x+2-2 & 3-x-3 \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -x & 0 \\ 0 & x & -x \\ 1 & 2 & x+3 \end{vmatrix}$$

Elde edilen determinant, 1. sütuna göre açılırsa

$$\Rightarrow x.\begin{vmatrix} x & -x \\ 2 & x+3 \end{vmatrix} - 0.\begin{vmatrix} -x & 0 \\ 2 & x+3 \end{vmatrix} + 1.\begin{vmatrix} -x & 0 \\ x & -x \end{vmatrix}$$

$= x . [x(x + 3) – 2 . (–x)] – 0 + (–x)(–x) – 0 . x$

$= x . (x^2 + 5x) + x^2$

$= x^3 + 5x^2 + x^2$

$= x^3 + 6x^2$ elde edilir.

$x^3 + 6x^2 = 0$ olduğuna göre,

$x^2(x + 6) = 0 \Rightarrow x^2 = 0$ veya $x + 6 = 0$

$x_1 = x_2 = 0 \quad x_3 = –6$ bulunur.

Çözüm kümesi = {–6, 0} olur.

Yanıt C

3. $\begin{vmatrix} x+1 & y-3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ determinantından elde edilen doğru denklemi,

A(2, –3) ve B(–1, 3) noktalarını sağlamaz.

$(x + 1) . 2 – 1 . (y – 3) = 0$

$2x + 2 – y + 3 = 0$

$y = 2x + 5$

$A(2, –3) \Rightarrow –3 = 2 . 2 + 5 \Rightarrow –3 \neq 9$ olur.

A(2, –3) ve B(–1, 3) noktaları diğer seçeneklerde yerine yazıldığında denklemleri sağlar.

Yanıt A

4. $\begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ \sin a & \cos a \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} \sin a & \cos a \\ -\sin a & \cos a \end{vmatrix}$

$= (\cos^2 a - \sin^2 a).(\sin a.\cos a - (-\sin a.\cos a))$

$= \cos 2a.2\sin a\cos a$

$= \cos 2a.\sin 2a$

$= \frac{1}{2}.\underbrace{2.\sin 2a.\cos 2a}_{\sin 4a}$

$= \frac{1}{2}.\sin 4a$ elde edilir.

Yanıt E

5. Sarrus Kuralından çözüm yapılırsa,

$$\begin{array}{|ccc|} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ m & 4 & 6 \end{array} = -10$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{array}$$

$2.0.6+3.4.4+m.5.1–m.0.4–2.4.1–3.5.6=–10$

$\Rightarrow 48 + 5m – 8 – 90 = –10$

$\Rightarrow 5m = 40$

$\Rightarrow m = 8$ olur.

Yanıt D

6. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = (2.4 - 3.1).(1.1 - 2.3)$

$= 5.(-5)$

$= -25$ tir.

Yanıt D

7. Sarrus Kuralı uygulanırsa

$$\begin{array}{|ccc|} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{array}$$

$\Rightarrow –12+9+10–(–2+12+45)$

$= 7 – 55$

$= – 48$ bulunur.

Yanıt C

Lütfen Not Alınız!..